



تکنولوژی در ریاضیات و کاربرد آن در حل مسائل

سید مصطفی حمیدی^۱،

مهشید مرادی شلال^۲،

ایلام، فرهنگیان، مؤسسه آموزش عالی باختر ایلام

s.mostafa_hamidi@yahoo.com

چکیده:

در حدود دو دهه است که تحقیقات بر روی استفاده از تکنولوژی و استفاده از نرم افزار در کلاس درس ریاضیات با کانون موضوعات یادگیری و استفاده از تکنولوژی و نرم افزار برای دانش آموزان صورت گرفته است. باید فرصت های مناسبی فراهم کرد تا معلمان و دانش آموزان تجربیات جدید خود را با استفاده از تکنولوژی، هم از نظر تکنیکی و هم پداگوژیکی آزمایش کنند. در این مقاله سعی بر آن شده است که با مقدمه ای بر تکنولوژی و بکارگیری آن در تدریس و یادگیری، تجسم و کشف با استفاده از تکنولوژی را بیان نماییم. یک چارچوب مفهومی با عنوان TPACK را معرفی کرده و مسائل هندسی در این زمینه و حل آنها با استفاده از نرم افزار را بیان می کنیم.

واژه های کلیدی: تکنولوژی، تدریس، DGS، نرم افزار

۱- مقدمه

پژوهش های محققان برای استفاده از تکنولوژی با توجه به زمینه های مختلف آموزش ریاضیات در حدود دو دهه است که مورد توجه قرار گرفته است (کاپوت، ۱۹۹۲، هید، ۱۹۹۷). یک تعریف واقعی از ریاضیات «شاید یک علم جستجوکننده ای الگوی ساختارهای بغرنج و پیچیده» باشد. این تعریف حاوی یک پیام برای ریاضیدانان است، کسانی که در تلاش برای همکاری و مشارکت برای ریاضیات به عنوان علم ناب و آموزش دهنده ریاضی هستند و کسانی که در جستجوی روشهای نوین برای تدریس و یادگیری ریاضیات هستند. یکی از مؤلفه های مهم آموزش ریاضی مؤثر تدریس توانمند با توجه به مفاهیم و حتی روشهای چندگانه است و در نهایت این روش را نمایش چندگانه می نامیم (گولسسن، ۲۰۱۰). کامپیوتر و تکنولوژی یکی از موضوعات قوی بحث شده در انجمن آموزش ریاضی طی دو دهه ای اخیر هستند. باید فکر و اندیشه ای کامپیوترها را طوری گسترش داد که شامل دیگر بخش ها باشد. در انجمن آموزش ریاضی یکی از موضوعات مورد توجه و به اتفاق نظر رسیده بحث درباره تکنولوژی و اینکه کامپیوتر به تنهایی برای هر تغییر، قابل استفاده نیست و اینکه نیاز به یک بحث پداگوژیکی قوی دارد. به بیان دیگر استفاده از تکنولوژی برای تدریس در کلاس هنوز یک تصمیم بازاست و از دید معلمان و دانش آموزان به عنوان یک چشم انداز باز آموزش ریاضیات می باشد (بوربا، ۲۰۰۶).

۲- بکارگیری تکنولوژی، امروزه در تدریس و یادگیری ریاضیات

در نهمین کنفرانس ICME، یازده گروه محقق به بررسی این مسأله پرداختند. در این کنفرانس پیر فوجیتا با یک سخنرانی جامع تأکید کرد براینکه چهارمین قله تاریخ ریاضیات مقدمه ای بر کامپیوترهاست و اینکه آموزش ریاضی باید بطور

۱- کارشناس ارشد آموزش ریاضی، از دانشگاه شهید چمران اهواز، مدرس مؤسسه آموزش عالی باختر ایلام

۲- کارشناس ارشد آموزش ریاضی، از دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، کوی نفت، ارشاد ۱۵، m_moradi9017@yahoo.com



خاصی در هندسه شرح داده شود. به عنوان مثال در فرانسه تأکید زیادی بر استفاده از ماشین حساب و کامپیوتر در تمام سطوح مدارس در برنامه آموزشی شده است. ضمن آنکه وزارت آموزش و پرورش در استفاده از تکنولوژی برای تدریس حمایت می کند. اما برخی معلمان و دانش آموزان به دلیل اینکه استفاده از تکنولوژی را صرفاً فشار دادن برخی دکمه ها می بینند و تفکر بزرگی در آن وجود ندارد مخالف با استفاده از تکنولوژی می باشند. چرا که آنها بیان می کنند ریاضیات علمی است که فقط به استفاده از هوش و یک خودکار و کاغذ نیاز دارد. اما ما با توجه به این عقیده و احترام گذاشتن به این طرز فکر بیان می کنیم که مقاله (کاغذ) و خودکار نیز یک تکنولوژی است، ولی به دلیل شایع بودن آن در این قرن بصورت کامل درک نشده است و باید نوع تکنولوژی خود را تغییر دهیم.

۳- DGS

دسترسی به مجموعه ای از ابزارهای قوی کامپیوتری بنام DGS در کلاس های ریاضیات مفاهیم زیادی را روشن می کند. DGS در ابتدا برای دو کار عمده طراحی شده است:

- ۱- توانایی کشیدن موضوعات بطور دینامیکی و با مهارت خاص;
- ۲- کنترل عینی.

تعریف آینده ی DGS بیشتر عمل "کشیدن" می باشد که قادر است پاسخی دینامیکی با تغییر شرایط موجود بدهد (گولدنبرگ، کوکو، ۱۹۹۸). این جنبه ی DGS فرض را آسان می کند و دانش هندسی را به استنتاج نزدیک می کند. به عنوان مثال دانش آموزان می توانند درباره تعمیم فرضیات خود برای چندین نمونه برهان ارائه بدهند (کاپوت، ۱۹۹۲). علاقه زیاد به DGS در دانش آموزان روابطی را بوجود می آورد که تصور بد ماهیت درست ریاضیات از بین می رود، بطوریکه درستی یک فرضیه برای چندین نمونه درستی موضوع را تأیید می کند (آلن، چازن، هویلس، جونز، لابورد). هویلس و جونز اشاره می کنند هنگامی که دانش آموزان شواهد تجربی خود را تولید می کنند، انگیزه ی بیشتری برای بحث منطقی و تولید اثبات پیدا می کنند. اما از طرفی اشاره دارند که استفاده از DGS ممکن است فعالیت ریاضیات را برای بیشتر بحث های تجربی و الگوی در نظر گرفته شده محدود کند. در واقع این انگیزه با کشیدن بوجود می آید. برخی محققان معتقدند که تنش و فشاری بین اثبات و کشف تجربی نیست.

دی ویلیرز (۱۹۹۸) برای یک فعالیت ریاضی می گوید که کشف با DGS همراه با استنتاج، به اثبات معنی بیشتری می دهد، به عنوان مثال DGS روشهای قیاسی و تجربی را مورد توجه قرار می دهد که در فعالیت های ریاضیدانان زیاد به چشم نمی خورد. درستی ساختارها در DGS برخی فرضیات را براساس تصویر به اثبات می رساند (بوتانا، وال کارس، ۲۰۰۲). یافته های محققان نشان می دهد که DGS نقش مهمی در توانمند کردن دانش آموزان با توسعه ی دلیل قیاسی بازی می کند (هادس، هیلا، هویلس، جونز، ماریوتی، مارادز، گوتیرز، ۲۰۰۰). تحقیقات نشان دهنده مفید بودن محیط DGS برای مرحله درستی نسبت به توضیح و کشف است. در اغلب مثال ها، توضیح و کشف نیاز به مداخله محقق دارد، که به دانش آموزان در درستی آنها کمک می کند. چون دانش آموزان رغبت بیشتری به استفاده از بحث تجربی نسبت به دلیل استقرایی دارند. بنابراین درست است که بگوییم یک محیط پویا ساختار فعالیت دانش آموزان یا فهم اثبات را پرورش می دهد. ادوارد (۱۹۹۷) اشاره می کند که اثبات یک قضیه اغلب کار مشکلی است که معلمان ریاضیات باید به دانش آموزان برای این کار راهنمایی لازم را بدهند. هویلس و جونز (۱۹۹۸) بیان می کنند که طراحی فعالیت های جدیدی که دانش آموزان را برای ساخت ارتباط بین دلیل تجربی و استقرایی حین بررسی یک مسأله توانمند کند مهم می باشد. فهم مسائل ریاضیات و هندسی با جایگزین کردن تصاویر پویا با تصاویر ساکن بر روی کاغذ نیاز به اثبات مفاهیم ندارد. پس تکنولوژی باید به عنوان روشی که فرآیند شناخت و تأیید (درستی) را با هم می آورد استفاده شود و در نتیجه به سوی یک اثبات و توضیح رسمی هدایت می



شود. بنابراین کسی نمی تواند فرض کند که استفاده از نرم افزار پویا در بررسی فرضیات هندسی لزوماً برای تغییر به حالت بهتر آورده خواهد شد.

۴- تجسم فکری و کشف در ریاضیات با استفاده از نرم افزار

تجسم فکری امروزه با استفاده از نرم افزار پویا، دانش آموزان را توانمند می کند برای دیدن و کشف مفاهیم و روابط ریاضیات که در گذشته پیش از وجود آمدن تکنولوژی برای نمایش سخت بودند. اکثر بررسی های محققان بر روی تکنولوژی آموزشی در آموزش نشان داده است، دانش آموزانی که از تکنولوژی در یادگیری خود استفاده می کنند دقت و درستی بیشتری در نتایج یادگیری خود بدست آورده اند تا دانش آموزانی که بدون تکنولوژی این یادگیری را کسب کرده اند (وامن، کوئل، گرای، ۲۰۰۰). با وجود روشهای مرسوم تدریس (کتاب درسی، نکته های درسی، نوشته ها، دست نوشته ها، تکالیف درسی و مشتق شاگردان، امتحان پایانی) تلاش بر این است که با برخی تغییرات در روشهای تدریس براساس این نرم افزارها یادگیری دانش آموزان را بهبود بخشید. هدف این است که با استفاده از نرم افزار یک محیط مناسب برای کشف ساختارهای ریاضی با نمایش های چندگانه فراهم کنیم، یا با نشان دادن تعدادی مفاهیم ریاضی به دانش آموزان که انجام آنها با قلم و کاغذ ممکن نیست بر یادگیری آنها بیفزاییم.

ما به عنوان آموزش دهنده باید تکنولوژی را در درون روشهای آموزش معلمان با در نظر گرفتن نیازهای آموزشی معلمان آینده قرار دهیم، بطوریکه آنها بتوانند تجربیات یادگیری براساس تکنولوژی را برای دانش آموزان فراهم کنند. زمانی که روش استفاده از تکنولوژی را بدانیم و مطمئن نباشیم که با تدریس از طریق تکنولوژی فهم ایجاد می شود، حقیقتاً معرفی تکنولوژی یا تدریس مدلسازی با نیروی تکنولوژی برای تدریس و یادگیری ریاضیات کافی نیست. تجربیات یادگیری معلمان آینده مانند یک دانش آموز، تأثیر بسزایی بر روی تصمیم های آموزشی آنها دارد و این مهم برای تغییر دیدگاههای معلمان پیش از خدمت برای تدریس و یادگیری آنها آسان بدست نمی آید (دیسکی، کیم، ژاکوبسکی، آندسپکتور، ۲۰۰۸). اگرچه استفاده از محیط های یادگیری پویا ماهیت یادگیری و طراحی آموزشی ریاضیات را تغییر داده است، اما نقش معلمان و بخصوص آنهایی که از تکنولوژی استفاده نمی کنند، اهمیت زیادی دارد تا آنجا که آموزش معلم را مورد توجه قرار می دهد (میشرا، کهلر). در طی سالهای گذشته، مطالعات زیادی برای بهتر کردن تجربه ی تدریس معلمان آینده در کلاس هایشان ارزیابی شده بود (اسمیت، ۱۹۹۱، زیچر، ۲۰۰۲). امروزه معلمان آینده به ندرت با اساتید دانشگاهی کار می کنند و برای تدریس و تصمیم های آموزشی بیشتر توسط همکارانشان راهنمایی می شوند.

۵- نرم افزار برای تجسم سازی ریاضیات

از میان دسته نرم افزارهایی که قابل دسترس برای تدریس و یادگیری ریاضیات اند، دو نمونه برجسته یکی سیستم های کامپیوتر جبری (CAS)، که کانون آن بر کاربرد عبارت های نمادی و دیگری نرم افزار پویای هندسه (DGS)، که بر روی روابط بین نقاط، خطوط، دایره و بخش های مخروطی متمرکز است) مورد توجه هستند. از مهمترین نمونه های CAS دو نمونه ی Derive و Maple هستند و بهترین نمونه های DGS، Cabri II، Sketchpad هستند. هر دوی این نمونه نرم افزار ها طی این سالها توسعه یافتند. نمونه های CAS دارای قابلیت های گرافیکی برای کمک به تجسم ریاضیات اند و همچنین DGS برای اجزاء نمادین جبری که برای دامنه ی وسیعی از ریاضیات مفید می باشد. در چند سال اخیر نرم افزار جئوجبرا توسعه یافته است که یک ارتباط منظم و یک نمایشی بین توانایی های نمادین مهارتی و تجسمی CAS و قابلیت تعریف پویایی DGS فراهم می کند. در واقع این نرم افزار نه تنها به طور تابعی DGS (جایی که کاربر می تواند با نقاط، خطوط، بردارها، اضلاع، اشکال هندسی و بخش های مخروطی کار کند) قابل استفاده است



بلکه شامل CAS نیز می باشد (نظر به اینکه برابری ها و مختصات می تواند مستقیماً وارد و توابع بصورت جبری تعریف شوند و سپس بصورت پویا تغییر کند). نیاز برای ترکیب نرم افزار پویای هندسه (DGS) و سیستم جبری کامپیوتر (CAS) به داخل یک DMS در سال ۲۰۰۵ توسط هوهن وارتر و فوجس نمایش داده شده بود. همچنین سنکوپن تأکید بر فرصت های جدیدی از یک DMS برای آموزش دوباره ریاضیات دارد (سنکوپن، ۲۰۰۰).

۶- اثبات در مفاهیم هندسه ی پویا

اثبات در قلب ریاضیات قرار دارد تا آنجا که می دانیم در آموزش ریاضیات اثبات یک مفهوم و روش مفید برای بسیاری از دانش آموزان ریاضی است. اما سئوالی که ایجاد می شود این است که آیا مقدمه ی سیستم های پویای هندسه موقعیت اثبات را بهتر می کند یا گذاری از اثبات غیررسمی به رسمی در ریاضیات می باشد و بلکه سخت تر؟ چگونه روش های تدریس نو با کمک کامپیوترها برای توسعه و پیشرفت دریک چارچوب مفهومی برای اثبات و نزدیک به اثبات، به عنوان وسیله ای برای روشن کردن ایده های هندسی به دانش آموزان کمک خواهد کرد؟ یا اینکه کامپیوتر بطور کامل برای هرگونه اثبات جایگزین خواهد شد؟ اما استفاده از نرم افزار ریاضیات در آموزش معلمان پیش از خدمت برای آماده سازی دانش آموزان از دو جنبه قابل بررسی خواهد بود:

۱- استفاده از نرم افزار ریاضیات به عنوان یک حامی برای آموزش معلمان پیش از خدمت ؛

۲- آماده سازی معلمان پیش از خدمت برای استفاده از نرم افزار ریاضی در تدریس آنها.

آماده کردن معلمان آینده برای بکارگیری مناسب از تکنولوژی در تدریس یکی از موضوعات اصلی در آموزش معلمان پیش و پس از خدمت ریاضیات است. و اینکه استفاده مناسب از نرم افزار در تدریس می تواند به نسبت زیادی به تدریس و یادگیری ریاضیات کمک کند. از یک طرف نرم افزار ریاضی می تواند وسیله ای برای بکارگیری دانش ریاضی و فراگیری اینکه چگونه دانش ریاضیات می تواند مورد استفاده باشد، از طرف دیگر کمک با ارزشی برای توسعه ی مناسب مفاهیم ریاضیات ارائه می دهد.

۷- گزارش تیمز (TIMSS)

باتوجه به گزارش های TIMSS موفقیت دانش آموزان بصورت مستقیم وابسته به دو مورد زیر است:

۱- استفاده ی مکرر از ماشین حساب و کامپیوتر (هفتگی یا روزانه)؛

۲- استفاده از ماشین حساب و کامپیوتر هنگام آزمون های تیمز.

آنها اظهار داشتند که دانش آموزان، کسانی هستند که بیشترین استفاده را از ماشین حساب و کامپیوتر می برند (در طول آزمون های تیمز) و بهترین عملکرد را بر روی آزمون ها دارند. برای این محققان هنوز به طور کامل روشن نشده است که آیا استفاده از ماشین حساب و کامپیوتر به عملکرد دانش آموزان کمک می کند یا آنها را بیشتر توانمند می کند.

۸- یک چارچوب مفهومی برای کاربرد تکنولوژی: تأثیر پداگوژیک

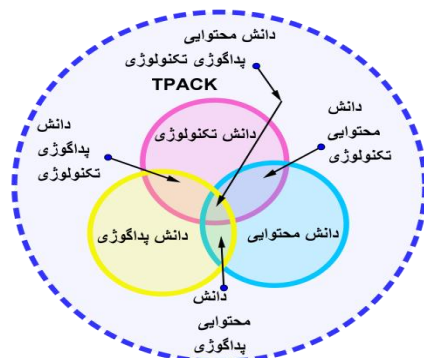
یکی از وظایف اصلی هر برنامه ی آموزشی که معلمان باید بر مبنای آن تدریس هندسه انجام دهند، انتخاب فعالیت های مناسب تفکر است، که محتوای آنها تدریس و پایه ی دانش آموزان می باشد. چارچوب های جدید همگی اسنادی هستند که طی سالهای اخیر با ارزیابی کیفیت کاربردهای تکنولوژی گوناگون، این کار را توسعه داده بودند. مهارت ها و دانش معلمان به عنوان



دانش محتوایی و دانش ریاضیاتی پداگوژیکی برای تدریس در کلاس به طور متقابلی مؤثر است (بال، مک دیارمید، هیل، اسپچیلینگ، شولمن، اسودر، فیلیپ، آرمسترانگ، اسچاپل).

مدلی در سال ۱۹۸۷ اشاره می‌کند که توانایی معلمان از هر جهت بر تمارین آموزشی آنها برای برنامه‌ریزی و به عنوان کمک دهنده‌ای که بخوبی فعالیت‌های معلمان را با دانش‌آموزان در طول کلاس انجام می‌دهد، مؤثر است. و بر تجربیات دانش‌آموزان در کلاس و توسعه‌ی شناختشان می‌افزاید. افرادی چون بال، مک دیارمید، کارپنتر، کناپ، کهلر، گروز و سیمون نیز بر این یافته صحه می‌گذارند. معلمان براساس دانش و مهارت خود برای بکارگیری کاربردهای مناسب تکنولوژی که پیش زمینه‌ای برای تفکر در یک موضوع هندسی از سوی دانش‌آموزان باشد، تصمیم می‌گیرند. بنابراین باید یک چارچوب مناسب را به عنوان یک ابزار برای تصمیم‌گیری معلمان انتخاب کرد که کاربردهای پویا در انجام یک فعالیت فعال به عنوان یک برنامه‌ریزی خاص مشخص شود.

تحقیق در آموزش ریاضی با تکنولوژی برای کمبود ارتباط مفهومی نقد شده است و نتیجه به صورت یک مجموعه از مطالعات و توصیف آنها بررسی می‌شود (کهلر، میشر، ۲۰۰۰). کهلر و میشر یک چارچوب مفهومی از محتوای دانش پداگوژیکی با عنوان TPACK (Technological Pedagogical And Content Knowledge) ارائه دادند (شکل ۲). براساس دانش محتوایی پداگوژیکی شولمن (۱۹۸۶) این چارچوب تأکید عمده‌اش ترکیب تدریس و تکنولوژی است [۳].



شکل ۲

پیرسن (۲۰۰۱) نشان می‌دهد که تهیه‌ی تکنولوژی با یک معلم خوب، با دانش محتوایی پداگوژیکی که یک نمونه‌ی آموزشی را بوجود می‌آورد، لزوماً استفاده از تکنولوژی را مشخص نمی‌کند. به عبارت دیگر دانش محتوایی پداگوژیکی (PCK) به علاوه‌ی دانش تکنولوژی (T) دقیقاً همان (TPACK) نیست. میشر و کهلر بیان می‌کنند: روش استاندارد آموزش و تدریس پیشنهاد می‌کند که معلمان واقعاً نیازمند به تعلیم و تربیت با ابزار تکنولوژی هستند. به صورت اصولی این روش یک دید تکنولوژی است که به نظر می‌رسد مانند یک مهارت، می‌تواند قابل اجرا باشد. تکنولوژی می‌تواند با یک تأیید اولیه با بسته‌های نرم‌افزاری به طور اساسی آموزش داده شود. معلمان دبیرستانی کسانی هستند که نقشه‌های درس را با نرم‌افزار پویای ریاضی توسعه می‌دهند. توصیف تجربیات یادگیری مشترک این معلمان بسیار مهم است و به همین خاطر نتایج تحقیقات درباره‌ی استفاده از توانایی‌های نرم‌افزار و دیدشان بر روی تدریس و یادگیری با تکنولوژی و بحث درباره‌ی کاربردهای پداگوژیکی این نتایج مورد توجه محققان، اساتید، دانشجویان و حتی دانش‌آموزان است. معلمان امروزی که ضمن خدمت هستند، برای استفاده از تکنولوژی مهارت لازم را دارند اما تعدادی از آنها دانش محتوایی پداگوژیکی تکنولوژی (TPACK) را نمی‌دانند که یادگیری ریاضیات را با تکنولوژی جدید بهتر کنند (نایس، ۲۰۰۸).

بر این اساس برای استفاده بهتر از نرم‌افزار، معلمان باید دانش پیوسته و خوب از محتوایی که آموخته می‌شود را داشته باشند. اکثر معلمان، ریاضیات را با استفاده از تکنولوژی آموزش نمی‌دهند و رغبت کمی برای این کار دارند (کوبان، کرکاپتیک،



پیک، کاپوت، منوچهری، بی بل، آدویر). علاوه بر این مهمترین مسأله درباره‌ی استفاده از تکنولوژی برای آموزش، باورهای معلمان است در این که آیا از آن استفاده کنند، یا نه و چگونه؟ (درییر، روسل، ۲۰۰۳).

بنابراین یک روش جهت‌دهی آموزش معلم می‌تواند تلفیق باورها و دانش معلمان با توسعه‌ی دانش محتوایی تکنولوژی (TCK) آنها باشد. به عبارت دیگر با مجهز کردن معلمان به تجربه یادگیری ریاضیات با تکنولوژی که هر دوی معلم و دانش‌آموزان آن را ندارند، معلمان می‌توانند کشف ریاضیات و اهمیت محیط پویای نرم‌افزار را بفهمند و از طریق معلمان به دانش‌آموزان آموزش داده شود. تا وقتی که استفاده از تکنولوژی برای آموزش ریاضیات به عنوان یک امر واجب، تجربه و نشان داده می‌شود، نمی‌توان کاربرد تکنولوژی را به خوبی ارائه داد. در نهایت یک روش مفید آن است که انواع متفاوتی از تکنولوژی را برای آموزش در نظر بگیریم. این روش اگرچه مانع تفکر عمیق درباره چگونگی استفاده از تکنولوژی است، اما توجه آنها را تقریباً در یک سطح از یادگیری تکنولوژی قرار می‌دهد. در واقع روش یادگیری تکنولوژی، جدا از محتوا و دانش بی‌تأثیر است که بررسی‌های پداگوژیکی بر روی آن انجام شده است.

۹- استفاده از تکنولوژی به عنوان یک سازمان‌دهنده و تقویت‌کننده

تکنولوژی‌های شناختی به عنوان مثال آنهایی که به تقویت محدودیت‌های فکری در تفکر، یادگیری و فعالیت‌های مسأله حل کردن کمک می‌کنند، بیشتر موجب تقویت و سازماندهی دوباره یا فعالیت ذهنی می‌شوند. هنگامی می‌توان گفت تکنولوژی به عنوان یک تقویت‌کننده بکار می‌رود که به طور مؤثری فرآیندها و عملیات خسته‌کننده‌ای که بادست انجام می‌شود را با آن انجام داد. استفاده از تکنولوژی خلاصه شده با اصل جعبه‌ی سفید یا جعبه‌ی سیاه است (بوچ برگر)، به گونه‌ای که دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که ابتدا یک فرآیند را با دست و سپس چگونگی اجرای آن را با استفاده از تکنولوژی بیاموزند. در واقع این کار خود تمرین برنامه‌های نرم‌افزار است که برای آماده‌سازی دانش‌آموزان برای امتحانات استاندارد مناسب است.

افرادی هستند که برخی نرم‌افزارها را بیشتر یک ابزار نمایش تا محاسبه می‌بینند و بنابراین آنها را به عنوان یک ابزار تقویت‌کننده در نظر می‌گیرند. به هر حال استفاده از نرم‌افزار، حل و اثبات برخی مثال‌ها را نشان می‌دهد. به عنوان مثال اثبات قضیه‌ای درباره منصف بودن قطرهای مستطیل و اینکه چرا درست است، به فهم آنها می‌افزاید، اما کانون فکری آنها را کاملاً تغییر نمی‌دهد. از جهتی دیگر به عنوان یک سازماندهی دوباره، تکنولوژی بر فکر دانش‌آموزان بوسیله نمایش‌های نو اثر می‌گذارد و سخت است که کانون شناختی دانش‌آموزان را با تغییر درباره فهم مسأله و زمان مورد نیاز برای محاسبه با ابزارهای تکنولوژی بهتر کرد. در واقع تکنولوژی بازخورد مناسبی برای آنها فراهم می‌کند که در صورت نبود تکنولوژی، دسترسی به آن میسر نیست. به عنوان مثال با استفاده از برخی نرم‌افزارها می‌توان هزینه و زمان را کنترل کرد.

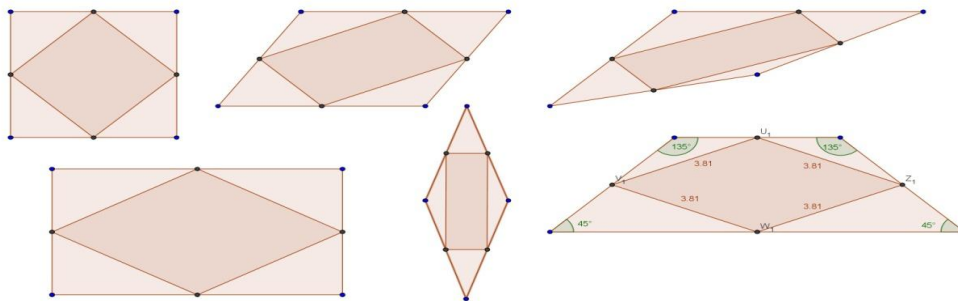
استفاده از تکنولوژی برای برخی مثال‌ها، فکر دانش‌آموزان را برای برخی روشها دوباره سازماندهی می‌بخشد. استفاده از نمایش پویا برای تقویت فهم دانش‌آموزان از نظر کیفیت، به عنوان یک اثبات سیستمی، توانایی خاصی دارد که مفاهیم مهم ریاضیات را به شکل‌های مختلف نمایش می‌دهد. و می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند که به عنوان مثال تابع را به عنوان یک رابطه‌ی بین کیفیت‌های متغییر، با مفهوم یک تابع خطی، ارتباط دهند و این نمایش بصورت گرافیکی می‌باشد (چازن، ۲۰۰۰، ۱۹۹۹). اما ارتباط بین نمایش یک وضعیت و نمایش تابع ریاضیاتی در یک محیط پویا سخت به نظر می‌رسد (نازان، کینستج، یانگ، ۱۹۹۲). از نظر کاپوت (۱۹۹۲) هم اهمیت ارتباط بین آنها به عنوان یک نمایش اولیه‌ی نرم‌افزاری است، که فعالیت‌ها را به درون یک نمایش سیستمی می‌برد. و دانش‌آموزان فرصت‌هایی برای ارتباط بین وضعیت‌هایی که در محیط نرم‌افزار نمایش یافته است، می‌یابند.

۱۰- مثال‌های کاربردی

۱-۱۰- چهارضلعی واریکنون



یک مسأله‌ی بازپاسخ با عنوان چهارضلعی واریگنون و مثلث میانی وجود دارد. این مثال با استفاده از نرم‌افزار بررسی شده است و این کار با کاغذ و مداد انجام نمی‌شود. یک چهارضلعی ABCD مفروض است. نقاط میانی H, G, F, E از اضلاع چهارضلعی را مشخص و به هم وصل کنید. از طریق آزمایش دانش‌آموز حدس می‌زند که EFGH متوازی‌الضلاع است. در واقع چهارضلعی ABCD را رسم و با ساختن EFGH یک چهارضلعی دیگر ساخته می‌شود که حدس می‌زنیم یک متوازی‌الضلاع است. در ابتدا مثلث را بررسی می‌کنیم. برای مثلث با داشتن سه نقطه‌ی میانی هر ضلع، یک مثلث بوجود می‌آید که این مثلث، هم با سه مثلث کناری همنهشت و هم با مثلث بزرگ متشابه است (شکل ۳).

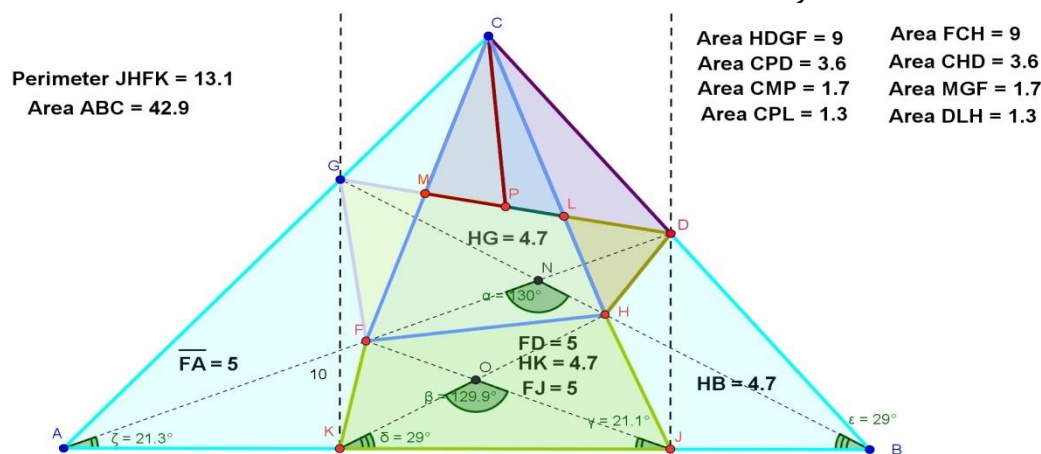


(شکل ۳)

حال سؤال این است که تصاویر پویا چگونه کشف دانش‌آموز را کنترل می‌کند؟ هنگام تغییر یک رأس متوازی‌الضلاع چه چیزهایی ثابت و متغیر می‌باشند؟ و چرا فکر می‌کنید که این حدس درست است؟ با هندسه‌ی کاغذ و پرگار انجام این کار، که اشکال به نوعی ثابت هستند، سخت می‌باشد. اما محیط پویا به نوعی بسیاری از ویژگی‌های هندسی را حفظ می‌کند. به عنوان مثال، رئوس چهارضلعی ABCD دلخواه هستند و می‌توان آنها را در محیط پویا حرکت داد و با تغییر مکان آنها ویژگی‌ها حفظ می‌شوند. و این بخاطر ثابت بودن نقطه‌ی میانی و تشکیل متوازی‌الضلاع EFGH از طریق این نقاط است. فرآیند ساختاری فوق نشان می‌دهد که دانش‌آموز دلایل هندسی را براساس سطوح ون‌هیلی بیان می‌کند. تجسم، آنالیز، تجرید، استقراء و دقت زیاد بر روی این کارها مهم می‌باشد. اما بطور کلی دانش‌آموز به فهم مفاهیم کلی هندسی نمی‌رسد. دانش‌آموزان با کشف خواص متوازی‌الضلاع نظیر اضلاع، قطرها، زوایاها، اثبات شکل‌های هندسی با استفاده از متوازی‌الضلاع و ویژگی‌های هندسی دیگر، برای ساختار اثبات‌های جدید، در کنار فرضیات و اثبات‌های نوشته شده حرکت کنند.

۱۰-۲- مثلث یونانی

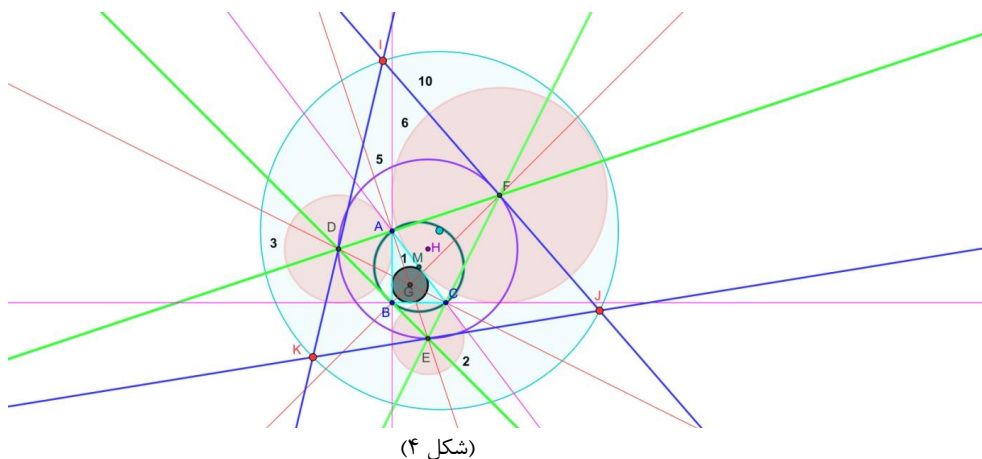
مثلث دلخواه ABC مفروض است. نقاط F و H به ترتیب نقاط میانی سواهای AD و BG، پاره‌خطهای DJ و GK عمود بر AB و P نقطه میانی GD می‌باشند. داریم: مساحت HDGF = مساحت FCH و مساحت CPD = مساحت CHD و مساحت MFG = مساحت CPL و مساحت DL = مساحت CMP.





۱۰-۳- دوائر محاطی داخلی و خارجی مثلث

دایره محاطی داخلی یک مثلث بزرگترین دایره‌ای است که آن مثلث می‌تواند در بر بگیرد. این دایره بر سه ضلع آن مماس می‌باشد. مرکز دایره محاطی مرکز داخلی مثلث نامیده می‌شود. یک دایره محاطی خارجی مثلث، یک دایره در خارج مثلث است که بر یکی از اضلاع مثلث و امتداد دو ضلع دیگر مماس باشد. هر مثلث دارای سه دایره محاطی خارجی متمایز است که هر کدام بر یکی از اضلاع مثلث مماس می‌باشد. مرکز دایره محاطی داخلی بر روی تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی قرار دارد. مرکز یک دایره محاطی خارجی بر روی تقاطع نیمساز یک زاویه داخلی و نیمسازهای خارجی دو زاویه دیگر قرار دارد (شکل ۴). از این رو، استنباط می‌گردد که مرکز دایره محاطی داخلی و سه مرکز دایره‌های محاطی خارجی یک سیستم چهار مرکزی (orthocentric) را تشکیل می‌دهند.



(شکل ۴)

۱۰-۴- یک چارچوب آموزشی

در یک کار تحقیقی توسط میلارد، اسپکتور، داویدسن (۲۰۰۲) و اسپکتور و داویدسن (۲۰۰۰) یک چارچوب آموزشی با عنوان مدل یادگیری آسان شده Model Facilitated Learning طراحی شده است. MFL دارای چهار اصل است: الف) قرار دادن تجربه‌ی یادگیری:

در اینجا معلم باید با توضیح یک مسأله یا مفهوم از ریاضیات با جئوجبرا در سطح محتوای دبیرستانی و با ایجاد فعالیت‌هایی برای یادگیری پویا، راهبرد آموزشی فراهم کند.

ب) نمایش و به چالش کشیدن مسائلی که سطح دشواری آنها روبه افزایش است:

در این مرحله، معلم در صفحه‌ی کار جئوجبرا با توضیح دروسی که شامل تمرین‌های سوال محور هستند، سؤالاتی طراحی و با این سؤالات به دانش‌آموزان اجازه کشف مفاهیم ریاضیات را می‌دهد. در اینجا اغلب یادگیری با ابزارهای جئوجبرا و پنجره‌ی Redefine که توسط کاربر طراحی شده است، حاصل می‌شود. به عنوان مثال زمانی که می‌خواهیم نقطه میانی یک پاره خط را مشخص کنیم، ابزار جئوجبرا به آسانی و به دور از پیچیدگی آنچه با تقریب پرگار ترسیم می‌شود، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ج) درگیر کردن یادگیرنده با پاسخ به یک مجموعه سئوالهای نسبتاً پیچیده درباره موقعیت مسائل؛

درواقع در این مرحله با توجه به بحث‌های گروهی و کلاسی، دانش‌آموزان می‌خواهند چگونگی تدریس درس را توصیف کنند، و اینکه برای یادگیری حین فعالیت چه انتظاری خواهند داشت و چگونه می‌توان یادگیری آنها را با اجرای بهتر فعالیت‌هایشان افزایش داد. در واقع کشف بازپاسخ یک خاصیت از صفحات پویای جئوجبرا است و تنوع سؤالاتی از قبیل چه - اگر و چه - اگر - نه را می‌توان درباره‌ی موضوعات ریاضیات پویا انتظار داشت. (والتر، براون، ۲۰۰۵).

د) به مبارزه طلبی یادگیرنده‌ها با توسعه‌ی دستورها و تصمیم برای هدایت و ساخت موقعیت‌های غیرمنتظره؛

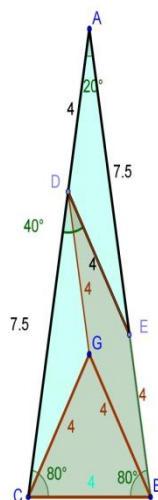


در اینجا معلمان را برای استراتژی‌های تدریس با شیوه‌های متفاوت یادگیری دانش‌آموزان و با بررسی عملکرد معلم و سئوالهای ممکن، که متناسب با دانش آنها و اعمال، سئوالات و پاسخ‌های ممکن دانش‌آموزان می‌باشد، را به چالش می‌کشیم. هدف اصلی این است که معلمان با شروع حدس درباره‌ی مسائل و تشکیل اصول مقدماتی با بکارگیری تکالیف پویا برای یادگیری در آموزش ریاضی آماده شوند. مثال زیر چارچوب فوق را بیشتر نشان می‌دهد.

مثال: در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ داریم: $\angle A = 20^\circ$ و $\angle B = \angle C = 80^\circ$ و $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{B'}$ ، مطلوبست $\angle D$? (شکل ۵)

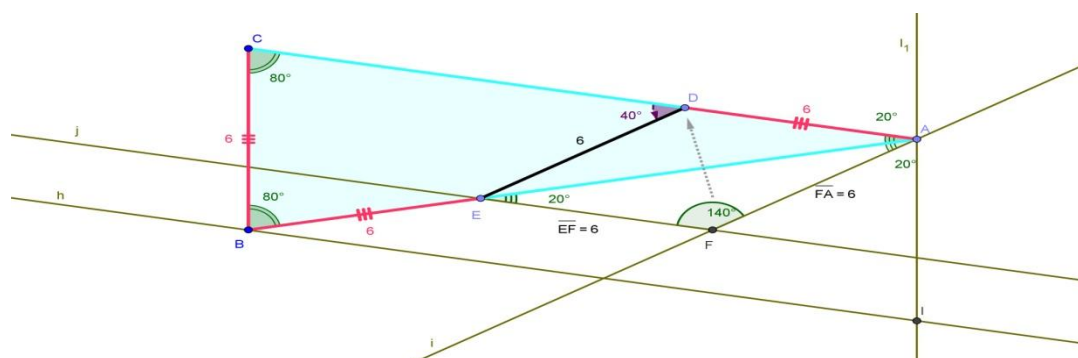
اگر از نقطه C پاره خط $\overline{CG}$ را به طول $\overline{BC}$ رسم نماییم بطوریکه $\angle BCG = 60^\circ$ ، آنگاه چون مثلث $\triangle BCG$ یک مثلث متساوی الساقین با یک زاویه 60° است، پس $\triangle BCG$ متساوی الاضلاع است. بنابراین $\overline{BC} = \overline{CG} = \overline{BG}$ و $\angle GBE = \angle GCD = 20^\circ$.

D را به G وصل می‌کنیم و چهارضلعی $ABDG$ یک دوزنقه متساوی الساقین است. بنابراین $\overline{AB}$ و $\overline{DG}$ موازی می‌باشند. از طرفی چون $\overline{AB} = \overline{AC}$ و $\overline{AD} = \overline{BE}$ پس $\overline{AE} = \overline{CD}$. همچنین داریم $\overline{AD} = \overline{CG}$ در نتیجه دو مثلث $\triangle AED$ و $\triangle CGD$ به حالت (ض ز ض) همنهشت هستند. در نتیجه $\angle AED = \angle CDG = 20^\circ$. چون $\overline{AB}$ و $\overline{DG}$ موازی هستند پس $\angle AED = \angle GDE$. ■



(شکل ۵)

اما با نرم‌افزار می‌توان روشهای ساده‌تری برای این مسأله بدست آورد و فقط درستی این راه حلها را نشان می‌دهیم. اگر از نقطه E و B خطوط موازی $\overline{AC}$ و از نقطه A موازی $\overline{DE}$ رسم نماییم (شکل ۶).



(شکل ۶)



برخی معلمان از جنوجبرا برای کارهای روتین به عنوان اثبات نتایج یا موضوعاتی که هر کدام می‌تواند بدون استفاده از نرم‌افزار پویای ریاضیات انجام شود، استفاده می‌کنند و قصد کشف روابط در حین فعالیت‌های انجام شده را با وجود شناخت ابزارهای جنوجبرا ندارند. می‌توانیم با مدلسازی تمرین‌های مؤثر تدریس در قالب مثال‌هایی همچون مثال فوق و ایجاد محیطی برای یادگیری مشترک با توسعه‌ی استراتژی‌ها و ایده‌هایی درباره‌ی تدریس و یادگیری ریاضیات، معلمان را تشویق کنیم. در واقع اغلب معلمان به متمرکز شدن بر روی دروس و توانایی تدریس مطالب متمایل هستند و انرژی لازم برای کیفیت باز خورد نمی‌گذارند. این مطلب مطابق با یافته‌های گزارش شده توسط اندرسون، هاشیمروگلو، آکیوز، کاسکون، کریستول و ویتبای است.

۱۱- نتیجه‌گیری

اگر معلمان خود را به استفاده از تکنولوژی و فعالیت‌های تکنولوژی محور ملزم کنند، آنگاه این فعالیت‌ها ضمن توسعه، تحت یک برنامه خاص تنظیم می‌شوند و سپس به صورت درست و کاربردی مورد استفاده قرار می‌گیرند. هنگامی که تحت فعالیت کلاسی معلمان، یادگیری ضعیف دانش‌آموزان مشخص می‌شود به صورت طبیعی فعالیت‌های تکنولوژی محور جای فعالیت‌های سنتی طراحی می‌شوند. در سال ۲۰۰۱ مویر اشاره می‌کند که معلمان مدارس در تدریس خود تمایل به دستکاری مسائل دارند، چرا که نوعی بازی می‌باشد و این امر برای دانش‌آموزان هم در یادگیری و هم در حل مسائل به دلایل شناختی و آموزشی خوشایند است. این دیدگاه یک تحقیق گسترده بین تمرین کلاسی و تحقیق در آموزش ریاضی امروز است، به عنوان اینکه استفاده از دستکاری برای افزایش فهم مفاهیم است. از این رو استفاده از تکنولوژی که با استفاده از یک لغزنده به صورت ساده این کار را انجام می‌دهد مناسبتر می‌باشد.

تحقیقات نشان می‌دهد که پنداشت و گمان دانش‌آموزان، نقش بسزایی در فرآیند یادگیری آنها دارد تا زمانی که به کشف مفاهیم ریاضیات موفق می‌شوند، و این مطلب بهتر شدن تکنیک‌های تدریس برای معلمان را به دنبال دارد. روش تفکر هندسی در مفاهیم هندسی با استفاده از یک DGS به یک کلاس کارگاهی نیاز دارد. تکنیک رقابت دانش‌آموزان در سن ۹ سالگی کاملاً ساخته می‌شود و سریعاً شروع به ساخت حدس می‌کنند که باید پاسخی برای آن باشد.

هوپلس و جونز (۱۹۹۸) بیان می‌کنند که DGS دو کار عمده انجام می‌دهد:

۱- تعمیم قضایای هندسی به عنوان یک هدف؛

۲- اجازه می‌دهد که دانش‌آموزان درستی حقایق هندسی خود را توضیح دهند.

امروزه معلمان برای طراحی سؤالاتی که تکنولوژی جدید را بکار گیرد و به عنوان یک راهنما برای یادگیرندگان باشد رقابت زیادی می‌کنند و به همین خاطر همکاری و مشارکت معلمان در بکارگیری تکنولوژی برای فهم مفاهیم هندسی سخت به نظر می‌رسد. به همین منظور باید امکانات بیشتری فراهم آورد تا بتوان با کار گروهی برای معلمان و دانش‌آموزان در سطح مناطق، کشور و قاره‌ای به نتایج درستی از کاربرد و استفاده از تکنولوژی رسید.

تشکر و قدردانی صمیمانه تشکر از استاد راهنما جناب آقای پروفیسور امیدعلی شهنی کرمزاده و استاد مشاور جناب آقای دکتر مهرداد نامداری به خاطر زحمات پیوسته از شروع دوره ارشد اینجانبان تاکنون.

مراجع

[۱] کاکستر، ه.س.م.، گریتز، س.ل.، بازآموزی و بازشناخت هندسه، ترجمه عبدالحسین مصحفی، انتشارات مدرسه، چاپ سیزدهم ۱۳۸۶

[۱] Ol. Aksoy, Ob. Bayazit, D. Soybau, The Effects of GeoGebra in conjectures and proofs, Erciyes Univ, Turkey, Proc. First North Amer. GG. Conf. July ۲۷-۲۸, ۲۰۱۰ Ithaca College, NY (۱۹۰-۱۹۵).

[۲] Z. A. Reis, S. Gulsecen, The effect of the GeoGebra use in mathematics education: a case study on integers in Turkey, Proc. First North Amer. GG. Conf. July ۲۷-۲۸, ۲۰۱۰ Ithaca College, NY (۱۸۰-۱۸۹).



چهارمین همایش ملی آموزش

4th National Conference On Education



- [۳] M. Sherman, A conceptual framework for using GeoGebra with teachers and students, Univ.Pittsburgh, PA , Proc. First North Amer. GG. Conf. July ۲۷-۲۸, ۲۰۱۰ Ithaca College, NY(۲۰۵-۲۱۳).
- [۴] S. Gulsecen^۱, T. Kabaca^۲, Z. A. Reis^۳, E. Kartel^۴, Reflections on the first Eurasia meeting of GeoGebra: expriences met on where continents meet, Proc. First North Amer. GG. Conf. July ۲۷-۲۸, ۲۰۱۰ Ithaca College, NY(۱۷۲-۱۷۹).
- [۵] E. S. Haciomeroglu, L. Bu,G. Haciomeroglu, Integrating technology into mathematics education teacher courses ,Proc. First North Amer. GG. Conf. July ۲۷-۲۸, ۲۰۱۰ Ithaca College, NY(۲۷-۳۲).
- [۶] L. Healy , C. Hoyles, Software tools for geometrical problem solving: potentials and pitfalls, Inst . Edu. Unive. Lon. U.K. Journal Com. Math. Learn (۲۰۰۱), ۶, ۳, ۲۳۵-۲۵۶.
- [۷] C. Hoyles, K. Jones, Proof in dynamic geometry contexts, (۱۹۹۸).