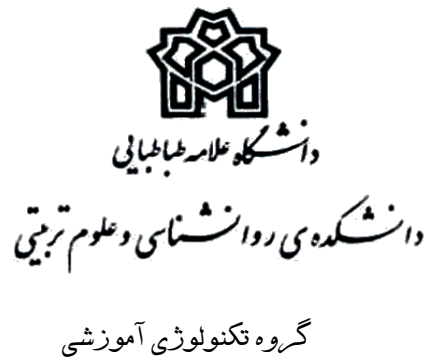




**بررسی یادگیری مهارت‌های هندسی به کمک
نرم‌افزارهای هندسی پویا در دوره راهنمایی تحصیلی**

**An investigation of geometry skills learning by
dynamic geometry softwares in guidance school**

استاد راهنما: دکتر اسماعیل زارعی زوارکی

استاد مشاور: دکتر محمد رضا فلسفی نژاد

استاد داور: دکتر جمال‌الدین کولایی نژاد

پشوهش‌گر: سعید امین‌الرعا یائی

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وَنَفَضْتُ فِيهِ مِنْ رَوْحِي ...

... و آنگاه که آدم را، این موجود ثنوی و این "جمع ضدین" را آفرید، از شادی، شادی از آن که دیگر تنها نیست، دیگر مجهول نیست، فرمود فرشتگانش در برابر او به سجده افتند و در این جا بود که خداوند به قد و بالای این آشنای خویش می‌نگرد و از شوق فریاد بر می‌آورد که:

فَتَبَارَكَ اللَّهُ أَحْسَنُ الْخَالِقِينَ!

چه فلسفه زیبایی است خلق آدم!

دکتر علی شریعتی، پایان غم‌انگیز زندگی یونگ، ص ۲۴

تقدیر و تشکر

خداوند تو را شاکرم. در این سال‌ها هر لحظه همراه من بودی و مرا یاری رساندی، افرادی را بر سر راهم قراردادی، اسباب لازم را برایم فراهم آوردی تا بتوانم به اهدافم در این پژوهش نائل آیم.

لازم می‌دانم از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر اسماعیل زارعی زوارکی تشکر کنم. بدون راهنمایی‌ها و حمایت‌های ایشان انجام این پژوهش برایم میسر نبود. حضور ایشان، سختی کار را برایم هموار ساخت.

استاد محترم جناب آقای دکتر فلسفی نژاد نیز که از مدت‌ها پیش من را برای انجام این پژوهش تشویق می‌کردند، و من همواره از راهنمایی‌های عمیق و آموزش‌های کاربردی ایشان به ویژه در انجام تجزیه و تحلیل داده‌ها بهره‌مند شدم. لازم می‌دانم از ایشان کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

و همچنین از جناب آقای دکتر کولایی نژاد که داوری این پژوهش را قبول زحمت کردند ممنون هستم. امیدوارم نظرات ایشان شرایط تصحیح اشکالات بنده را فراهم آورد.

تحقق این پژوهش مدیون تشویق‌ها و حمایت‌های بی دریغ آقای مهندس خسرو داودی، کارشناس محترم آموزش ریاضی و مولف کتاب‌های درسی ریاضی راهنمایی می‌دانم. ایشان از سال‌ها پیش مسیر این پژوهش را برای من هموار ساختند. از سرکار خانم مهندس شهرناز بخش‌علی‌زاده کارشناس آموزش ریاضی که مدت‌ها برای آموزش شیوه درست فعالیت نویسی برای دانش‌آموزان به من صرف کردند و آقای مهندس محمد طاهری همکار تحقیقاتی خود، آقای دکتر توانایان‌فرد و دیگر کسانی که مرا در پیش‌برد این پژوهش همراهی کردند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

قصد دارم از همه دانش‌آموزانی که در این طول یک سال تحصیلی با من همراه بودند، نیز تشکر کنم. آن‌ها با معصومیت و صداقت خود به من کمک کردند بتوانم نحقق مفاهیم یادگیری را به درستی ببینم.

این پژوهش نتیجه‌ی حمایت و صبوری اعضای خانواده‌ام است که لازم می‌دانم از همه آن‌ها به ویژه مادرم، همسرم، برادرم تشکر کنم. این پژوهش را تقدیم می‌کنیم به مادرم که همواره با دعای خیرش همراهیم کرد.

فهرست مطالب

فصل اول: معرفی پژوهش	۲
۱.۱ بیان مسئله	۴
۱.۲ اهمیت و ضرورت پژوهش	۵
۱.۳ اهداف و فرضیه‌های پژوهش	۷
۱.۴ تعریف اصطلاحات پژوهش	۸
فصل دوم: مرور بر مبانی نظری و پیشینه پژوهش	۱۱
۲.۱ مبانی نظری یاددهی و یادگیری	۱۲
۲.۱.۱ نظریه‌ی ساختن‌گرایی در یادگیری	۱۳
۲.۱.۲ نظریه‌ی رشد شناختی برونر	۱۶
۲.۱.۳ یادگیری از راه بینش	۱۷
۲.۱.۴ اهداف یادگیری در ریاضی	۲۰
۲.۱.۵ هوش و خلاقیت	۲۳
۲.۱.۶ سبک‌های یادگیری	۲۵
۲.۲ یاددهی و یادگیری هندسه	۲۷
۲.۲.۱ تحولات تاریخی در آموزش هندسه	۲۸
۲.۲.۲ شیوه‌های آموزش هندسه	۲۹
۲.۲.۳ فرآیندهای تفکر در هندسه	۳۰
۲.۲.۴ استدلال در هندسه	۳۵
۲.۲.۵ شهود در هندسه	۳۸
۲.۲.۶ نظریه راست مغزی و چپ مغزی	۴۰
۲.۳ نرم‌افزارهای هندسه پویا	۴۴
۲.۳.۱ اشکال پویا	۴۵
۲.۳.۲ آموزش هندسه با رایانه	۴۶
۲.۳.۳ نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا	۴۹
۲.۴ مهارت‌های هندسی	۵۵
۲.۴.۱ مهارت‌های منطقی	۵۶
۲.۴.۲ مهارت‌های دیداری	۶۰
۲.۴.۳ مهارت‌های کلامی	۶۴
۲.۴.۴ مهارت‌های ترسیمی	۶۶
۲.۴.۵ مهارت‌های کاربردی	۷۰
۲.۵ شرایط یادگیری	۷۱
۲.۵.۱ محیط آموزشی	۷۲
۲.۵.۲ برنامه‌ی درسی	۷۵
۲.۵.۳ فعالیت‌های یادگیری	۷۸
۲.۵.۴ نقش معلم در یادگیری	۸۰
۲.۵.۵ شرایط سنی یادگیرندگان	۸۸
۲.۶ پیشینه‌ی پژوهش	۹۱

فصل سوم: روش شناسی پژوهش ۹۴

- ۳.۱ روش تحقیق ۹۵
- ۳.۱.۱ جامعه‌ی آماری ۹۶
- ۳.۱.۲ گروه نمونه و شیوه‌ی گزینش آن ۹۷
- ۳.۱.۳ متغیرهای تحقیق ۹۸
- ۳.۲ روش جمع‌آوری اطلاعات ۹۹
- ۳.۲.۱ روش جمع‌آوری داده‌های کمی ۱۰۰
- ۳.۲.۲ روش جمع‌آوری داده‌های کیفی ۱۰۲
- ۳.۳ روش اجرای پژوهش ۱۰۳
- ۳.۳.۱ برنامه‌ی آموزشی کارگاه‌ها ۱۰۶
- ۳.۳.۲ تقویت مهارت‌های هندسی ۱۰۹
- ۳.۴ کیفیت پژوهش ۱۱۲
- ۳.۴.۱ روایی ۱۱۳
- ۳.۴.۲ پایایی ۱۱۴
- ۳.۵ روش تجزیه و تحلیل داده‌ها ۱۱۶

فصل چهارم: تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش ۱۱۸

- ۴.۱ تجزیه و تحلیل کمی داده‌ها ۱۲۰
- ۴.۱.۱ آمار توصیفی ۱۲۱
- ۴.۱.۲ آمار استنباطی ۱۳۱
- ۴.۲ تجزیه و تحلیل کیفی داده‌ها ۱۴۰
- ۴.۲.۱ بررسی چگونگی رشد مهارت‌های منطقی ۱۴۱
- ۴.۲.۲ فرضیه دوم پژوهش: مهارت‌های دیداری ۱۴۳
- ۴.۲.۳ فرضیه سوم پژوهش: مهارت‌های کلامی ۱۴۵
- ۴.۲.۴ فرضیه چهارم پژوهش: مهارت‌های ترسیمی ۱۴۷
- ۴.۲.۵ فرضیه پنجم پژوهش: مهارت‌های کاربردی ۱۴۹
- ۴.۳ یافته‌های فرعی ۱۵۲
- ۴.۳.۱ مسائل انگیزشی ۱۵۳
- ۴.۳.۲ مسائل اجتماعی ۱۵۴
- ۴.۳.۳ تعامل با نرم افزار ۱۵۵
- ۴.۳.۴ نظرسنجی ۱۵۶

فصل پنجم: بحث و نتیجه‌گیری از یافته‌های پژوهش ۱۵۸

- ۵.۱ بحث و بررسی یافته‌ها ۱۶۲
- ۵.۱.۱ فرضیه‌ی اول پژوهش: مهارت‌های منطقی ۱۶۴
- ۵.۱.۲ فرضیه‌ی دوم پژوهش: مهارت‌های دیداری ۱۶۸
- ۵.۱.۳ فرضیه‌ی سوم پژوهش: مهارت‌های کلامی ۱۷۰
- ۵.۱.۴ فرضیه‌ی چهارم پژوهش: مهارت‌های ترسیمی ۱۷۲
- ۵.۱.۵ فرضیه‌ی پنجم پژوهش: مهارت‌های کاربردی ۱۷۴
- ۵.۲ نتیجه‌گیری ۱۷۶
- ۵.۲.۱ تاثیر متقابل مهارت‌های یادگیری ۱۷۷

۱۷۸	۵.۲.۲ ارتباط متقابل اهداف یادگیری.....
۱۸۲	۵.۲.۳ تجرد و شهود در هندسه.....
۱۸۳	۵.۳ توصیه‌ها و پیشنهادها.....
۱۸۴	۵.۳.۱ توصیه برای معلمان هندسه‌ی پویا.....
۱۸۵	۵.۳.۲ پیشنهاد برای پژوهش‌های بعدی.....
۱۸۶	۵.۳.۳ پیشنهادهای کاربردی.....
۱۸۷	۵.۴ محدودیت‌های پژوهش.....
۱۹۳	پیوست‌ها.....

فهرست نمودارها

۱۲۱	نمودار ۴-ا: رشد مهارت‌های منطقی در گروه‌های کنترل و آزمایش.....
۱۲۲	نمودار ۴-ب: هیستوگرام رشد مهارت‌های منطقی در گروه‌های آزمایش و کنترل.....
۱۲۳	نمودار ۴-ج: رشد مهارت‌های دیداری در گروه‌های کنترل و آزمایش.....
۱۲۴	نمودار ۴-د: هیستوگرام رشد مهارت‌های دیداری در گروه‌های آزمایش و کنترل.....
۱۲۵	نمودار ۴-ه: رشد مهارت‌های کاربردی در گروه‌های کنترل و آزمایش.....
۱۲۶	نمودار ۴-و: هیستوگرام رشد مهارت‌های کلامی در گروه‌های آزمایش و کنترل.....
۱۲۷	نمودار ۴-ز: رشد مهارت‌های ترسیمی در گروه‌های کنترل و آزمایش.....
۱۲۸	نمودار ۴-ح: هیستوگرام رشد مهارت‌های ترسیمی در گروه‌های آزمایش و کنترل.....
۱۲۹	نمودار ۴-ط: رشد مهارت‌های کاربردی در گروه‌های کنترل و آزمایش.....
۱۳۰	نمودار ۴-ی: هیستوگرام رشد مهارت‌های کاربردی در گروه‌های آزمایش و کنترل.....
۱۳۴	نمودار ۴-ک: مقایسه میانگین‌های تصحیح شده مهارت‌های هندسی در دو گروه کنترل و آزمایش.....
۱۳۵	نمودار ۴-ل: مقایسه رشد مهارت‌های منطقی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در ANCOVA.....
۱۳۶	نمودار ۴-م: مقایسه رشد مهارت‌های دیداری بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA.....
۱۳۷	نمودار ۴-ن: مقایسه رشد مهارت‌های کلامی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA.....
۱۳۸	نمودار ۴-س: مقایسه رشد مهارت‌های ترسیمی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA.....
۱۳۹	نمودار ۴-ع: مقایسه رشد مهارت‌های منطقی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA.....

فهرست جداول

جدول ۲-ا: مقایسه‌ی کلاس‌های سنتی و کلاس‌های مبتنی بر رویکرد ساختن‌گرایی.....	۱۳
جدول ۲-ب: سبک‌های شناختی.....	۲۶
جدول ۲-ج: توزیع مراحل تفکر هندسی بر اساس مهارت‌های هندسی.....	۳۴
جدول ۲-د: تفکر در دو نیم‌کره‌ی مغز.....	۴۰
جدول ۲-ه: کارکرد نیم‌کره‌های مغز.....	۴۱
جدول ۲-و: استراتژی‌های مداخله معلم از نظر تاورز.....	۸۴
جدول ۲-ز: تلفیق طبقه‌بندی پگ و دیوی و مدل ون‌هیل.....	۸۹
جدول ۳-ا: جدول آموزش‌های تکمیلی به منظور تقویت مهارت‌های هندسی در مباحث درسی.....	۱۰۶
جدول ۳-ب: جدول فعالیت‌های انجام شده برای تقویت مهارت‌های هندسی.....	۱۰۹
جدول ۳-ج: شیوه تقویت متقابل مهارت‌های هندسی.....	۱۱۰
جدول ۳-د: غنی کردن اهداف آموزشی.....	۱۱۱
جدول ۳-ه: همبستگی‌ها و پایایی‌ها آزمون.....	۱۱۵
جدول ۴-ا: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های منطقی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل.....	۱۲۱
جدول ۴-ب: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های دیداری در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل.....	۱۲۳
جدول ۴-ج: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های کلامی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل.....	۱۲۵
جدول ۴-د: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های ترسیمی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل.....	۱۲۷
جدول ۴-ه: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های کاربردی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل.....	۱۲۹
جدول ۴-و: آزمون باکس برای بررسی وجود همسانی ماتریس واریانس و کواریانس.....	۱۳۱
جدول ۴-ز: آزمون لوین برای بررسی تجانس واریانس‌ها.....	۱۳۱
جدول ۴-ح: نتایج آزمون MANCOVA به شیوه‌ی ویلک و هتلینگ.....	۱۳۲
جدول ۴-ط: نتایج آزمون MANCOVA.....	۱۳۳
جدول ۴-ی: میانگین‌های تصحیح شده.....	۱۳۴
جدول ۴-ک: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های منطقی.....	۱۳۵
جدول ۴-ل: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های دیداری.....	۱۳۶
جدول ۴-م: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های کلامی.....	۱۳۷
جدول ۴-ن: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های ترسیمی.....	۱۳۸
جدول ۴-س: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های کاربردی.....	۱۳۹
جدول ۴-ع: جدول تحلیل نظرات دانش‌آموزان در خصوص تاثیر نرم‌افزار در یادگیری مباحث مختلف درسی.....	۱۵۶
جدول ۴-ف: محاسبه ضریب همبستگی جلسات آموزش و تاثیرگذاری در یادگیری در نظر سنجی از دانش‌آموزان.....	۱۵۷
جدول ۵-ا: ارتباط مهارت‌های هندسی و اهداف آموزشی.....	۱۷۸
جدول ۵-ب: نحوه‌ی تاثیرگذاری متقابل بین حوزه‌های مختلف در اهداف آموزشی (۱-۱).....	۱۸۰
جدول ۵-ج: نحوه‌ی تاثیرگذاری متقابل بین حوزه‌های مختلف در اهداف آموزشی (۱-۲).....	۱۸۱
جدول ۶-ا: مقایسه‌ی نرم‌افزارهای هندسه پویا.....	۱

چکیده

هدف پژوهش حاضر بررسی چگونگی ارتقاء مهارت‌های هندسی با به کارگیری نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا به عنوان ابزار کمک آموزشی و مقایسه‌ی آن با کلاس‌های متداول است. هوفر (۱۹۸۱) یادگیری مهارت‌های هندسی را به پنج دسته شامل مهارت‌های منطقی، دیداری، کلامی، ترسیمی و کاربردی تقسیم می‌کند. پژوهش‌گر در این راستا، مطالعه‌ی خود را با انتخاب یک گروه آزمایش و یک گروه کنترل هر کدام مشتمل بر ۲۸ دانش‌آموز پسر به شیوه نمونه‌گیری دردسترس از جامعه آماری دانش‌آموزان مدارس راهنمایی تحصیلی پسرانه با امکانات رایانه‌ای مناسب، در طول یک سال تحصیلی انجام داده است. در گروه آزمایش ۱۰ جلسه آموزشی به جای کلاس‌های درسی به شیوه سخنرانی در کارگاه رایانه با استفاده از نرم‌افزار جنوجبرا^۱ به اجرا درآمد. همچنین دانش‌آموزان موظف به شبیه‌سازی مسائل و تمرین‌های کتاب درسی به عنوان تکلیف شب در نرم‌افزار بودند.

جهت کنترل پیشرفت یادگیری مهارت‌ها در دانش‌آموزان، در ابتدای سال تحصیلی، پیش‌آزمون و در انتها پس‌آزمون برگزار شد. داده‌ها با آزمون کواریانس چندگانه (MANCOVA) برای بررسی فرضیه اصلی پژوهش و آزمون آماری کواریانس تک متغیره (ANCOVA) برای تحلیل رشد هر یک از مهارت‌ها مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج به دست آمده از آزمون کواریانس چندگانه با اطمینان ۹۹ درصد فرضیه اصلی پژوهش را مبنی بر موثرتر بودن یادگیری مهارت‌های هندسی با کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا را نسبت به کلاس‌های متداول به شیوه سخنرانی تایید کرد. از طرفی نتایج آزمون کواریانس تک متغیره برای بررسی فرضیه‌های جزئی پژوهش نشان داد به جز در مهارت‌های منطقی که تفاوت چندانی بین گروه آزمایش و کنترل مشاهده نشد، در چهار مهارت دیگر، با اطمینان ۹۹٪ ($\alpha = 0.01$) تفاوت قابل توجهی بین دانش‌آموزانی که از نرم‌افزار استفاده کرده‌اند و گروه کنترل مشاهده شد.

این پژوهش‌گر به منظور تبیین کامل‌تر پدیده‌ها در فرآیند آموزش و نتیجه‌گیری صحیح، از یافته‌های کیفی بهره جست. پژوهش‌گر با مستندسازی مشاهدات، تحلیل فیلم‌های ضبط شده از کارگاه‌های رایانه، تحلیل نظرسنجی از دانش‌آموزان و مصاحبه نیمه‌ساختاری از برخی دانش‌آموزان به صورت مطالعه موردی، داده‌های کیفی را تامین کرد. داده‌ها پس از مستندسازی، مقوله‌بندی، اهمیت‌بخشی و تفسیر، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج حاصله فرضیه اصلی پژوهش را تایید کرد. همچنین رشد هر یک مهارت‌های هندسی را به طور نسبی نشان داد.

از نتایج فرعی پژوهش اهمیت توجه به حوزه‌های مختلف اهداف آموزشی و ارتباط متقابل مهارت‌های هندسی و اثر تقویتی آن‌ها بر روی هم بود. همچنین توجه به رشد همگون در تقویت ابعاد شناختی و عاطفی لازم دیده شد. و از طرفی تقویت دو بعد شهود و تجرد در دانش‌آموزان مورد تاکید قرار گرفت.

¹ GeoGebra

فصل اول: معرفی پژوهش

هم‌پای پیشرفت‌های روز افزون فن‌آوری اطلاعات و ارتباطات، کاربرد آن نیز در آموزش توسعه یافته است. هم‌چنین با تأسیس رشته‌های آموزش ریاضی که تلفیقی از علوم ریاضی و علوم تربیتی است، پژوهش‌های برنامه‌ریزی درسی و آموزش ریاضی با دقت و جهت‌گیری مشخص پیشرفت کرده است. ترکیب این دو جهت‌گیری پژوهشی موجب رشد و توسعه زمینه‌های جدید آموزش شده است. در آموزش ریاضیات نیز پژوهش‌های زیاد در زمینه‌ی کاربرد فن‌آوری در آموزش انجام شده است و شاخه‌های جدیدی از آموزش را به وجود آورده است. در این راستا ابزارهای خاصی مبتنی بر ICT برای آموزش بهتر به وجود آمده است. نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا نیز یکی از این نمونه‌ها است. این نرم‌افزارها فرصتی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌آورد تا آن‌ها مفاهیم هندسی را خود با شبیه‌سازی در رایانه تجربه کنند و درک عمیق‌تری از مسئله پیدا نمایند.

قابلیت‌های موثر آموزشی این محیط بر مباحث دیگر آموزش ریاضی مثل جبر، حساب و آمار نیز سایه افکنده است. به عنوان مثال دانش‌آموزان قادر خواهند بود به هنگام محاسبه‌ی انتگرال یک تابع، تعبیر هندسی آن را نیز مشاهده کرده و با تغییر متغیرهای سازنده مسئله، حالت‌های مختلف آماری را بررسی کنند. در هندسه‌ی پویا به دانش‌آموز فرصت داده می‌شود تا با کم کردن فرض‌های ناخواسته و محدودیت‌های ترسیمی در فضای کاغذ و قلم، با دقت بیشتر و در فضایی هوشمند و آزاد به شبیه‌سازی و بررسی مسائل بپردازد. در این محیط امکان دیدن خواص اشکال هندسی بیشتر شده و دانش‌آموز می‌تواند مسائل را واقعی‌تر از آنچه در گذشته دیده می‌شد، درک کند.

مطالعات انجام گرفته در استفاده از فن‌آوری در آموزش ریاضی با تحقیقاتی که در مورد آموزش انجام گرفته و یادگیری ریاضی مرتبط شده است. هم‌چنین دستاوردهای جالبی در ارتباط با کاربرد فن‌آوری بدست آمده است. این دستاوردها نشان از موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان دارد. چازان (۱۹۹۰)، هانافین و اسکات (۱۹۹۸) در مطالعات خود اذعان داشتند استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا تاثیر بیشتری بر عملکرد دانش‌آموزان دارد.

از آن جا که محققان دریافتند برهان آوردن و استدلال برای بسیاری از دانش‌آموزان دشوار است، (هویلز ۱۹۹۷ و هانا ۱۹۹۸) موقعیت‌هایی را طراحی کردند که ضمن ایجاد انگیزه، به تقویت قدرت استدلال و مهارت بحث کردن کمک کند. یکی دیگر از عواملی که به امر اثبات کمک می‌کند، اقناع است. این که دانش‌آموز پیش از استفاده از برهان‌های هندسی خود نسبت به درستی مسئله مطمئن باشد. گیلیس (۲۰۰۵) نشان داد استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا می‌تواند در این امر مفید واقع شود.

۱.۱ بیان مسئله

نتایج حاصل از سومین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم (تیمز^۱)، نشان داد که عملکرد دانش‌آموزان ایرانی نسبت به دانش‌آموزان سایر کشورهای جهان، ضعیف است و با متوسط جهانی، فاصله زیادی دارد. این مطالعه، مهم‌ترین و بزرگ‌ترین مطالعه این انجمن در دهه ۹۰ بود و نزدیک به ۴۱ کشور عضو انجمن، در آن شرکت داشتند. همه کسانی که به نحوی با آموزش ریاضی در کشور ما در ارتباط هستند، در پی کسب این نتایج ضعیف، به جستجوی علل این نتیجه غیرمنتظره پرداختند. در این راستا نخست می‌توان به عدم انطباق برنامه درسی با شرایط، نیازها و علایق یادگیرندگان، محدودیت‌های استفاده از فن‌آوری و عدم تخصص معلم‌ها در استفاده از روش‌های نوین آموزشی اشاره کرد. (صیادی)

در بررسی علل پائین بودن سطح یادگیری هندسه توجه به این پنج مهارت لازم است. نتایج آزمون تیمز نشان می‌دهد دانش‌آموزان مهارت‌های دیداری مانند تصویرسازی و تجسم دچار ضعف هستند، همچنین در ایجاد ارتباطات کلامی مانند توصیف، درک متن صورت مسئله، و استفاده صحیح از اصطلاحات مشکل دارند. در حوزه ترسیم نیز با توجه به محدود بودن موارد ترسیمی در کتاب‌های درسی این مهارت نیز مغفول مانده است. تجربه نشان می‌دهد با وجود تاکید کتاب‌های درسی و بیشتر از آن معلمین دوره راهنمایی بر اثبات و حل مسئله در سال‌های گذشته، به دلیل عدم ارتباط دانش‌آموزان با مسئله، اغلب پیش از آن که به اثبات آن بپردازند، نسبت به صحت مسئله قانع نمی‌شوند و روش‌های اثبات را به حافظه می‌سپارند بدون آن که درک درستی از آن داشته باشند.

استفاده صحیح از فن‌آوری در آموزش می‌تواند فرصتی برای رفع نواقص موجود در نظام آموزشی باشد. پیشرفت‌های اخیر به دست آمده در حوزه آموزش ریاضی مبتنی بر ICT نتایج مثبتی را در بر داشته است که مطالعه و تلاش برای بومی کردن آن‌ها می‌تواند مشکلات آموزشی را در کشورمان تا حد قابل توجهی برطرف نماید. علاوه بر این، نتایج تحقیقات در کشورهای توسعه یافته حاکی از لزوم توجه به تجربه شخصی دانش‌آموز از مفهوم آموزشی است. این امر موجب تعمیق مفاهیم برای دانش‌آموز خواهد شد. یکی از بارزترین دستاوردهای فن‌آوری نوین که توجه بسیاری از مجامع علمی را به خود جلب کرده است، ارائه نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا به جامعه آموزش ریاضی می‌باشد. در پژوهش حاضر محقق، در پی یافتن راهی برای کاستن مشکلات موجود در استفاده از فن‌آوری در یادگیری اهداف آموزشی است.

¹ TIMSS (Third International Mathematics and Science Study)

۱.۲ اهمیت و ضرورت پژوهش

تحقیق پیرامون موضوع هندسه‌ی پویا از سال ۱۹۸۲ در کشورهای توسعه یافته شروع شد و با تولید نرم‌افزارهای تخصصی در این زمینه بر تعداد آن افزوده شد، به طوری که تا کنون ده‌ها پایان نامه دکترا در این خصوص انجام شده است. بیش از ۴۰ کشور در این زمینه به طور جدی با هم در حال فعالیت و تبادل نظر هستند. همه ساله، فصل بهار، انجمن ملی معلمان ریاضی^۱ (NCTM) مجموعه‌ای از مقالات حاوی جدیدترین مطالب مربوط به آموزش ریاضی را در قالب سالنامه منتشر می‌کند. در سال ۱۹۸۷، موضوع این سالنامه هندسه بود (لیندکوست^۲ و شالته^۳). از ۲۰ مقاله‌ی این سالنامه، تنها ۲ مقاله‌ی آن به یادگیری هندسه از طریق رایانه پرداخته بود و هیچ یک از مقالات دیگر ایده‌ی نرم‌افزاری هندسی بر پایه‌ی حرکت تصاویر را مورد بحث قرار نداده بودند. اکنون پس از ۳۰ سال شرایط کاملاً تغییر کرده است. چندین سال است که فعالیت‌های انجام شده مرتبط با هندسه‌ی پویا، هر ماه توسط یکی از مجلات NCTM تحت عنوان "معلمان ریاضی" ارائه می‌شود. موسسات تحقیقاتی و آموزشی معتبر مانند انجمن معلمان ریاضی آمریکا (NCTM) و موسسه‌ی رویال انگلیس بسیاری از طرح درس‌های آموزشی خود را معطوف به هندسه‌ی پویا کرده‌اند. در کنفرانس‌های سالانه NCTM مقالات بسیاری در این زمینه منتشر می‌شود. کنفرانس CADGME در جولای ۲۰۰۹ به طور تخصصی بر نرم‌افزارهای جبر رایانه‌ای و هندسه‌ی پویا تاکید داشت و در آن با بیش از ۵۰ مقاله ارائه شد. که این در نوع خود بی‌نظیر بود.

به دنبال نتایج به دست آمده از تحقیقات و اثرات مفید آموزشی این گونه نرم‌افزارها بر فرآیند یاددهی - یادگیری، در بسیاری از کشورها از جمله آمریکا و انگلیس هندسه‌ی پویا به برنامه‌ی درسی مدارس وارد شده است. رشد چشم‌گیر در میزان یادگیری دانش‌آموزان، محققان را بر آن داشته است تا در مورد نحوه عملکرد و تاثیرگذاری این موضوع دست به مطالعه و پژوهش بیشتر بزنند. در ایران نیز ۷ سال است این موضوع مطرح شده و در سه سال اخیر در کنفرانس‌های آموزش ریاضی مقالاتی در این زمینه ارائه شده است. برخی مدارس نیز از این روش برای آموزش استفاده می‌کنند. در حالی که هنوز برای این منظور، به درستی سازمان‌دهی نشده‌اند. با توجه به آمار منتشر شده در میزان استفاده از این محیط آموزشی و حجم کار علمی صورت گرفته، ضروری است دانشجویان و اساتید مربوطه به شناخت و تحقیق در مورد اثرگذاری این ابزار آموزشی اقدام نمایند.

تحقیق در زمینه‌ی هندسه‌ی پویا، به نفع سه گروه است. گروه اول معلمانی هستند که درگیر استفاده از شیوه‌های نوین آموزشی می‌باشند. اینان می‌توانند اشکالات مربوط به موارد استفاده‌ی نادرست از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا را اصلاح کنند. و منشاء ایده‌های مفید در عملکرد ترسیمی دانش‌آموزان‌شان باشند. دسته‌ی دوم طراحان آموزشی

¹ National Council of Teachers of Mathematics

² Lind quest

³ Shalte

هستند که به نوشتن کتاب‌های درسی برای تدریس هندسه به روش متداول و سنتی عادت کرده‌اند. اینان می‌توانند با طرح تمرین‌های جدید و مناسب که مورد نیاز دانش‌آموزان می‌باشد، از هندسه‌ی کمک بگیرند. و دسته‌ی سوم طراحان نرم‌افزارهای آموزشی هستند که در پی تولید نرم‌افزارهای استاندارد می‌باشند. اینان نیز می‌توانند در تولیدات خود از تصویرهای هندسه‌ی پویا استفاده کنند.

هم‌چنین نتایج این پژوهش دانش و تجارب ما را در مورد استفاده صحیح از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در کلاس‌های درس هندسه افزایش می‌دهد، یعنی درک این که چه چیزی به دانش‌آموزان برای یادگیری مفاهیم هندسی با رویارویی با شکل‌های پویا در محیط نرم‌افزار کمک می‌کند. و با بهره‌گیری از تجربه‌های به دست آمده می‌توان برای افزایش مهارت استدلال دانش‌آموزان در رابطه با برهان‌های هندسی، یاری جست. در نهایت با رسیدن به پاسخ سوال‌های مطرح شده در این تحقیق روش‌های رسیدن به اهداف یادگیری ارتقاء می‌یابد.

با توجه به فعالیت‌هایی که محقق در سال‌های اخیر در خصوص مطالعه مبانی نظری و استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در کلاس‌های درس هندسه داشته است، اجرای این طرح می‌تواند به طور عملی پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان را در این درس محقق سازد.

۱.۳ اهداف و فرضیه‌های پژوهش

هدف پژوهش بررسی استفاده از نرم‌افزارهای نوین در آموزش هندسه به منظور غنی کردن شیوه‌های آموزشی است. برای این منظور اثر استفاده از این دسته از نرم‌افزارهای بر یادگیری مهارت‌های هندسی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

فرضیه‌ی اصلی پژوهش عبارت است از:

"یادگیری مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان در محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است."

فرضیه‌ی اصلی پژوهش به پنج فرضیه‌ی جزئی نیز تقسیم شده‌اند:

(۱) یادگیری مهارت‌های منطقی در محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

(۲) یادگیری مهارت‌های دیداری در محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

(۳) یادگیری مهارت‌های کلامی در محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

(۴) یادگیری مهارت‌های ترسیمی در محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

(۵) یادگیری مهارت‌های کاربردی در محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

۱.۴ تعریف اصطلاحات پژوهش

هندسه پویا

هندسه‌ی پویا یا هندسه دینامیکی^۱ یک رویکرد نوین آموزشی است که قبلاً نیز جهت طراحی ابزار دینامیکی صنعتی مورد استفاده قرار می‌گرفته است. در سال‌های اخیر با توسعه امکانات نرم‌افزاری، محیط‌های دینامیکی کارآمدی برای شبیه‌سازی مسائل هندسه در رایانه فراهم شده است. در این محیط دانش‌آموزان قادرند شکل‌های هندسی را شبیه‌سازی و هنگام ترسیم یا پس از آن اجزاء شکل را جابجا کنند. در صورتی که دانش‌آموز در پیاده‌سازی شکل در محیط نرم‌افزار اصول هندسی را رعایت کرده باشد، با جابجایی شکل، ساختار اصلی و ذاتی شکل باقی می‌ماند. به عنوان مثال زمانی که دانش‌آموز یک مثلث متساوی‌الساقین را با استفاده از امکانات پرگار و خط‌کش تعبیه شده در نرم‌افزار ترسیم کند، پس از ترسیم، با تغییر نقاط اصلی، مثلث تغییر موقعیت می‌دهد، بدون آن که شکله‌ی خود را از دست بدهد. در چنین حالتی اگر دانش‌آموز خطوط دیگری را نیز بر شکل اصلی سوار کند، قضایای هندسی نسبت به هر حالت قرارگیری شکل اولیه درستی خود را حفظ خواهند کرد. اما در صورت وجود نقص در هر یک از مراحل ترسیم، جابجایی شکل، موجب از بین رفتن سازه‌ی اصلی شده و لذا شکل جدید ویژگی‌های مثلث متساوی‌الساقین را نخواهند داشت. به این ترتیب دانش‌آموزان در این محیط آموزشی می‌توانند تصویری پویا از مسئله را مشاهده کنند و با آن دست به آزمایش‌های شخصی بزنند.

در هندسه‌ی پویا درک انتزاعی از درک شهودی حاصل می‌شود. در این هندسه، عناصر و شکل‌ها به عنوان نماینده‌ای از ریاضیات صوری به فراگیران کمک می‌کند تا به مفاهیم عینیت بخشند و به فراگیری هندسه صوری با یک درک شهودی بپردازند. روان‌شناسی یادگیری و پیازه به عنوان پیش‌تاز آن، درک شهودی را به عنوان پله اول درک انتزاعی پیشنهاد می‌کند.

محیط‌های هندسه‌ی پویا

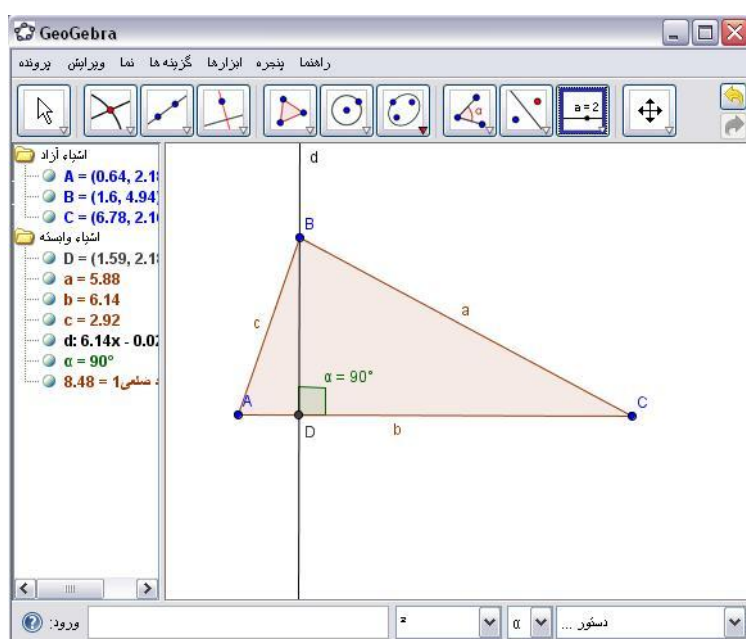
مقصود از محیط هندسه پویا^۲ محیط آموزشی است که در آن امکان ایجاد شکل‌های پویای هندسی وجود دارد. این محیط می‌تواند به صورت مجازی مانند نرم‌افزارهای هندسه پویا، یا به صورت واقعی مانند کارگاه‌های مجهز به ابزارآلات و اتصالات دینامیکی برای شبیه‌سازی مسائل باشد

¹ Dynamic Geometry

² Dynamic Geometry Environment

نرم افزارهای هندسه‌ی پویا

نرم افزار هندسه پویا^۱ محیط مجازی مبتنی بر رایانه است که به کاربر این امکان را می‌دهد که یک شکل هندسی را دقیق رسم کند و با جابجا کردن آن حدس‌های خود را بررسی نماید. در نرم افزارهای هندسه پویا علاوه بر امکان ترسیم و جابجایی عناصر شکل، دانش‌آموز می‌تواند مکان هندسی نقاط خاص را مشاهده و مراحل ترسیم را مرور کند، محاسبات عددی را انجام دهد و به نقاط شکل مورد نظر امکان حرکت دهد. از طریق ماکرو انجام مراحل مشابه را به نرم افزار آموزش دهد. به علاوه در محیط‌های نرم افزاری به دلیل نبود محدودیت‌های فیزیکی امکان شبیه‌سازی اغلب مسائل هندسی وجود دارد. نرم افزارهای اسکچ‌پد^۲، کبری^۳ و جئوجبرا^۴ نمونه‌هایی از نرم افزارهای هندسه‌ی پویا محسوب می‌شوند.



مهارت‌های هندسی^۵

مطابق نظر هوفر (۱۹۹۱) مهارت‌های هندسی به ۵ دسته اصلی تقسیم می‌شوند. این ۵ دسته شامل مهارت‌های دیداری، منطقی، ترسیمی، کلامی، کاربردی می‌شود. کلیه اعمال مورد نظر دانش‌آموزان در یادگیری هندسه در این مهارت‌ها گنجانده می‌شوند.

^۱ Dynamic Geometry Software

^۲ Geometer's Sketchpad

^۳ Cabri Geometry

^۴ GeoGebra

^۵ Geometry Skills

تعریف عملیاتی مفاهیم پژوهش

محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا

محیط مذکور، محیط آموزشی ویژه‌ای است که بنیان آن را کلاس‌های متداول و سنتی تشکیل داده است و نرم‌افزار هندسه‌ی پویا به تدریج در آن وارد می‌شود. تفاوت این محیط با محیط خالص آموزشی هندسه‌ی پویا در این است که در محیط آموزشی هندسه‌ی پویا تنها از ابزار هندسه‌ی پویا استفاده می‌شود اما در کلاس‌های غنی شده در کنار مفاهیم هندسه پویا، عناصر کلاس‌های سنتی وجود دارد و به شکل برنامه‌ریزی شده با حفظ نقاط قوت کلاس‌های سنتی، از برنامه‌های مبتنی بر محیط‌های آموزشی هندسه‌ی پویا به صورت تلفیقی^۱ استفاده می‌شود.

در پژوهش حاضر به منظور غنی کردن کلاس با نرم‌افزار، برنامه‌های زیر به اجرا درآمد:

۱. ده جلسه کارگاه رایانه برگزار شد.
۲. در مدت سال تحصیلی دانش‌آموزان تکالیف خود را در نرم‌افزار نیز شبیه‌سازی می‌کردند.
۳. در کلاس‌های درسی نیز به مفاهیم پویای اشکال اشاره می‌شد.

نرم‌افزار هندسه پویا

نرم‌افزاری که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است، نسخه ۳.۰ نرم‌افزار جئوجبرا می‌باشد. این نرم‌افزار توسط تیم متخصص به سرپرستی مارکوس هوهن‌وارتر و حمایت دانشگاه سالزبورگ اتریش و دانشگاه فلوریدای امریکا طراحی و تولید شده است. طراحان این نرم‌افزار برای تولید آن از تجربیات تولید چندین نرم‌افزار دیگر بهره گرفته‌اند. تصویر زیر محیط آموزشی این نرم‌افزار را نشان می‌دهد.

فعالیت‌های مورد استفاده در این تحقیق توسط نرم‌افزار جئوجبرا طراحی شده است. محیط این نرم‌افزار بسیار ساده بوده، در عین حال به موضوعات کتاب درسی پوششی مناسب می‌دهد. در این نرم‌افزار کلیه امکانات برای بررسی‌های تحلیلی و ترسیمی در حد استفاده دانش‌آموزان فراهم شده است. نرم‌افزار جئوجبرا در مقایسه با دیگر نرم‌افزارها از لحاظ توانمندی‌های ترسیمی، ظاهر، وسعت عمل، محتوای آموزشی برای معلمان و دانش‌آموزان، ارتباط با کاربران، خروجی جاوا، هزینه و به روز بودن مناسب‌ترین نرم‌افزار محسوب می‌شود. این نرم‌افزار از بین بیش از ۲۰ نرم‌افزار مشابه انتخاب شده است. نسخه ۳.۰ این نرم‌افزار تولید سال ۲۰۰۸ از زبان فارسی نیز پشتیبانی می‌کند. که این پژوهش‌گر به عنوان مترجم نرم‌افزار معرفی شده است.

¹ Blending

فصل دوم: مرور بر مبانی نظری و پیشینه پژوهش

۲.۱ مبانی نظری یاددهی و یادگیری

مقدمه

استفاده از روش‌های خاص آموزشی به کمک نرم‌افزارهای هندسه پویا، مستلزم شناخت صحیح از مبانی نظری مرتبط با آن است. زمانی که این شناخت با تجربه‌های کنترل شده همراه شود، امکان حل مشکلات و اختلالات آموزشی در یادگیری دانش‌آموزان فراهم خواهد آمد.

در این رابطه استوارت (۱۹۹۷) معتقد است:

دانش‌آموزان به طور طبیعی به جالب و کاربردی بودن مفاهیم در هندسه پی‌می‌برند، ولی مطالعه هندسه به شکل رسمی، مشکل و ناقص است. اخیراً تحقیقاتی به شکافی که بین فلسفه و ریاضیات انجام گرفته معطوف شده است. کاربرد این گونه تحقیقات، نوآوری در یک جهش از روی‌کرد سخت‌گیرانه‌ی استدلال‌های استنتاجی به روش پویا که به ساختن‌گرایی تعلق دارد، منجر شده است.

در این فصل ابعاد مختلف نظری در حوزه یادگیری مورد بحث و بررسی قرار خواهند گرفت.

۲.۱.۱ نظریه‌ی ساختن‌گرایی در یادگیری

در نظریه‌ی ساختن‌گرایی یادگیری از طریق دریافت حقایقی که توسط مربی آموزش داده می‌شود و توسط محصل به شکل منفعل دریافت می‌شود انجام نمی‌گیرد بلکه از طریق یک فرآیند فعال که خود در ساختن دانش و آگاهی علمی خویش در تعامل با محیط آموزشی مشارکت می‌کند، یادگیری‌اش ساخته می‌شود. (پاتریکا ۲۰۰۱) بنا بر این وقتی ما در کلاس به درس معلم گوش می‌کنیم یادگیری ما به وسیله و در جریان ساختن درک خودمان از شنیده‌ها می‌باشد که معلم به ما القاء می‌کند. یادگیری از طریق ساختن‌گرایی بیان می‌کند یادگیرنده در فرایند یادگیری نقش فعال دارد و آن‌ها را قادر می‌سازد دانش و فهم خود را به واسطه‌ی تجربه از جهان بسازند. دانش‌آموزان در روی‌کرد ساختن‌گرایی دارای نقش‌هایی زیر هستند:

۱. یادگیرندگان خبره
۲. دارای مهارت‌های حل مسئله
۳. خلق‌کننده دانش جدید
۴. عضو فعال در فرایند یادگیری
۵. کنترل‌کننده
۶. مشارکت‌کننده در گروه‌های هم‌تا

یادگیری مبتنی بر روی‌کرد ساختن‌گرایی با یادگیری سنتی تفاوت‌های فراوانی دارد. در جدول زیر به مواردی از آن اشاره شده است:

جدول ۲-۱: مقایسه‌ی کلاس‌های سنتی و کلاس‌های مبتنی بر روی‌کرد ساختن‌گرایی

کلاس‌های سنتی	کلاس‌های مبتنی بر ساختن‌گرایی
تاکید روی مهارت‌های پایه	تاکید روی مفاهیم اساسی
تاکید به ارزش‌های ثابت و سطح بالا	توجه به سوالات، علایق و ارزش‌های دانش‌آموز
نقش معلم دستور دهنده و ریشه در قدرت	نقش معلم تعاملی و ریشه در مذاکره دارد
دانش ساکن	دانش دینامیک و پویا
یادگیری از طریق آزمون و پاسخ صحیح	ارزیابی شامل مشاهدات، دیدگاه‌های دانش‌آموز
یادگیری بر اساس تقلید و تکرار	یادگیری تعاملی و ساخت دانش توسط دانش‌آموز
کار به صورت فردی	کار به صورت گروهی
مواد قابل دست‌کاری و مواد اولیه	مواد یادگیری: کتاب‌های درسی و کتاب‌های کار

از فواید یادگیری مبتنی بر ساختن‌گرایی می‌توان موارد زیر را نام برد:

۱. یادگیری قابل انتقال
۲. یادگیری همراه با فهم و تفکر
۳. دانش آموزان مالک یادگیری خود
۴. یادگیری در زمینه‌های معتبر (سوال کردن، حس، کنجکاوی، تفسیر)
۵. تاکید بر مهارت‌های اجتماعی و تبادل عقاید

با وجود ویژگی‌های فراوان در نظریه‌ی ساختن‌گرایی و تاثیر آن در یادگیری اشکالاتی در آن مطرح می‌گردد که از آن می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

۱. نخبه‌گرایی
۲. حمایت بیش از اندازه از فکر گروهی
۳. غیر مسئول بودن در مقابل پیشرفت دانش آموزان
۴. عدم اصالت به وجود ساختار دانش خارج از ذهن دانش‌آموز

بروسیو^۱ (۱۹۹۷) معتقد است، معلم باید شرایط کلاس را به گونه‌ای فراهم کند که دانش‌آموزان بتوانند، در فهم مطالب مورد نظر پیشرفت کنند. ممکن است سازه‌های فکری هر دانش‌آموزان با آن چه که مورد نظر معلم است اندکی متفاوت باشد. در نظریه‌ی موقعیت استدلال^۲ بروسیو یک گام با نام « موقعیتی برای رسمی کردن^۳ » وجود دارد که در آن معلم با هدایت دانش‌آموزان سازه‌های مرتبط با ساختار دانش را شکل داده تا جنبه رسمی و بین‌المللی پیدا کنند.

ساختن‌گرایی قدمت دیرینه و ریشه در صحبت و گفتگوهای سقراط دارد که با استفاده از سئوالات هدایت شده به دانش‌آموزان کمک می‌کرد ضعف فکری و فهم خود را پیدا کنند و به تئوری رشد پیاژه که عقیده داشت انسان توسط ساخت ساختارهای منطقی یکی پس از دیگری می‌آموزد بر می‌گردد. هم‌چنین به نظریه یادگیری از طریق تجربه‌ی دیوی، تغییر ساختار برنامه درسی برونر، یادگیری معنی‌دار آزوبل و منطقه تقریبی رشد و یادگیری اجتماعی ویگوتسکی مرتبط است.

در پژوهش حاضر فعالیت‌های آموزشی طوری طراحی شده‌اند که دانش‌آموزان بتوانند در محیط پویا و در تعامل با نرم افزار خود دانش را فراگیرند. هم‌چنین محیط اجتماعی ایجاد شده بر توسعه یادگیری بر اساس نظریه‌ی ساختن‌گرایی کمک خواهد کرد.

¹ Brousseau

² Didactical situations

³ Situation For Institutionalization

۲.۱.۲ نظریه‌ی رشد شناختی برونر

برونر معتقد بود کودکان در سه مرحله‌ی نسبتاً متمایز رشد، جهان هستی را در ذهن خود بازنمایی می‌کنند. مراحل رشد ذهنی برونر به قرار زیرند: (روانشناسی پرورشی، سیف، صفحه ۲۲۲)

۱) مرحله‌ی بازنمایی تصویری یا تجسمی^۱

در این مرحله کودک رویدادهای زندگی خود را غالباً به صورت تصاویر ذهنی حفظ می‌نماید. مانند کودکی که یک حادثه را با کشیدن صحنه می‌کشد و یا به یاد می‌آورد. بسیاری از مردم مانند جراحان، ورزش‌کاران، نوازندگان موسیقی، و بازی‌گران تئاتر و سینما از شیوه‌ی بازنمایی تصویری بسیار بهره می‌برند. این نوع از بازنمایی بعداً در خصوص تقویت مهارت‌های دیداری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲) مرحله‌ی بازنمایی حرکتی یا عملی^۲

در این مرحله، کودک رویدادهایی را که تجربه کرده است را به صورت پاسخ‌های حرکتی بازنمایی می‌کند. به عنوان مثال کودک خردسال نمی‌تواند محل خانه‌ی خود را برای شما بگوید، اما قادر است شما را از راهی که خود همیشه می‌رود به آن‌جا ببرد. این نوع از بازنمایی به کودکان منحصر نمی‌شود و برای بزرگسالان نیز موضوعیت دارد. بدیهی است رشد توانایی‌های کودک برای تفکر و یادگیری در الگوهای منطقی، از طریق تجربه کودک با اشیاء واقعی و دست‌ورزی حاصل می‌شود، زیرا کودکان از طریق فعالیت‌هایشان با اشیاء مختلف، می‌فهمند و درک می‌کنند، نه از طریق مشاهده اشیاء و یا چیزهایی که راجع به اشیاء به آن‌ها گفته می‌شود. یادگیری از طریق فعالیت دانش‌آموزان در تقویت مهارت‌های ترسیمی و کاربردی هندسی در فصول بعدی مورد توجه قرار خواهند گرفت.

۳) مرحله‌ی بازنمایی نمادی^۳

این مرحله با کسب یک نظام نمادی فرا می‌رسد. زبان عمده‌ترین نظام نمادی مورد استفاده‌ی انسان است. آدمیان به کمک زبان تجارب زندگی خود را به رمز در می‌آورند و آن را ذخیره می‌کنند. دانش‌آموزی که می‌تواند یک نقاشی را به طور کامل توضیح دهد بدون این که بتواند آن را بکشد یا تمام جزئیات آن را تجسم کند، در این مرحله قرار دارد. علاوه بر زبان، می‌توان از نمادهای دیگری نیز سود جست. از نظر برونر با افزایش سن و تجربه بر مقدار تفکر نمادی افزوده می‌شود. مهارت‌های کلامی و منطقی هندسه از این طریق بر یادگیری اثر خواهد گذاشت. بازنمایی نمادی در رشد مهارت‌های کلامی در هندسه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

^۱ Iconic

^۲ Enactive

^۳ Symbolic

۲.۱.۳ یادگیری از راه بینش

روان‌شناسان مکتب رفتارگرایی معتقدند برای مطالعه‌ی پدیده‌های پیچیده‌ی یادگیری باید آن‌ها را به اجزای ساده تجزیه کنند و از طریق مطالعه‌ی این اجزاء به شناسایی پدیده‌های پیچیده دست یابند. روان‌شناسان مکتب گشتالت مخالف روش این نوع تجزیه و تحلیل پدیده‌های روان‌شناختی هستند. به اعتقاد آن‌ها اندیشه‌های انسان از ادراکات کلی معنی‌دار تشکیل می‌شود نه از مجموعه‌هایی از تصاویر ذهنی جزئی که از راه تداعی به هم مرتبط می‌شوند.

ماکس ورتمایر^۱ و کوهرلر^۲ (۱۹۸۶) اولین کسانی بودند که ارتباط بین استدلال‌های هندسی و ادراک دانش‌آموزان را مورد توجه قرار دادند. دیدگاه اصلی آن‌ها در این است که راه حل مسئله، بدون درک حقایق مطلق برآمده از شکل هرگز یافته نمی‌شود. زمانی که ما توجه خود را به درستی، نسبت به ظاهر مسئله، جهت‌گیری می‌کنیم، زمانی ناگهان ذهن ما تغییر می‌کند و وسعت می‌یابد و مواد ابتدایی داده شده بازسازی می‌شوند.

کثرت مشاهده‌ی دانش‌آموزان در در محیط‌های نرم‌افزاری هندسه موجب فراهم شدن چنین تجربه‌ای خواهد بود. در چنین شرایطی دانش‌آموزان بر اساس فرآیندهای طبیعی تفکر، مسائل را حل می‌کنند. موضوع درسی برای آن‌ها قابل درک می‌گردد.

به نظر مایکل ورتمایر^۳ روش منطقی به بینش نمی‌انجامد و توانایی حل مسئله را افزایش نمی‌دهد. برای کسب بینش که مستلزم درک و فهم مطالب است یادگیرنده نیاز ندارد و نباید منطقی عمل کند، بلکه باید به طور شناختی اجزای مسئله را بازسازی و مرتب کند تا این که راه حل مبتنی بر فهم مسئله را به دست آورد. این که این عمل چگونگی وقوع این عمل از دانش‌آموزی به دانش‌آموز دیگر فرق می‌کند. (هرگنهان و السون، ۱۹۹۷)

ورتمایر هم‌چنین یادگیری به روش تداعی‌گری را نیز مورد انتقاد قرار می‌دهد. این روش عموماً بر یادگیری پیوندهای بین محرک و پاسخ از راه تمرین، حفظ کردن و تقویت بیرونی تاکید می‌ورزد. ورتمایر این نوع یادگیری را در قیاس با یادگیری از راه بینش، کم اهمیت می‌داند. او بر این باور بود که روش‌های آموزشی وابسته به تداعی‌گری و مبتنی بر منطق نه تنها در افزایش درک و فهم دانش‌آموزان کمک چندانی نمی‌کنند، بلکه به مقدار زیاد مانع از آن می‌شوند. (روان‌شناسی پرورشی، سیف، ص ۲۶۹)

ورتمایر قوانینی را که در آن ذهن انسان به طور طبیعی طی می‌کند را از قوانین گشتالت مورد توجه قرار می‌دهد. این سه قانون، در استدلال‌های هندسی مهم هستند و می‌توانند برای طراحی اجزای محیط‌های هندسه‌ی پویا مفید و کمک کننده باشند:

¹ Max Wertheimer

² Wolfgang Kohler

³ Michael Wertheimer

۱. مجاورت^۱: پدیده‌ها و اموری که نزدیک به هم قرار دارند، بهتر و سهل‌تر آموخته می‌شوند.

۲. شباهت^۲: مطالب مشابه و همگون بهتر از مطالب نامشابه آموخته می‌شوند.

۳. تکمیل^۳: انسان به احساس کردن اشکال پیچیده به صورت یک شکل کامل تمایل دارد.

تاکید محیط‌های هندسه‌ی پویا بر حفظ کل در ذهن دانش‌آموز است. چرا که در این محیط همواره دانش‌آموز تصویری از شکل را در ذهن خود مجسم می‌کند. و برای بررسی هر یک از اجزای خواسته شده با درک صحیح از ارتباط آن با شکل اصلی به بررسی آن می‌پردازد.

به نظر روان‌شناسان گشتالت، هدف اصلی آموزش باید ایجاد توانایی درک مطلب در یادگیرندگان باشد نه فشار وارد ساختن بر آن‌ها برای حفظ کردن طوطی‌وار مطالب. (سیف ص ۲۷۱). به اعتقاد هیل (۱۹۸۰) تاکید روان‌شناسان گشتالت بر فهمیدن امور و درک روابط به صورت یک‌پارچه، از خدمات‌های بزرگ روان‌شناسی گشتالت به آموزش و پرورش بوده است.

فیشبین^۴ (۱۹۹۳) نیز تحت تاثیر نظریه یادگیری گشتالت موضوعات مطرح در استدلال‌های هندسی را منوط به توجه به دو عنصر زیر می‌داند:

۱. ویژگی‌های فضایی: مانند شکل، موقعیت و اندازه،

۲. کیفیت‌های مفهومی: مانند تجرد،

در بررسی‌های هندسی کافی است به دو وجه شکلی و مفهومی توجه شود. وجوه دوگانه‌ی فوق به کرات در یادگیری در محیط‌های هندسه‌ی پویا درک می‌شود. و دانش‌آموزان دائماً از حالت ۱ به ۲ و بالعکس در حرکتند. در ادامه‌ی این فصل به ابعاد متضاد یادگیری در ذهن انسان اشاره خواهد شد.

¹ Proximity

² Similarity

³ Closure

⁴ Fishbein

لحظه‌ی یادگیری

ویگوتسکی^۱ عنوان می‌کند، یادگیری به معنای آمادگی برای در چالش قرار گرفتن است. یادگیرنده هنگامی رشد می‌کند که از توانایی‌های کنونی خود پا فراتر نهد. روان‌شناس معروف سیکزنت میهالی^۲ (۱۹۹۰) نیز معتقد است یادگیری مطلوب در موقعیت فلو^۳ (تمرکز کامل در یادگیری) اتفاق می‌افتد. قرار گرفتن در موقعیت فلو یعنی هنگامی که انجام کاری برای ما آن قدر جذاب است که وقت و زمان را گم می‌کنیم موجب می‌شود که فرد احساس آرامش و آسایش را توأم با به چالش گرفتن ذهن تجربه کند. فلو یک حالت روحی است و زمانی رخ می‌دهد که دانش‌آموز چنان غرق در انجام فعالیت مورد علاقه خود باشد که متوجه گذشت زمان یا اتفاقاتی که در محیط اطراف خود رخ می‌دهد نشود. این فعالیت‌ها می‌تواند نوشتن یک نامه، نقاشی کردن و نواختن موسیقی باشد

این حالت هنگامی به انسان دست می‌دهد که یکی از هوش‌هایی که در آن قوی است، را برای حل مسئله یا انجام کاری فعال کرده باشد. این حالت در مدارس به علت تأکید بر فعال نمودن هوش‌های کلامی - زبانی و منطقی - ریاضی برای دانش‌آموزانی که در دیگر هوش‌ها قوی هستند رخ نمی‌دهد و ممکن است آن را خارج از مدرسه هنگامی که مشغول انجام فعالیت مورد علاقه‌ی خود هستند تجربه کنند و بسیاری از آن‌ها ممکن است به سن بزرگسالی برسند اما هیچ‌گاه این حالت را تجربه نکنند.

محیط‌های غنی هندسه‌ی پویا شرایط تحقق حالت فلو را بسیار خوب فراهم می‌آورند. چرا که در چنین محیط‌هایی امکان تطابق شیوه‌ی آموزشی با سبک یادگیری دانش‌آموز و علایق او وجود خواهد داشت. پژوهش‌گر با عنایت به این وضعیت در اجرای پژوهش حاضر، سعی در طراحی موقعیت‌های مناسب برای شکل‌گیری این حالت کرده است.

¹ Vygotsky

² Mihaly, Csikszent

³ Flow

۲.۱.۴ اهداف یادگیری در ریاضی

تعلیم ریاضی مساله‌ای فراتر از آموزش کاربرد انواع الگوریتم‌ها به دانش‌آموزان است. این مساله باید به رشد قابلیت درک و توصیف روابط میان نظریات و اشکال نیز بپردازد (اسکمپ، ۱۹۸۷). آماده‌سازی ذهنی دانش‌آموزان برای درک برخی از مفاهیم ساده و اساسی ریاضی مقدماتی، ایجاد و پرورش نظم فکری و درست اندیشیدن از طریق آشنایی با مفاهیم منطقی ریاضی، زمینه‌سازی برای استفاده از مفاهیم ریاضی در زندگی روزانه، منظم کردن دانسته‌های مختلف و متفرق و بازسازی آن‌ها، بالا بردن توان دانش‌آموزان در انجام فعالیت‌ها و محاسبات ساده و شفاهی ریاضی، پرورش قوای ذهنی و هماهنگی بین این قوا از طریق بالا بردن توانایی‌ها و دانسته‌های قبلی، گسترش مفاهیم زبانی و خزانه لغات و فرهنگ لغات ریاضی کودکان و کاربرد این فرهنگ در زندگی روزانه، فراهم آوردن پیش نیازهای لازم و مفید به منظور سرعت بخشیدن به آموزش ریاضی در آینده‌ی تحصیلی کودکان از اصلی‌ترین اهداف آموزش ریاضی محسوب می‌شود. (صیادی و معصومی)

در صورت آموزش صحیح ریاضی، فراگیران با آموختن این علم، هم قدرت تفکر منطقی خود را تقویت می‌کنند و هم نسبت به رفع نیازهای زندگی روزمره خود تواناتر می‌شوند و مقدمه‌ای برای موفقیت در دوره‌های بعدی محسوب می‌شود. هدف از آموزش ریاضی، علاوه بر آموزش مفاهیم ریاضی و محاسبات مورد نیاز روزمره، پرورش توانایی‌های ذهنی دانش‌آموز و ایجاد نظم فکری در دانش‌آموزان است. هدف از تدریس ریاضی پرورش قوای فکری، توانایی درست اندیشیدن، به کار بستن صحیح دانش و معلومات در حل مسایل روزمره و پرورش ذهن‌های خلاق و مبتکر است، نه محدود کردن آن‌ها به حفظ تعریف‌ها و قضیه‌های خشک ریاضی. بنابراین به هیچ وجه، نباید دانش‌آموز را به حفظ کردن قواعد ریاضی بدون درک آن‌ها، وا داشت.

اهداف آموزشی مطابق طبقه‌بندی بلوم^۱ در سه دسته شناختی^۲، عاطفی^۳ و روانی- حرکتی^۴، تقسیم می‌شوند. (سیف ۱۳۸۲). در ریاضیات نیز هدف‌های آموزش، مشابه طبقه‌بندی بلوم به سه دسته‌ی عمده‌ی محدود می‌شود: (زمانی- صیادی)

۱. هدف‌های شناختی
۲. هدف‌های عاطفی
۳. مهارت‌های ریاضی

¹ Bloom
² Cognitive
³ Affective
⁴ Psychomotor

هدف‌های شناختی

اهداف شناختی یا دانش نظری شامل اصطلاحات ریاضی؛ دانش مفاهیم؛ روندها و توالی‌ها؛ دانش معیارها؛ دانش حقایق و خاص؛ دانش قراردادهای دانش روش‌ها می‌شود. امروزه دیگر دانش به معنی واقعیت‌هایی که در قالب کلمات، جملات و پاراگراف نیست. اطلاعات روز افزونی به صورت شهودی و در قالب نمودارها، جداول و سایر روش‌ها نمایش داده می‌شود. اطلاعات از طریق این تصاویر به ذهن ما منتقل می‌شود. برخی از افرادی که به صورت خطی به مسائل می‌اندیشند ممکن است در فرآیندسازی اطلاعات گسسته در نمودارها ضعیف عمل کنند.

هدف‌های عاطفی

کلیه رفتارهایی که به علاقه، احساس، نگرش‌ها، باورها و ارزش‌ها مربوط می‌شوند، در این دسته قرار می‌گیرند. داشتن اعتماد به نفس، نداشتن اضطراب، قدرت تصمیم‌گیری هنگام حل مسایل ریاضی، نمونه‌هایی از توانایی عاطفی در ریاضیات است. به عنوان مثال اظهار ناامیدی نسبت به یادگیری ریاضیات، یک احساس عاطفی گرم، ولی منفی است. در مقابل داشتن این عقیده که فرمول‌های ریاضی را می‌توان حفظ کرد، یک عاطفه سرد محسوب می‌شود، زیرا فاقد احساس است. حیطه اهداف عاطفی در ریاضیات به باورهای فردی، نگرش‌های فرد نسبت به ریاضیات و احساساتی شامل احساس شادی از حل مسایل غیرعادی یا حظ هنری از استدلال و منطق ریاضی مربوط می‌شود.

مهارت‌های ریاضی

مهارت‌هایی که حاصل آموزش ریاضی است، شامل انواع مهارت‌های ذهنی، عملکردی، فرآیندی، موقعیتی و ارتباطی است که مهم‌ترین آن‌ها در چهار دسته زیر طبقه‌بندی می‌شوند:

۱. مهارت‌های ذهنی: به توانایی تفکر و تجسم اطلاق می‌شود و در آن دسته فعالیت‌های ریاضی که جنبه خلاقیت، ابداع، نوآوری، تجسم و غیره دارند، به کار می‌رود.
(به کارگیری ذهن برای حل مسئله)
۲. مهارت‌های عملکردی: به توانایی تبدیل مهارت ذهنی به عمل یا رفتار گفته می‌شود.
(انجام محاسبات چهار عمل اصلی)
۳. مهارت‌های فرآیندی: بر دانستن چگونگی انجام دادن فعالیت‌های شناختی دلالت دارد.
(توانایی رسم جدول و نمودار)
۴. مهارت‌های موقعیتی: این مهارت به دانستن این که چه هنگام، دانش‌های مختلف اجرا می‌شوند، ارتباط می‌یابد و به تشخیص اهمیت انجام کار دلالت دارد.

اهداف آموزشی در هندسه

هندسه نیز به عنوان بخشی از ریاضی می‌تواند سهم بسزایی در نیل به این اهداف داشته باشد، به خصوص این که درس هندسه به عنوان درسی بنیادی علاوه بر این که می‌تواند موجبات علاقه و رشد افراد در زمینه مشاغل سازنده‌ای چون معماری، تراش کاری، ریخته‌گری و سایر مشاغل تولیدی ایجاد کند، می‌تواند زمینه‌ی علاقه و رشد جوانان مستعد به ادامه تحصیل در رشته‌های فنی و مهندسی را نیز فراهم سازد. هندسه به عنوان بخشی از ریاضی، یکی از درس‌های مهم، مشکل و در عین حال پر جاذبه و شیرین دوران تحصیلی است و لازم است مورد توجه خاص قرار گیرد.

تاکنون انگیزه فراگیران در مطالعه‌ی هندسه، ترس از امتحان و به دست آوردن نمره قبولی بوده است، نه علاقه به درس و مطالعه و پیشرفت در این زمینه. هر گاه مفاهیم هندسه به شیوه عملی و کاربردی تدریس شود، ضمن این که برخی از مسایل درسی و یادگیری از پیش پا برداشته خواهد شد، در فراگیران شوق و علاقه به مطالعه و یادگیری این درس ایجاد و رشد خواهد یافت. اصولاً وقتی مفاهیمی که تدریس می‌شوند، در زندگی فراگیران معنی‌دار باشند و موافق درک و توانایی‌های آن‌ها ارائه شوند، فراگیران ضمن علاقه‌مند شدن به آن، عملاً مسئولیت بیشتری را در امر یادگیری بر عهده خواهند گرفت.

اهداف آموزشی در هندسه نیز همانند اهداف آموزش ریاضی تنها شامل اعمالی که توسط دانش‌آموز انجام می‌شود، نیست، بلکه تلفیقی است از اهداف شناختی، عاطفی و حس-حرکتی. هر کدام از مهارت‌های یادگیری در هندسه، با جنبه خاصی از مهارت‌های یادگیری در ارتباط هستند. این ارتباط‌ها در تحلیل داده‌های پژوهش مورد توجه قرار گرفته‌اند.

۲.۱.۵ هوش و خلاقیت

"تمام یادگیری‌ها دارای یک زیر بنای

هیجانی و عاطفی هستند." (افلاطون)

هوش مجموعه‌ی مهارت‌ها و توانایی‌هایی است که به افراد

امکان می‌دهد تا در هنگام مواجهه با مسائل، آن‌ها را درک و

حل کنند. با این تعریف، هر یک از زمینه‌های هوش، به طور مستقل عمل می‌کنند. مسلماً رابطه‌ای میان هوش و سایر عملکردهای ذهنی، مثل یادگیری و موفقیت در تحصیل، وجود دارد. یادگیری را می‌توان از دو نظر بررسی کرد و با هوش ارتباط داد. یکی رابطه هوش با سرعت یادگیری است، یعنی آیا کسی که باهوش است مطالب را سریع‌تر و بهتر می‌آموزد، به خاطر می‌سپارد و در صورت لزوم به یاد می‌آورد؟ دیگر ارتباط هوش با سطح پیچیدگی یادگیری است، یعنی آیا شخص باهوش برای یاد گرفتن مطالب پیچیده‌تر آمادگی بیشتری دارد؟

هوش یعنی توانایی‌های فرد برای تفکر منطقی، اقدام هدف‌مندانه و برخورد مؤثر با محیط. برآورد هوش چیزی جز برآورد استعداد یادگیری نیست. فعالیت‌های اساسی هوش عبارتند از عقل سلیم، شعور عملی، ابتکار، استعداد، انطباق خود با موقعیت‌های مختلف، درک، استدلال و خوب قضاوت کردن. از طرفی هوش یک مفهوم بی ثبات و وابسته به زمان است. به طور کلی می‌توان گفت هوش یعنی:

۱. تفکر انتزاعی
۲. یادگیری از تجربه
۳. حل مسائل از راه بینش
۴. سازگار شدن با موقعیت‌های جدید
۵. تمرکز و تداوم در به کار انداختن توانایی‌ها برای رسیدن به یک هدف مطلوب

بین روان‌شناسان، جدال‌های جدی بر سر این مسئله که چه چیزی به عنوان افزایش میزان IQ^۱ در نظر گرفته شود، وجود دارد برخی از محققان بر این باورند که ما اصلاً باهوش‌تر نمی‌شویم، بلکه فقط در حل برخی از مسائل خاص، مهارت می‌یابیم. با این وجود، برخی دیگر می‌گویند که، بازتاب افزایش IQ در دنیای واقعی را سنجش هوش دیده‌اند. از طرفی در سال‌های اخیر نوع دیگری از هوش به نام هوش هیجانی یا هوش احساسی مطرح شده است که بنیان‌گذار آن دانیل گلمن است.

هوش شناختی (IQ) شامل توانایی ما برای یادگیری، تفکر منطقی و انتزاعی است. در حالی که هوش هیجانی (EQ) به ما می‌گوید که چگونه از IQ در جهت موفقیت در زندگی استفاده کنیم. هوش هیجانی شامل توانایی فرد در جهت خودآگاهی هیجانی و اجتماعی است و مهارت‌های لازم در این حوزه‌ها را می‌سازد، همچنین شامل مهارت‌های فرد در شناخت احساسات خود و دیگران، داشتن مهارت در ایجاد روابط سالم با دیگران و حس مسئولیت پذیری در

¹ Intelligent Question

برابر وظایف می‌باشد (بلاک، ۱۹۹۵ به نقل از دهکردی، ۱۳۸۶). هوش هیجانی (یا EQ) شامل شناخت و کنترل هیجان‌های خود است. به عبارت دیگر، شخصی که EQ بالایی دارد سه مؤلفه هیجان‌ها را یعنی مؤلفه شناختی، فیزیولوژیکی و رفتاری را به طور موفقیت‌آمیزی با یکدیگر تلفیق می‌کند. به نقل از هیس (۲۰۰۱) هوش هیجانی یا احساسی شامل چهار توانایی است، که عبارتند از:

۱. تشخیص، درک و ابراز هیجانی (توانایی تشخیص هیجان‌ات در نقاشی، موزیک یا داستان)
۲. توانایی تفکر هیجانی (استفاده از عواطف و احساسات در تعقل و حل مسأله)
۳. فهم هیجانی (حل مسایل مربوط به عواطف و ارتباط بین عواطف)
۴. مدیریت هیجانی (درک و فهم اصول مربوط به اقدامات اجتماعی بر روی عواطف و هیجان‌ات و قانون حاکم بر نحوه‌ی کنترل آن در خود و دیگران)

هوش هیجانی (EQ) با هوش شناختی (IQ) از بعضی منظرها متفاوت از یکدیگر هستند. بر خلاف هوش شناختی که میزان سطح آن نسبتاً ثابت و ایستا می‌باشد و از سویی همبستگی کمی با موفقیت در زندگی دارد. سطح هوش هیجانی (EQ) را از طریق تعلیم و تربیت، مربی‌گری هدفمند، ابتکار عمل، توسعه و رشد یافتگی، می‌توان ارتقاء داد. اهمیت مهارت‌های هیجانی در مقایسه با مهارت‌های شناختی یکسان است. سمبل عقل بهره‌ی هوشی (IQ) و سمبل دل، هوش هیجانی (EQ) است. تلفیق این دو هوش در واقع تلفیق فکر و احساسات با یکدیگر است.

طراحی فعالیت در محیط‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا مستلزم توجه به قابلیت‌های ذاتی و اکتسابی دانش‌آموزان و فراهم کردن آگاهانه‌ی شرایط یادگیری برای آنان است. لذا پژوهش‌گر در اجرای طرح در طول سال تحصیلی به وضعیت هوش دانش‌آموزان در طراحی فعالیت‌ها و ایجاد موقعیت انتخاب برای دانش‌آموزان توجه داشته است.

خلاقیت یا آفرینندگی از جمله ویژگی‌های آدمی است که نه تنها به هوش بالاتر از متوسط، بلکه به داشتن انگیزه قوی نیاز دارد. برخورداری از هوش بالاتر از متوسط برای کارهای خلاقانه لازم است، اما کافی نیست. به نظر روان‌شناسان، هوش مهارتی همگراست^۱ که به رسیدن راه حل یا پاسخ منحصر به فرد معطوف است. در صورتی که آفرینندگی مهارتی واگراست^۲ که مستلزم ارائه پاسخ‌های گوناگون، نا متداول و بدیع است. آفرینندگی مستلزم آن است که شخص به تفکر واگرا بپردازد و برای حل یک مسئله ذهن خود را از راه حل‌های معمولی رها کند و به انواع راه‌حل‌ها و پاسخ‌های نوین دست یابد. از ویژگی‌های کارگاه‌های آموزشی مبتنی بر نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا ایجاد شرایط مساعد برای پرورش قوه‌ی خلاقیت دانش‌آموزان است. این ویژگی بعد از چند ماه آموزش در دانش‌آموزان به ایجاد موقعیت‌های خلاق و بازی گونه در تکالیف آن‌ها بروز کرد. که در فصل چهارم بیشتر به آن اشاره خواهد شد.

¹ Convergent

² Divergent

۲.۱.۶ سبک‌های یادگیری

سبک‌های یادگیری نیز به زبان ساده، رویکردها یا شیوه‌های متفاوت یادگیری هستند. کسب اطلاعات درباره سبک‌های یادگیری و هوش‌ها، برای هر کس، به ویژه افرادی که در یادگیری ناتوانند و دچار کم توجهی هستند، مفید است. آگاهی از سبک یادگیری دانش‌آموزان، به معلم کمک خواهد کرد تا استراتژی‌هایی که با آن‌ها سر و کار دارد را توسعه دهد، نقاط ضعف دانش‌آموزان را شناسایی کند و از توانایی‌های آنان بهره‌برداری نماید. دانش‌آموزانی که مجبورند هر روز با روشی ثابت مطالب را بیازموند، انگیزه خود را برای یادگیری به مرور از دست می‌دهند. به کارگیری سبک‌های یادگیری و نوع هوش به طرق متفاوت موجب می‌شود که معلمان محیطی ایجاد کنند که در آن فراگیرندگان بتوانند استعدادها و علائق خود را شناسایی کنند و با این شناخت، فعالیت‌ها را انتخاب کنند که این امر موجب شرکت فعال، اعتماد به نفس و رشد انگیزش در آن‌ها می‌شود.

اگر تدریس مدت‌ها به طول انجامد ولی شامل فعالیت‌هایی از سبک‌های یادگیری و توجه به نوع هوش باشد در این صورت دانش‌آموزان نه تنها احساس کسالت نمی‌کنند، بلکه این امر موجب قوی‌تر، انعطاف‌پذیرتر و صبورتر شدن آن‌ها نیز می‌شود. اجرای فعالیت‌ها و راهبردهایی که در بر گیرنده‌ی همه سبک‌ها و هوش‌ها باشد، دانش‌آموزان را هدایت می‌کند تا به یادگیری عمیق‌تر دست یابند و مباحث پیچیده را با آرامش بیشتری دریابند زیرا بدین ترتیب دانش‌آموزان محتوا را از ابعاد گوناگون و با علاقه پردازش نموده و درباره‌ی آن‌ها فکر می‌کنند.

آشنایی با سبک‌ها و هوش‌های یادگیری، تا حد زیادی به ایجاد آرامش در فراگیران کمک می‌کند، زیرا به تفاوت‌های فردی آنان در آموزش توجه می‌نماید. در روش‌های آموزشی بر اساس هوش دانش‌آموزان و سبک‌های یادگیری به خصوصیات شخصیتی و استعدادهای همه‌ی فراگیران توجه می‌کند تا همگی از جریان یادگیری احساس آرامش و لذت کنند. در محیط‌های آموزشی هندسه پویا موقعیت‌هایی برای انتخاب مسیر برای دانش‌آموزان وجود دارد. اینکه ابتدا شکل را ترسیم کنند سپس اثبات کنند یا بالعکس. دانش‌آموزان در انتخاب راه تفاوت‌هایی با یکدیگر دارند. شناخت صحیح از گرایش و ایجاد موقعیت‌های انتخاب بر اساس استعداد و سبک‌های یادگیری دانش‌آموزان بر کیفیت آموزش تاثیر می‌گذارد.

سریواستاوا^۱ در پژوهش خود به ۱۹ سبک شناختی اشاره می‌کند. در این سبک‌ها عموماً دو گرایش دیده می‌شود که با انطباق آن با نظریه‌ی راست مغزی و چپ مغزی می‌توان، گرایش دانش‌آموزان به نوع و سبک یادگیری را مورد توجه قرار داد. پژوهش‌گر با عنایت به جایگاه دانش‌آموز در هر یک از سبک‌ها و هوش فعالیت مورد نیاز دانش‌آموز را انتخاب کرده است. این موضوع با مطالعه‌ی فرآیندهای تفکر در هندسه و نیاز دانش‌آموز برای توسعه‌ی یادگیری در بخش‌های بعد بیشتر توضیح داده خواهد شد. در جدول صفحه‌ی بعد سبک‌های شناختی لیست شده است.

¹ Srivastava

جدول ۲-ب: سبک‌های شناختی

ردیف	سبک شناختی	گرایش ۱	گرایش ۲	توضیحات
۱	تجزیه زمینه	تجزیه فرم	تجزیه عنصر	
۲	مفهوم‌سازی	رابطه‌ای	تحلیلی - توصیفی و مقوله‌ای استنتاجی	به کار بردن نوع خاصی از صفات محرک‌ها و ارتباطات
۳	وسعت طبقه‌بندی	جسورانه	محافظه کارانه	میزان وسعت دادن به جامعیت مفاهیم
۴	بخش بخش سازی	عدم تمایل	تمایل	تمایل به جدا کردن ایده‌ها
۵	مجزا سازی مفهومی	عدم تمایل	تمایل	تمیز دادن بین مقوله‌ها
۶	یکپارچگی مفهومی	تمایل	عدم تمایل	ایجاد ارتباط درونی بین مقوله‌ها
۷	تمایز مفهومی	عدم تمایل	تمایل	مقوله‌بندی شباهت‌ها و تفاوت‌ها
۸	پیچیدگی شناختی در برابر سادگی شناختی	سادگی شناختی	پیچیدگی شناختی	تمایل به تفسیر یا تغییر جهان
۹	سطحی نگری در برابر تعمق	سطحی نگری	تعمق	ترکیب پدیده‌ها
۱۰	پیگردی	وسیع	محدود	جامعیت و شدت توسعه توجه و گستره‌ی آگاهی
۱۱	تاملی در برابر تکانشی	تکانشی	تاملی	سرعت و بسندگی در فرضیات مختلف فرمول بندی شده
۱۲	خطر پذیری در برابر محافظه کاری	خطر پذیر	محافظه کار	استفاده از فرصت‌ها جهت نیل به اهداف مورد نظر
۱۳	تحمل در برابر عدم تحمل تجربیات غیر معمول	پذیرش ایده‌های نامعمول	ترجیح ایده‌های معمول	پذیرش تجربیات معمول و غیر معمول
۱۴	کنترل سخت در برابر کنترل آسان	سخت	آسان	کنترل
۱۵	دشواری در برابر خودکاری	سخت	آسان	انجام وظایف تکراری
۱۶	تسلط مفهومی در برابر تسلط حرکتی - ادراکی	حرکتی - ادراکی	تسلط مفهومی	انجام وظایف
۱۷	رجه‌های بعد حسی	بینایی و شنوایی	حرکتی	حرکتی، بینایی و شنوایی
۱۸	واگرایی در برابر همگرایی	واگرایی	هم‌گرایی	علوم در مقابل گرایش‌های هنری
۱۹	متکی به زمینه در برابر مستقل از زمینه	وابسته به زمینه	مستقل از زمینه	تفسیر رویدادها نسبت به زمینه

موس^۱ (۲۰۰۰) در بررسی نرم افزارهای هندسه پویا به این نتیجه رسید که سبک‌های یادگیری باید بیشتر مورد توجه قرار گیرند.

¹ Moss

۲.۲ یاددهی و یادگیری هندسه

والتر واتیلی در سخنرانی خود در اجلاس سالانه گروه آموزش ریاضی کانادایی‌ها در سال ۱۹۹۹ چنین اعلام کرد:

در دهه‌های ۲۰ تا ۴۰، هندسه گسسته به واقع از میان رفت. این شاخه از هندسه زمینه تحقیقی مهمی در ریاضیات بوده است. این مسئله باعث شد اهمیت هندسه در دبیرستان رو به کاهش رود. اکنون هندسه اغلب به عنوان موضوعی انتخابی مطرح می‌شود. مجموعه‌ای از برهان‌های نامربوط و درهم.

واتیلی معتقد است جوامع پژوهشی به علت اهمیت و نقش هندسه فضایی دوباره به هندسه توجه ویژه‌ای نشان می‌دهند. صنایع کاربردهای جدیدی را برای مدل‌های هندسی در نظر دارند. در حال حاضر هیاهوی زیادی در زمینه ارتباطات تصویری رخ داده است. بنابراین دانشمندان در حال بررسی بحث‌های تصویری و فضایی و اطلاعات مرتبط با آن هستند. همزمان نرم‌افزارها این امکان را فراهم می‌کنند که دانش‌آموزان، معلمان و پژوهش‌گران مدل‌های هندسی را مشاهده کنند و از منظر جدیدی به برهان‌ها ببینند.

در این بخش به بررسی تحولات تاریخی و شیوه‌های نوین در آموزش هندسه به خصوص در شیوه‌هایی که از رایانه در آموزش استفاده می‌شود اشاره خواهیم کرد. فرآیندهای تفکر در هندسه شامل فرآیند عینی به انتزاعی و انتزاعی به عینی را مورد بررسی قرار داده و با سطوح تفکر مدل ون‌هیل مقایسه خواهیم کرد. به نقش استدلال و شهود در هندسه خواهیم پرداخت و نسبت آن‌ها را در یک مدل واحد نشان خواهیم داد. در ادامه نیز تفاوت‌های جنسیتی در یادگیری ریاضی بررسی می‌شود.

۲.۲.۱ تحولات تاریخی در آموزش هندسه

از روزگاران قدیم هندسه نقش پررنگی در ریاضیات داشته است. در یونان باستان آن قدر هندسه اهمیت داشت که اگر کسی هندسه نمی‌دانست او را در جمع ریاضی‌دانان راه نمی‌دادند. به همان اندازه که آموزش هندسه اهمیت داشت، آموزش آن نیز مهم و تأثیرگذار بود. نقشی که هندسه در قدرت استدلال به خصوص استدلال استنتاجی داشت، بر هیچ کس پوشیده نیست. از زمانی که اقلیدس اصول هندسه را بنا کرد، هندسه‌ی اصل موضوعی استحکام یافت و رفته رفته اقتدار کامل پیدا کرد و چنان مستحکم شد که کمتر کسی فکر می‌کرد بتوان این بنای محکم و استوار را تغییر داد. اما در طول تاریخ نقش هندسه هم در محتوای آموزشی ریاضیات شدت و ضعف داشته و بالتبع روش‌های آموزش آن نیز تغییرات زیادی کرده است.

سالیان سال ارتباط میان شیوه‌های آموزشی و یادگیری هندسه، موضوع تحقیقات متعددی بوده است. (بیشاپ، ۱۹۸۳)، بیش‌ترین تأکید در سالیان گذشته در آموزش هندسه بر اثبات قضایا و انتقال ساختارهای منظم ریاضی به دانش‌آموزان بوده است. اما مشاهدات صورت گرفته نشان داده است که بسیاری از دانش‌آموزان به مراحل بالای تفکر هندسی نمی‌رسند. با توجه به اهمیت اثبات کردن و وضعیت عمومی که در دانش‌آموزان مشاهده می‌شد، تحقیقاتی گسترده‌ای شکل گرفت. در دهه‌ی ۷۰ میلادی با انتقاداتی که به این روش وارد شد، اثبات کردن به سطوح بالاتر و بعضاً به دانشگاه‌ها منتقل شد. آرزارلو (۱۹۹۷) به تغییرات روی‌کرد معرفت‌شناسی هندسه در قرن‌های گذشته به حداقل سه تحول عمده اشاره می‌کند.

۱. دستگاه استنتاجی و مبتنی بر فرض‌های اساسی هندسه‌ی یونانی بعد از روی‌کرد تجربی مصریان و بابلیان
۲. روش‌های نوین که از قرن ۱۷ آغاز شد، به ویژه توسط دکارت به عنوان یک روی‌کرد قدرتمند برای ساخت بنای ریاضیات
۳. روش مبتنی بر اصول مانند آنچه در برنامه درسی قرن اخیر توسعه پیدا کرد.

موارد فوق مثال‌هایی از تغییراتی است که در روند محتوایی هندسه و تأثیر آن در ریاضی و هم‌چنین تغییر روی‌کرد در آموزش هندسه در سالیان گذشته مطرح شده است.

۲.۲.۲ شیوه‌های آموزش هندسه

در آموزش هندسه دو رویکرد آموزشی مهم وجود دارد. که در ادامه به تشریح آن می‌پردازیم:

الف) آموزشی مبتنی بر استدلال استنتاجی

در این رویکرد فرض بر آن است که هندسه را باید همان طور که صورت‌بندی شده و انسجام می‌یابد، به دانش‌آموزان آموزش داد. بنابر این آموزش با تبیین اصول و تعاریف آغاز می‌شود. ابتدا اصول اقلیدس مطرح شده سپس، تعریف شده و تعریف نشده‌ها در هندسه معرفی و تبیین می‌شوند. در ادامه تفاوت اصل و تعریف به دانش‌آموزان بیان می‌شود. بر اساس این اصول و تعاریف قضایای هندسه به ترتیب مطرح می‌شوند. برای اثبات قضیه ۱، فقط از تعاریف و اصول و بدیهیات می‌توان استفاده کرد. برای اثبات قضیه ۲ علاوه بر آن‌ها از قضیه ۱ نیز می‌توان بهره جست و به همین شکل قضایا به ترتیب اثبات شده و ساختار علم هندسه شکل می‌گیرد. در این نوع آموزش تأکید بر اثبات کردن و استدلال استنتاجی است به طوری که در روند اثبات نمی‌توان هیچ گونه خللی وارد کرد.

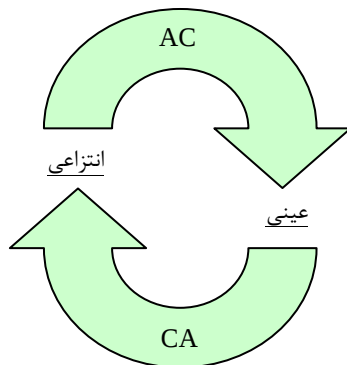
ب) آموزشی مبتنی بر استدلال استقرایی

در این رویکرد دانش‌آموزان قبل از این که به اثبات قضایای مجرد هندسی بپردازند، ابتدا تجربه‌های مفیدی از آن کسب کنند و با استفاده از استدلال استقرایی نتیجه‌گیری کرده و صورت قضیه‌ها را درک کنند. در این نوع آموزشی دانش‌آموزان مسائل عددی زیادی را بررسی می‌کنند و با اشکال هندسی عجین می‌شوند.

استفاده از هر کدام از این شیوه‌ها در برهه‌های تاریخی مورد افراط و تفریط قرار گرفته‌اند. هر کجا تجربه‌گرایی زیاد می‌شد، نیاز به استدلال در هندسه مطرح می‌شد. و بعد از آن که با مشکلات زیادی در یادگیری هندسه‌ی اصل موضوعی و استنتاجی مواجه می‌شدند به شیوه‌ی آموزشی مبتنی بر استدلال استقرایی روی می‌آوردند.

تلفیق مناسب دو شیوه‌ی آموزشی با غنی کردن کلاس‌های درسی متداول با محیط‌های هندسه‌ی پویا، ممکن خواهد بود. به این ترتیب دانش‌آموزان هم تجربه‌ی شخصی از عناصر و مفاهیم هندسی خواهند داشت و هم با ساختار هندسه اقلیدسی و دیگر ساختارهای منطقی آشنا می‌شوند. به این ترتیب تعامل تجربه و اثبات به وجود آید. این رویکرد آموزشی دو فایده خواهد داشت. اول آن که دانش‌آموزان را جذب می‌کند و آن‌ها در یادگیری هندسه احساس موفقیت می‌کنند. دوم آن که زمینه را برای درک بهتر اثبات استنتاجی فراهم می‌کند.

۲.۲.۳ فرآیندهای تفکر در هندسه



نمودار ۲-ا: چرخه فرآیندهای تفکر

تفکر در هندسه نیازمند دو فرآیند ارتباطی بین انتزاع و شهود است. این فرآیندها تناظر نسبی با دو شیوه استدلال استنتاجی و استقرایی دارند. در بسیاری از منابع نظری رشد شناختی، تفکر شهودی و انتزاعی دو حالت مجزا از تفکر محسوب می‌شوند. (سوان ۱۹۹۳)^۱. لیو^۲ و کامینگز^۳ (۱۹۹۷) دو فرآیند فرآیند تفکری از عینی به انتزاعی^۴ (CA) و فرآیند تفکری از انتزاعی به عینی^۵ (AC) را توضیح دادند.

دانش‌آموزان فرآیند CA را با لمس کردن اشیاء و دیدن آن‌ها آغاز می‌کنند. این تحریک‌های فیزیکی از طریق حواس دریافت می‌شوند؛ و کیفیت خاص آن از طریق نظام احساسی درک می‌شود. تجربه‌های عینی آن‌ها از جهان فیزیکی به تدریج به صورت یک فرمول‌بندی شخصی، ایده‌ها و یا قوانینی درباره‌ی چگونگی حس کردن شکل می‌گیرد و نهایتاً به ایجاد مفاهیم انتزاعی از تجارب مشاهده شده ختم خواهد شد. فرآیند CA به تعبیر دیگر بیان‌گر فرآیند تفکر استدلال استقرایی^۶ است. که از یک حقیقت معین و اختصاصی (جزء) به یک نتیجه‌گیری عمومی و تعمیم یافته (کل) درباره‌ی مفاهیم، ایده‌ها و قوانین می‌رسد. در این فرآیند به عنوان مثال دانش‌آموز با اندازه‌گیری قطرها در چند مستطیل به برابر بودن آن‌ها در همه مستطیل‌ها پی می‌برد.

فرآیند AC حرکت ساده‌ی معکوس CA نیست. بلکه حالت بالاتری از تفکر است که بستگی به توانایی استدلال منطقی و انتزاعی دارد. البته فرآیند AC هم‌چنین زمینه‌ساز یادگیری مفاهیم و قواعدی است که از یادگیری CA نشأت می‌گیرد است. به عبارت دیگر تفکر انتزاعی برای اصول هندسی کافی نیست. با تقویت هر یک از فرآیندهای تفکر، فرآیند متضاد آغاز به کار کرده و در اثر این جریانات، دائماً چرخه‌ی AC ⇌ CA در بازخورد مثبت^۷ تقویت می‌شوند. لذا با رشد آگاهانه مهارت‌های منطقی، مهارت‌های شهودی نیز تقویت می‌شوند و بالعکس. با ادامه هر دو مهارت‌های منطقی و شهودی کامل‌تر و هوش‌مندانه‌تر خواهند شد. فرآیند AC از طرفی تفکر استدلالی استنتاجی^۸ محسوب می‌شود. تفکر استنتاجی یک تفکر از کل به جزء است و در فرآیند حل مسئله عمل می‌کند. نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا، امکان توسعه فرآیندهای CA را به خوبی فراهم می‌کنند. با تقویت این فرآیند به طور خودکار فرآیند AC نیز تقویت خواهد شد. نمودار زیر نحوه ارتباط فرآیندهای تفکر را با مفاهیم عینی و انتزاعی نشان می‌دهند.

¹ Swan

² Liu

³ Cummings

⁴ Abstract to Concrete

⁵ Concrete to Abstract

⁶ Inductive

⁷ Positive FeedBack

⁸ Deductive

سطوح تفکر در هندسه

در قرن گذشته برخی از معلمین ریاضی با آگاهی از تقسیمات پیازه در یادگیری کودکان به بررسی صحت روش وی مشغول شدند. پیر و دینا ون هیل در دهه ۵۰ مطالعات عمیقی در مورد یادگیری هندسه انجام دادند. این مدل تفکر هندسی را در پنج مرحله ترتیبی سطح بندی می کند. ساختار ون هیل اساس تحقیق در هندسه است. در این مدل دانش آموزان مراحل را یکی پس از دیگری طی خواهند کرد. مراحل مدل ون هیل به صورت زیر است:

۱. مشاهده/ی / دیداری دانش آموزان اشکال هندسی را از روی ظاهر آنها تشخیص می دهند، نه از ویژگی های آن، مثلاً مستطیل را از روی شباهت آن با در تشخیص می دهند.
۲. تحلیلی / توصیفی دانش آموزان اشکال هندسی را بیشتر از روی خصوصیات آنها توصیف می کنند تا از روی ظاهرشان. مثلاً یک شکل هندسی مربع است زیرا ۴ زاویه و ۴ ضلع مساوی دارد.
۳. رابطه/ی / انتزاعی در این مرحله دانش آموزان با استفاده از خصوصیات هندسی اشکال را دسته بندی و طبقه بندی می کنند. به عنوان نمونه یک مربع نمونه ای خاص از درک مستطیل است.
۴. تعریف رسمی در این مرحله دانش آموزان در سیستمی متعارف برهان هایی را ارائه می دهند.
۵. تجرد / دقت زیاد دانش آموزان می توانند سیستم های استنتاجی متفاوت را بررسی کنند و انواع هندسه را براساس سیستم های قیاسی متفاوتی مشخص کنند.

بنا بر مدل ون هیل، دانش آموزان به ترتیب مراحل را پشت سر می گذارند. (کلمنتس و باتیستا، ۱۹۹۲). بر طبق این مدل رسیدن به مراحل بالاتر، به روش آموزش بستگی دارد نه به سن دانش آموزان. مدل ون هیل همانند مدل های تربیتی مراحل مختلف رشد پیازه^۱ (۱۹۶۰) و مراحل تفکر بلوم^۲ (۱۹۷۴)، با در نظر گرفتن گام های رشد مفاهیم هندسه در فراگیران امکان یادگیری را افزایش داد. چرا که ون هیل در تحقیقات خود متوجه شد که استدلال های رسمی در هندسه به صورت طبیعی در کودکان اتفاق نمی افتد و یک نظام تربیتی مورد نیاز است.

بنا به نظر ون هیل در مرحله مشاهده/ی / دیداری هنگامی که دانش آموزان یک شکل را مشخص و آن را توضیح می دهند، استدلال شان با مراحل بعدی و تحلیلی / توصیفی متفاوت است. دانش آموز در این مرحله «براساس مشاهدات اولیه» قضاوت می کند. هیچ دلیلی برای این استدلال وجود ندارد، و دانش آموزان فقط آن را مشاهده کرده اند. در مرحله بعدی، قضاوت بر اساس «شبکه ای از ارتباطات» صورت می گیرد. تفکر دانش آموزان در مرحله تحلیلی / توصیفی ممکن است شامل مشاهدات نیز باشد. ممکن است آنها هر زمانی که تصویر ارائه شده ای را در نظر آورند، آن تصویر را

¹ Piaget

² Bloom

بینند. تصویر اساس قضاوت نیست؛ بلکه شبکه‌ای از ارتباطات اساس این کار است. حتی اگر شکلی ناقص طراحی شود (یا بر روی صفحه رایانه به هم بخورد)، چنین دانش‌آموزی اگر بداند که طراح خواسته تمام اضلاع برابر باشند، در نظر خود تغییری نمی‌دهد. ون‌هیل در ادامه می‌گوید که این شبکه ارتباطات وجه تمایز دو مرحله است. در ابتدا دانش‌آموز این شبکه‌ی ارتباطی را در ذهن ندارد. (ون‌هیل، ۱۹۸۶)

به محض آن‌که در مرحله دوم، گروهی از اشکال به عنوان مجموعه‌ای از صفات فرض شوند، ارتباط میان یک شکل و دیگر اشکال تبیین می‌شود. گونه‌ای ابتدایی از مفهوم مبتنی بر مشارکت شکل می‌گیرد. با این وجود نمی‌توان توضیح داد «این مسئله که این ویژگی از ویژگی دیگر نشأت می‌گیرد چه مفهومی دارد». در مرحله ۳، ساختار سلسه مراتبی دو ویژگی مهم نیست. «تنها چیزی که اهمیت دارد، ارتباط میان دو ویژگی است. این ارتباطات شبکه جدیدی از روابط را شکل می‌دهند. زمانی که شبکه ارتباطی دوم در قالبی کامل و با ساختاری مشخص ارائه می‌شود و زمانی که دانش‌آموز می‌تواند این ساختار را برای دیگران شرح دهد، این مرحله کامل شده است.» (ون‌هیل، ۱۹۸۶)

زبان تخصصی و فنی این امکان را فراهم می‌کند که افراد در مورد ایده‌های ضروری در شبکه روابط با یک‌دیگر در تعامل باشند. «بدون وجود این شبکه، استدلال ممکن نیست». قدرت تعامل میان افراد که به واسطه زبان فنی شکل می‌گیرد قانونی را ترتیب می‌دهد: «بر طبق شبکه روابط عمل کنید» یعنی استدلال رسمی محدودیت‌هایی پیدا می‌کند. خیلی از دانش‌آموزان در این حوزه با مشکل مواجه می‌شوند. آن‌ها نمی‌دانند این محدودیت‌ها چیست و نمی‌دانند چرا این محدودیت‌ها را اعمال می‌کنند. بنا به نظر ون‌هیل، دانش‌آموز صحت یک گفته را می‌پذیرد، این پذیرش با قبول صحت یک گفته دیگر در ارتباط است. بدین ترتیب اصول اثبات شکل می‌گیرد. قوانین این ارتباط تنها از طریق تجزیه و تحلیل صورت می‌گیرد. عمل در شبکه ارتباطات میان گفته‌ها و بررسی و تحلیل این قوانین منطق را به وجود می‌آورد.

از نظر دی‌ویلیر در مراحل اول دانش‌آموزان مطالب را در ذهن خود تجسم می‌کنند و از طریق تجسم استدلال می‌کنند. اگر آن‌ها بخواهند مطلبی را ثابت کنند یا آن را توضیح دهند سعی می‌کنند بر اساس شواهد دیداری صحبت کنند. در مرحله ۲ دانش‌آموزان با استفاده از ویژگی‌های هندسی اشکال استدلال کنند. به هر حال توضیحات آن‌ها منطقی نیست زیرا اطلاعات اضافی نیز در این میان وجود دارد. در مرحله ۳، دانش‌آموزان ارتباط منطقی میان ویژگی‌ها را درک می‌کنند. آن‌ها متوجه می‌شوند که یک ویژگی تلویحاً نشان‌گر ویژگی دیگری است. بنابر این آن‌ها می‌توانند تعاریف عقلانی و شواهد ساده‌ای را فراهم کنند. (دی‌ویلیر، ۲۰۰۱) پس از آن که دانش‌آموزان به نقش قیاس منطقی و برهان در اثبات مسائل پی ببرند در واقع به مرحله ۴ رسیده‌اند. دی‌ویلیر (۱۹۸۷) معتقد است که استدلال استنتاجی اولین بار در مرحله سوم صورت می‌گیرد، در این زمان میان ویژگی‌های مفاهیم نوعی شبکه ارتباطات منطقی شکل می‌گیرد. وی می‌افزاید از آن جایی که دانش‌آموزان در مراحل اول و دوم به صحت مشاهدات خود شک ندارند، اثبات مطالب در نظر آن‌ها مفهومی ندارد؛ از دیدگاه آن‌ها اثبات تنها توضیح مطالب واضح و آشکار است.

ارتباط فرآیندهای تفکر و سطوح تفکر ون هیل

فرآیند CA تفکر دانش‌آموزان را با ایجاد تحریک انتقالی به گذراندن سه مراحل اول مدل ون هیل هدایت می‌کند. وقتی دانش‌آموز از طریق فرآیند شهودی به انتزاعی می‌اندیشد، تفکر وی در مورد هندسه پیشرفت می‌کند و در نهایت به مرحله سوم ون هیل که مرحله *رابطه‌ای/انتزاعی* است می‌رسد. در این رابطه لیو و کامینگز (۱۹۹۷) بیان می‌کنند:

هنگامی که دانش‌آموز در این مفاهیم رشد می‌کند، طرح هندسی خود را که کلیه قواعد و روابطی که در این فرآیند یاد گرفته است را گسترش می‌دهد. و با این پیشرفت وی خواهد توانست به راه‌های پیچیده‌تری از هندسه نسبت به حالتی که قضایای هندسی را تنها حفظ کرده است، دست پیدا کند.

در طرح ون هیل، مرحله *رابطه‌ای/انتزاعی* بالاترین سطحی که دانش‌آموز می‌تواند در هندسه تفکر طی کند نیست. وقتی که آن‌ها به این مرحله می‌رسند، آماده می‌شوند به مراحل بالاتر یادگیری از طریق AC نیز دست پیدا کند. به طوری که به او اجازه داده می‌شود که مفاهیم آموخته شده‌ی جدید را قبول کند. به این ترتیب که اگر بعد از حل مسائل فرصتی به وی داده شود که بتواند مثال‌هایی را ارائه دهد، و مدام مراحل ۱ تا ۳ مدل ون هیل را مرور کند، لزوم و میل رفتن به مراحل بالایی برای او ایجاد می‌شود.

فرآیند CA در واقع همان تفکر هندسی دانش‌آموزان از مرحله *مشاهده‌ای/دیداری* تا مرحله *رابطه‌ای/انتزاعی* مدل ون هیل است. هنگامی که آن‌ها به این تفکر انتزاعی دست پیدا کردند با ادامه مسیر در فرآیند تفکری AC به حل مسائل شهودی می‌پردازند.

به نقل از هوفر^۱ (۱۹۸۱) در متون استانداردهای آموزشی هندسه از دانش‌آموزان انتظار می‌رفت از ابتدا از استدلال‌های استنتاجی رسمی استفاده کنند. که خوش‌بختانه در دهه‌ی اخیر برنامه‌های درسی در متون هندسه تغییر کرده و آن را بهبود بخشیده‌اند. به طوری که با مدل ون هیل سازگار بوده و شامل سه مرحله نخست و فرآیند اکتشافی شده است. چیزی که وعده‌ی بزرگتری است این است که به موازات آن توسعه‌ی نرم‌افزاری هندسه که شامل مدل ون هیل می‌شوند امکان ارائه‌ی نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا را فراهم آورده است.

¹ Hoffer

ارتباط سطوح تفکر و مهارت‌های هندسی

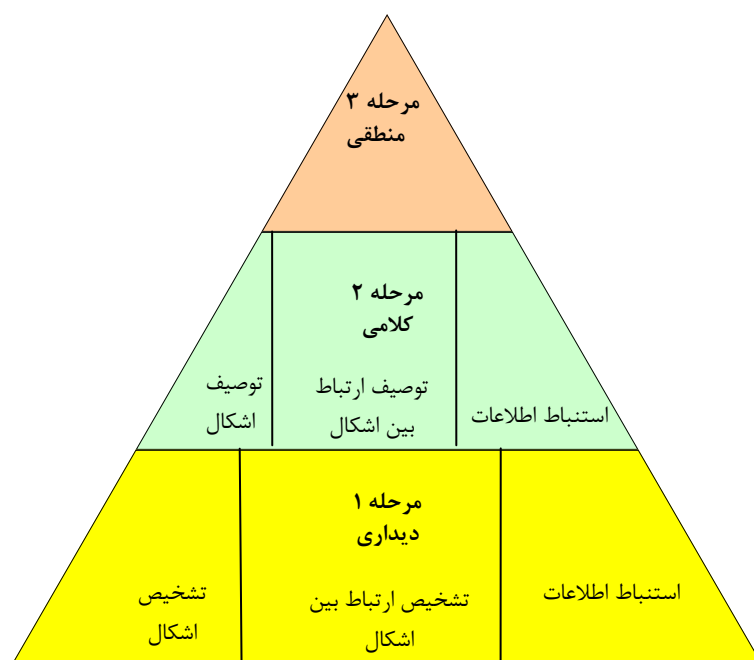
هوفر (۱۹۸۱) جدولی را برای توضیح نحوه ارتباط بین مراحل تفکر هندسی (تشخیص، مشاهده، مرتب‌سازی، اثبات و تجرد) و مهارت‌های هندسی. (منطقی، دیداری، کلامی، ترسیمی، و کاربردی) پیشنهاد داده است. در جدول زیر ارتباط سه تفکر هندسی و سه دسته از مهارت‌ها را نشان می‌دهد.^۱

جدول ۲-ج: توزیع مراحل تفکر هندسی بر اساس مهارت‌های هندسی

مهارت‌ها	تشخیص مرحله ۱	تحلیل مرحله ۳	اثبات مرحله ۴
مشاهده	تشخیص اشکال هندسی از روی تصاویر بدون دانستن ویژگی‌های آن‌ها	تشخیص ارتباط بین انواع اشکال هندسی	استفاده از اطلاعات مربوط به اشکال هندسی برای استنباط اطلاعات بیشتر
کلامی	نام گذاری اشکال هندسی توضیح دادن جملاتی که اشکال هندسی را توصیف می‌کنند.	توصیف ارتباط بین اشکال هندسی. تعریف مفاهیم هندسی به صورت شفاف.	فهمیدن تفاوت بین تعاریف، اصول و قضیه‌ها
منطقی	فهمیدن معنای بقاء ساختار شکل در موقعیت‌های مختلف	استفاده از ویژگی‌های اشکال هندسی برای تعیین ارتباطات با زیر مجموعه‌های آن	استفاده از منطق برای اثبات و توانایی استنباط دانش جدید از حقایق

در نمودار فوق جایگاه سه دسته مهارت‌های دیداری، کلامی و منطقی را در روند CA و نسبت به مدل ون‌هیل

مشاهده می‌کنید.



شکل ۲-ا: ارتباط مهارت‌های هندسه با مراحل مدل ون‌هیل

¹ Dr. Mofeed Abu-Mosa, Using GSP in Discovering a New Theory (2007)

۲.۲.۴ استدلال در هندسه

طبق تعریف سنتی اثبات، تایید (اقناع یا توجیه) صحت یک عبارت ریاضی است. اثبات برای از میان بردن تردید نسبت به یک گزاره در بین فرد و یا جمع مورد نیاز قرار می گیرد. ریاضی دانان از طریق ساختار استنتاجی مطالب جدید ریاضی را اثبات می کنند. (لاکاتس، ۱۹۷۶). در پایه گذاری مطالب ریاضی سئوالاتی مطرح می شود، حدس هایی ارائه می شود، مثال های نقضی گفته می شود و حدسیات اصلاح می شود؛ هنگامی که این فرایند به سئوال مهمی پاسخ دهد یک برهان به وجود می آید. اما در خصوص منشاء اثبات این چنین نقل می کند:

مسئلاً ارتباط میان اندیشه ما با اندیشه دیگران شوکی به همراه دارد که باعث ایجاد تردید می شود و حس اثبات در انسان زنده می شود. اثبات نتیجه بحث و بررسی است (پیاژه، ۱۹۲۸)

ون هیل در بررسی مراحل رشد پیاژه^۱ (۱۹۶۰) و مراحل تفکر بلوم^۲ (۱۹۷۰) متوجه شد که استدلال های رسمی در هندسه به صورت طبیعی در کودکان اتفاق نمی افتد. و برای این مقصود یک نظام تربیتی مورد نیاز است. پنج مرحله ی تفکر در هندسه به ترتیب شامل تشخیص، مشاهده، تجزیه و تحلیل، استدلال رسمی و بیان ریاضی می باشد. در متون استانداردهای آموزشی هندسه از دانش آموزان انتظار می رفت از ابتدا از استدلال های استنتاجی رسمی استفاده کنند. (هوفر ۱۹۸۱).

دی ویلیز (۱۹۹۸) نشان داد، تنها هدف از اثبات، گرفتن مهر مجوز نهایی است. اثبات ضمانت کاملی از درستی یک گزاره است. وی کارکردهای اثبات شامل موارد زیر می باشد:

- | | |
|--------------------------------|--|
| ۱. اعتبارسنجی ^۳ | (پذیرفتن صحت مسئله) |
| ۲. توضیح دادن ^۴ | (ایجاد درک از اینکه چرا این رابطه درست است) |
| ۳. کشف ^۵ | (کشف و نوآوری یک نتیجه ی جدید) |
| ۴. تنظیم روابط ^۶ | (سازمان دهی نتایج به یک ساختار استنتاجی) |
| ۵. چالش هوشمندانه ^۷ | (بررسی موقعیتهای خاص نشأت گرفته از ترسیم یک اثبات) |
| ۶. ارتباطات ^۸ | (انتقال دانش ریاضیات) |

¹ Piaget

² Bloom

³ Verification

⁴ Explanation

⁵ Discovery

⁶ Systematisation

⁷ Intellectual challenge

⁸ Communication

از دیدگاه ساختن‌گرایی در یادگیری ریاضیات هم‌زمان با ایجاد شبکه اطلاعات و معانی ریاضی، فرایند اثبات مطالب برای آن‌ها مهم جلوه می‌کند. در بازسازی مطالب و دانسته‌های ریاضی، دانش‌آموز باید تصمیم بگیرد که صحت ریاضی از نظر وی چیست. هر ایده جدید بر اساس ساختار استدلالی و دانسته‌های موجود تایید و رد می‌شود. هر کدام از این تصمیمات از ساختارهای موجود حمایت می‌کند یا منجر به ساماندهی دوباره آن‌ها می‌شود.

هلند (۱۹۹۶) بین مراحل اثبات و درک آن به شکل زیر تمایز قائل شده است.

الف) بحث^۱: ارتباط قوی برای فعالیت. مبتنی بر دیدن. جملات با قصد رسیدن به

یک اعتبار جهانی شکل می‌گیرند. مشخصه این مرحله بیان "آهان" است. یعنی ایده‌ی جدیدی به ذهنم رسید.

ب) نتیجه‌گیری معطوف به محتوا^۲: فرم گفتگو فعالیت‌های فراگیران را توضیح می‌دهد. هدف حفاظت از

اعتبار جهانی است که باید اثبات شود. نه حقیقتی که هندسه می‌تواند به طور کامل فرض بگیرد. استدلال داده شده با مشخصات یک مرحله‌ای که ممکن است با شکل مطابقت یا فاصله داشته باشد.

ج) نتیجه‌گیری رسمی^۳: استدلال هندسی بر اساس استدلال استنتاجی. هدف اصلاح متون

ارائه شده در سطرهای اثبات‌هاست. به شکلی که هر سطر مشروط و یا در پی سطر قبلی آورده شده باشد. تنها در نظریه‌ی استنتاجی به شکل محسوس یک نظریه به اثبات می‌رسد.

به نظر مارتیل و هارل، مردم در زندگی روزمره معتقدند اثبات یک قضیه، لزوماً باید آن‌ها را قانع کند. بل (۱۹۷۶) اظهار داشت که به دنبال بررسی ذهنی یک سری موارد که از سئوالی نشأت می‌گیرند دانش‌آموزان در مورد یک قضیه قانع می‌شوند. این مسئله باعث می‌شود یک ایده به قضاوت منجر شود. به نظر بل، بررسی درونی و حصول تایید یا رد یک قانون کلی قضیه‌ای را اثبات می‌کند. یک فرد قانون کلی‌ای را با دیگران نقد و بررسی می‌کند. در این روش ابتدا مطالب به طور شفاهی عرضه می‌شود. سپس موارد در قالب کتبی باعث می‌شود این اصل به اثبات برسد. بنابر این تا زمانی که دانش‌آموزان دانشی را در صورت و وجه عمومی درک نکنند و به لزوم اثبات آن پی نبرند هدف اثبات رسمی مطالب را در نمی‌یابند.

¹ Discussing

² Conclusion Regarding to the Context

³ Formal Conclusion

پژوهش‌ها نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در استفاده از برهان استنتاجی با مشکل مواجه می‌شوند (هویلز، ۱۹۹۷؛ هانا، ۱۹۹۸؛ لهر و چازان، ۱۹۹۸). شاید این مسئله را بتوان این‌جور توجیه کرد که اغلب نوجوانان ۱۳ تا ۱۵ ساله «تعمیم‌دهندگان عینی» هستند نه «متفکران رسمی»؛ با توجه به اینکه مطالب درسی مورد نظر برای هندسه دوران دبیرستانی اغلب مهارت‌های مرحله ۴ مدل ون‌هیل را در بردارد، این اشتباه باید در طراحی محیط‌های یادگیری هندسه لحاظ شود. این مسئله تلویحاً نشان می‌دهد که ما باید مسیری واقع‌گرایانه برای معلمین فراهم کنیم تا از آن طریق بتوانند دانش‌آموزان‌شان را در رسیدن به موفقیت یاری کنند.

اثبات کردن یک قسمت اساسی از ریاضیات به عنوان یک علم می‌باشد. اما در برخی کشورها مانند سوئد، بسیاری از دانش‌آموزان اثبات را برای اولین بار در دانشگاه ملاقات می‌کنند. در مدارس سوئد بعد از تغییرات برنامه درسی سال ۱۹۶۹ اثبات کردن تقریباً از بین رفته است. علت این تغییر واکنش به عدم وجود شرایط مباحثه بود. در بسیاری از کشورهای دیگر نیز برنامه‌ریزی‌های درسی در دهه ۸۰ و ۹۰ اثبات کردن موقعیت رو به کاهشی در دارد. (هانا^۱ ۱۹۹۵ و نیس^۲ ۲۰۰۱) در همان زمان تمایل به تحقیق درباره اثبات کردن و استخراج فرمول در بسیاری از کشورها افزایش یافته است. به نظر می‌رسد بسیاری از محققین می‌خواهند در مورد روش ارتباط اثبات‌ها و اثبات کردن در آموزش ریاضیات بازاندیشی کنند. در دهه ۷۰ اساتید دانشگاه متوجه شدند که دانش‌آموزان در درس‌های نخستین نمی‌توانند به سوالاتی که با اثبات کردن و تئوری‌ها سر و کار دارند، پاسخ دهند. معلمین مسئله را با انتقال آن به درس‌های بالاتر حل کردند. بومان (۱۹۷۹).

هنگامی که در فضای هندسه‌ی پویا کار می‌کنید، دانش‌آموزان ممکن است با حرکت دادن اجزای شکل هندسی و درست کردن حالت‌های مختلف از شکل مقید نسبت به اعتبار آن قانع شوند. از این رو در استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا با دانش‌آموزان دغدغه‌ی مربی ریاضی یافتن راهی است که با گفتگو، اکتشاف، توضیح فریب‌انگیز همراه توجیه کردن و دلیل آوردن و تصدیق کردن می‌باشد. (هویلز و جونز ۱۹۹۸) کار و وظیفه‌ی اصلی یافتن مجموعه مسائلی است که در آن نسبت به درستی مسائل نوعی بصیرت شکل پیدا شود. به این ترتیب نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در قانع شدن دانش‌آموزان و رسیدن به مرحله‌ی نیاز به اثبات کمک شایانی خواهند کرد.

¹ Hanna

² Niss

۲.۲.۵ شهود در هندسه

"تمام شناخت انسان، با شهود آغاز می‌شود،

سپس به فهم و درک منجر شده و بالاخره به

ایده‌ها ختم می‌شود. یادگیری با عمل و آگاهی

شروع می‌شود، به کلمات و مفاهیم می‌رسد و باید

به عادت‌های ذهنی خوب، ختم شود." کانت

افزایش اهمیت درک بصری و فضایی در دنیای

امروز چالشی را پیش دانشمندان قرار می‌دهد. این

اعتقاد وجود دارد که یادگیری هندسه نباید به اثبات

رسمی اقلیدسی محدود شود. بنا به این باور لهرر و

چازان (۱۹۹۸) اعلام کردند که استدلال فضایی و تفکر

شهودی باید به برنامه ریاضی اصلی افزوده شود گلدنبرگ، کوکو و مارک (۱۹۹۸) می‌گویند پیش از آن که

دانش‌آموزان بتوانند موارد ثابت را در روابط ریاضی بیانند باید قادر باشند این روابط را در ذهن خود تجزیه تحلیل کنند

و در مورد آن‌ها حساسیتی ارائه دهند. این مسئله باعث می‌شود بعد بتوانند از ابزار تحلیلی استفاده کنند.

دی‌ویلیر (۱۹۹۹) معتقد است که دانش‌آموزان فرآیندهای ریاضی را با شمه‌ای از مرحله‌ای که در آن به سر

می‌برند طی می‌کنند. به عنوان مثال، در مرحله مشاهده (مرحله ۱) تمام فرآیندها با کاربرد شواهد بصری مرتبط است.

هم‌چنین استفاده از نرم‌افزار پویا به پیشرفت مراحل ۱ و ۲ کمک می‌کند. این مسئله باعث می‌شود دانش‌آموزان

مهارت‌های فرآیند ریاضی را آسان‌تر انجام دهند. با وجود آن که واژه شهود اغلب در مرحله ۱ مدل ون‌هیل به کار

می‌رود (ون‌هیل، ۱۹۸۶؛ دی‌ویلیر، ۱۹۹۹)، حالت شهود در تمام مراحل تفکر هندسی کاربرد دارد. به نظر وی شهود

فاکتور مهمی در پیشرفت دانش‌آموز است. برداشت دی‌ویلیر از مهارت‌هایی که در هر مرحله ون‌هیل به کار می‌رود.

دانش‌آموز از شواهد بصری در مرحله یک ون‌هیل استفاده می‌کند. وی در بررسی مدل ون‌هیل اظهار می‌دارد که

پیشرفت در مدل ون‌هیل نیازمند طی شدن مراحل قبلی نمی‌باشد:

اغلب افراد مناسب‌ترین مرحله را در انجام فعالیت خود به کار می‌برند. ما به عنوان معلم ممکن است

فکر کنیم یک فعالیت در مرحله سه یا چهار قرار دارد، اما من اغلب شاهد بوده‌ام که دانش‌آموزان

المپیادی چنین مسائلی را با استفاده از شهود (مرحله ۱ مدل ون‌هیل) حل می‌کنند. این مسئله بدان

معناست که در صورت نیاز آن‌ها قادرند در مراحل فکری بالاتری مسائل را بررسی کنند (دی‌ویلیر،

۲۰۰۱).



شکل ۲-ب: دی‌ویلیر هنگام آموزش دانش‌آموزان دبیرستانی

در ابتدای دهه‌ی هفتاد میلادی، بیشاپ (۱۹۸۳)، ارتباط کاربرد ابزار و ارزیابی آزمون مهارت‌های ویژه را بررسی کرد. او نشان داد که تجربه‌ی قبلی دانش‌آموز در ارتباط با مطالب آموزشی می‌تواند باعث سطوح متفاوت عملکردی در ارتباط با قابلیت تجسم فضایی شود. در تحقیقی در مورد یادگیری هندسه، کلمنتس و باتیستا (۱۹۹۰) ادعا کردند، مطالب عینی می‌توانند فرآیند یادگیری هندسه را حتی در دانش‌آموزان بزرگسال بهبود بخشد. شونفیلد (۱۹۸۶) در همین راستا معتقد است که ارتباط میان فعالیت‌های عملی و استنتاجی می‌تواند باعث تقویت دو جانبه‌ی یادگیری شود. او بیان می‌کند که دوگانگی میان عملیات تجربی و استنتاجی در هندسه اشتباه است و می‌گوید اغلب دانش‌آموزان روش‌های تجربی و استنتاجی را در حوزه‌های مجزا در نظر می‌گیرند و بر این باورند که هر کدام از آن‌ها اعتبار خاصی را به نتایج فعالیت‌ها می‌دهند. به عبارتی خیلی از دانش‌آموزان در انتهای دوره راهنمایی «عمل‌گرایان بی تجربه» اند. در نظر آن‌ها بررسی مسائل هندسه‌ی سنتی در واقع آزمون و خطاست.

ارتباط میان فعالیت‌ها و مطالب آموزشی و ترسیم دانسته‌های هندسی مبتنی بر آگاهی دانش‌آموزان از حوزه‌های مرجع و ارتباط میان این مرجع و مطالب و اشکال ریاضی است. دانش‌آموزان در تفکر شهودی می‌توانند به حل مسائل هندسه و منطقی بپردازند، اگر چه تفکر شهودی تنها مسائلی که در لحظه‌ی حال وجود داشته باشد و این که بتوان از طریق انجام عملیات فیزیکی دست‌کاری‌هایی را در مسئله صورت دارد، را حل می‌کند. به عنوان مثال تفکر شهودی نمی‌تواند مسائل انتزاعی کلامی را حل کند. در مقایسه می‌توان گفت تفکر انتزاعی رسمی از حالت‌های ذهنی سرچشمه می‌گیرد تا از کارکردن‌های فیزیکی. در واقع مهارت‌های حل مسئله که به تجارب شهودی بستگی ندارند.

ایزنبرگ و دری‌فاس (۱۹۹۱) در تحقیق خود متوجه شدند علی‌رغم آن که بسیاری از معلمان و ریاضی‌دان‌ها به مزایای تصاویر شهودی تاکید می‌کنند، خیلی از دانش‌آموزان تفکر الگوریتمی را به نگرش شهودی ترجیح می‌دهند. آن‌ها معتقدند علت این مسئله تلاش‌های شناختی است که باید در تفکر شهودی نیز صورت بگیرد. با این وجود آن‌ها به روش بصری تاکید دارند. از این طریق می‌خواهند دانش‌آموزان را یاری کنند تا میان جنبه‌های بصری و تحلیلی یک مفهوم ریاضی ارتباط برقرار کنند. وینر و کیلمن معتقدند علی‌رغم آن که بسیاری از ریاضی‌دانان و معلمان ریاضی ترجیح می‌دهند بینش شهودی را به کار ببرند، این مهارت تنها پس از سال‌ها آموزش استدلال رسمی کسب می‌شود. بنابراین، دانش‌آموزان نمی‌توانند به بینش شهودی خود متکی باشند زیرا این شهود هنوز در آن‌ها وجود ندارد. این دو محقق، برخلاف ایزنبرگ و دری‌فاس بر این باورند تا زمانی که دانش‌آموزان نتوانند بر اساس شهود استدلال کنند، معلمان نباید آن‌ها را به این کار مجبور کنند. با همه این اوصاف هر دو گروه از محققین معتقدند، استدلال شهودی مهارت مهمی برای ریاضی‌دانان محسوب می‌شود. بنابراین لازم است به دانش‌آموزان یاد دهیم که از بینش شهودی در مراحل مناسب استفاده کنند. از این طریق می‌توانیم استدلال شهودی ریاضی‌دانان را شبیه‌سازی کنیم.

۲.۲.۶ نظریه راست مغزی و چپ مغزی

تحقیقات روان‌شناسی نشان می‌دهد که مهارت‌های فضایی، مانند تجسمی ذهنی از یک تصویر در نیم‌کره‌ی راست مغز فرآیند سازی می‌شوند. در عین حال افکار تحلیلی و منطقی در نیم‌کره چپ مغز رخ می‌دهند (باتیستا، ۱۹۹۰) از آن جایی که برنامه درسی هندسه به برهان استنتاجی تاکید می‌کند، دانش‌آموزان قادر نیستند به خوبی مهارت‌های بصری و فضایی را در خود بهبود بخشند (گلدنبرگ، کوکو و مارک ۱۹۹۸).

نظریه راست مغزی و چپ مغزی به ساختار و وظایف مغز انسان می‌پردازد و معتقد است که دو بخش راست و چپ مغز، دو حالت از تفکر را کنترل می‌کنند و به طور زیستی و معمول، یکی از دو نیم‌کره‌ی مغز بر دیگری غلبه دارد و موجب راست دستی یا چپ دستی می‌شود که آن را غلبه‌ی طرفی^۱ گویند. این تحقیقات بر روی ساختار و عملکرد مغز نشان داده که توانایی‌های تفکر دو نیم‌کره‌ی مغز بدین شرح است:

جدول ۲-۵: تفکر در دو نیم‌کره‌ی مغز

توانایی‌های نیم‌کره چپ مغز	توانایی‌های نیم‌کره راست مغز
تفکر منطقی ^۲	تفکر تصادفی ^۳
تفکر ترتیبی ^۴	تفکر شهودی ^۵
تفکر عقلانی ^۶	تفکر کل نگر ^۷ (گشتالتی)
تفکر تحلیلی ^۸	تفکر ترکیبی ^۹
تفکر عینی ^{۱۰}	تفکر تجربیدی (انتزاعی) ^{۱۱}
تفکر استقرایی (جزء نگر)	تفکر قیاسی (کل نگر)

به طور کلی، برنامه‌های آموزشی مدارس، بیشتر توانایی‌های تفکر چپ - مغزی را تقویت و کمتر از توانایی‌های راست - مغزی استفاده می‌کنند. موضوعات درسی چپ - مغزی به تفکر منطقی، تجزیه و تحلیل و دقت تاکید می‌ورزند و موضوعات درسی راست - مغزی به انواع هنرها و زیبایی‌شناسی، احساسات و فعالیت‌های خلاق و تخیلی اهمیت می‌دهند.

1 Bilateral dominance

2 Logic

3 Random

4 Sequential

5 Intuitive

6 Rational

7 Holistic

8 Analytical

9 Synthesizing

10 Objective

11 Subjective

در مدل ون هیل، مهارت‌های دیداری به عنوان مرحله پایه محسوب شده و رسیدن به مرحله استدلال‌های غیر شهودی مستلزم عبور از این مرحله انگاشته می‌شود. دی‌ویلیر و همکارانش در مباحثات خود جایگاه شهود را بر خلاف ون هیل به صورت خطی نمی‌دانند. شکل زیر ارتباط بین قابلیت‌های نیم‌کره‌های مغز را با سازه‌های یادگیری ارائه شده توسط اورنستاین^۱ مطابقت می‌دهند.

جدول ۲-۵: کارکرد نیم‌کره‌های مغز

نیم‌کره چپ (دست راست)	نیم‌کره راست (دست چپ)
مقایسه کل‌ها	تصویر کلی
منطق رسمی، توالی و استنتاج	ایجاد ارتباط
شمارش و اندازه‌گیری	کارگروهی
قسمتی از کل	تجسم و ارائه مثال
محتوا	دربگیرنده (محتوی)

آن‌ها نحوه تعامل محتوا و محتوی، جزئیات با کلیات، تجسم و بیان کردن، را در نرم‌افزارهای دانش‌آموزی را مورد بررسی قرار دادند.

هانافین و اسکات (۱۹۹۸) تحقیقی درمورد تاثیر ظرفیت حافظه‌ی فعال دانش‌آموزان با موضوع بررسی میزان آموزش، قابلیت حل مسائل فضایی و تاثیر نمره‌ی ریاضی دانش‌آموزان بر موفقیت در درس هندسه‌ی فضایی انجام دادند. آن‌ها دریافتند که نمرات بالا در درس ریاضی تنها عامل موفقیت دانش‌آموزان در بررسی، حدس و توضیح مسائل هندسی نیست. دانش‌آموزانی که نمره‌ی ریاضی بالاتری داشتند در به یاد آوردن مطالب بنیادی امتحان موفق‌تر بودند اما آن‌ها موارد شهودی را به همان خوبی درک نمی‌کردند. هناقین و اسکات معتقدند افرادی که در درس ریاضیات ضعیف‌تر هستند در فعالیت‌های ریاضی غیر سنتی موفقیت بیشتری دارند که این واقعیت جالب توجه است. برای سطوح مختلف آموزشی به ویژه سطح دبستان و راهنمایی که دانش‌آموزان هنوز توانایی ادراک مفاهیم مجرد پیدا نکرده‌اند، لازم است مفاهیم آموزشی به ویژه مفاهیم ریاضی برای تدریس در قالب الگوهای تدریس خاصی قرار گیرند.

نتیجه مطالعات انجام شده گویای این مطلب است که انسان به عنوان عامل اصلی در فرآیند یادگیری دارای دو بعد اساسی است. که یک بعد آن شامل توانایی‌های ذهنی، منطقی، محاسباتی می‌باشد که در مجموع بستر درک مفاهیم مجرد می‌باشد. و بعد دیگر شامل ابعاد عاطفی، احساسی، هیجانی است که منشاء ادراکات تجسمی می‌باشد. لذا در فرآیند آموزشی لازم است این دو بعد از تفکر دانش‌آموز، یعنی تفکر منطقی و شهودی را در زمینه‌های مختلف مورد توجه و تربیت قرار دهند. ایجاد موقعیت‌های برای ارتباط این دو بعد در محیط‌های نرم‌افزاری فراهم شده است. در بررسی نرم‌افزارهای آموزشی ریاضی به نحوه‌ی تقویت دو بعد بیشتر اشاره خواهد شد.

¹ Ornstein

تفاوت‌های جنسیتی در یادگیری

مطالعه در روش‌های یادگیری بین دختران و پسران به خصوص در درس ریاضی در قرن گذشته بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. در تست تفاوت‌های روان‌شناختی دانش‌آموزان که توسط آناستازی (۱۹۸۵) ارائه شد مشخص شد تفاوت گرایش‌های استعدادی پسران تا قبل از دوره ابتدایی مشخص نمی‌شود. هال‌پرن^۱ (۱۹۷۴) و همکاران معتقدند تفاوت‌ها در دختران و پسران در سنین ۱۳ تا ۱۶ سالگی بروز پیدا می‌کند. (فنما^۲ و کارپنتر^۳) معتقدند این تفاوت‌ها تا سن بلوغ دیده نمی‌شوند. مکوبی^۴ و جاکلین^۵ (۱۹۷۴) با این موضوع موافق بوده و اذعان داشتند در سن ۱۲ سالگی در پسران مهارت‌های ریاضی سریع‌تر از دختران رشد می‌یابد. در دوره دبیرستان نیز، زمانی که بر اهداف شناختی سطوح بالا تاکید می‌شود پسران نسبت به دختران دارای کارایی بالاتری هستند. از طرفی در فعالیت‌هایی که به پیچیدگی کمتری نیاز دارد، دختران نسبت به پسران کارآمدترند.

از دیگر نتایج مطالعات فوق مشخص شد پسران در استراتژی حل مسئله موفق‌ترند. در حالی که پسران بیشتر به استراتژی‌های انتزاعی تمایل دارند، دختران در استفاده از استراتژی‌های عینی مانند مدل‌سازی، محاسبه و شمارش بهتر عمل می‌کنند. دختران برای حل مسائل ریاضی از استراتژی‌های عینی کمک می‌گیرند. سودر^۶ معتقد است به همین دلیل درک آن‌ها از ریاضیات کمتر است. این موضوع باعث می‌شود دختران کمتر از پسران به ریاضیات علاقه‌مند باشند. و علاقه کمتر موجب یادگیری کمتر می‌شود. هودانبوسی^۷ (۲۰۰۱) در مطالعه خود در بررسی تفاوت‌های یادگیری بین دختران و پسران. علت موفقیت بیشتر دختران در آزمون‌های گرایشی ریاضی را به خاطر حل سریع مسائل کلامی توسط دختران دانست.

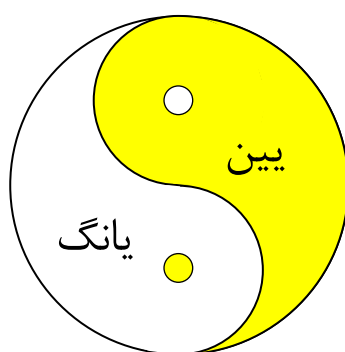
تفاوت‌های یادگیری در پسران و دختران از دبیرستان و در ادامه در دانشگاه بیشتر خود را نشان می‌دهند. هم‌چنین مطالعات تایید می‌کنند که بیشتر پسران در دوره‌های پیشرفته ریاضی که فعالیت‌های پیچیده‌ای را در دبیرستان و دانشگاه را در بر می‌گیرد شرکت می‌کنند. (لین)

¹ HalPern
² Fennema
³ Carpenter
⁴ Maccoby
⁵ Jacklin
⁶ Sowder
⁷ Hodanbosi

عناصر متضاد و مکمل

در شرایط سنی دانش‌آموزان دوره راهنمایی، اولین تلاش‌ها برای ورود به حوزه عملیات صوری انجام می‌پذیرد. در واقع دانش‌آموزان در مرز ورود به این حوزه هستند. نه آن‌قدر توانمند شده‌اند که بتوانند به طور کامل به امور انتزاعی بپردازند و نه این که نسبت به شکل‌ها و مسائل ظاهری و توجیهات ارائه شده قانع می‌شوند. لذا در این دوره استفاده حساب شده از ترسیم‌های شهودی و سوق دادن آن‌ها به مفاهیم مجرد از اهمیت زیادی برخوردار است. تعجیل در این امر موجب بی‌زاری و ترس دانش‌آموزان از مسائل اثباتی شده و تعلل نیز ذهن آن‌ها را نسبت به دنیای وسیع مجردات کند می‌کند. یافتن شیوه‌ی متعادل در تقویت این ابعاد امری ضروری از طرف معلم محسوب می‌شود.

چینی‌های تائوئیسم در بیان ساختارهای روانی انسان، از تعبیر "ین" و "یانگ" یعنی جنبه‌های زنانه و مردانه شخصیت انسان صحبت می‌کنند. آن‌ها معتقدند بشر یک موجود دو جنسی است و یک مرد دارای عناصر مکمل زنانه و یک زن دارای عناصر مکمل مردانه است. یونگ (۱۸۷۵)، با مطالعات گسترده‌ای که در روانشناسی شرق داشت، در روان‌شناسی تحلیلی خود دو مفهوم آنیما و آنیموس را معرفی کرد.



در نمودار فوق، در بطن فرآیندهای شهودی، به وجود نوعی منطق اشاره می‌شود و در فرآیندهای منطقی نوعی از شهود قرار دارد. در واقع این دو عنصر متضاد که در خلقت نیز در قالب جنس مونث و مذکر بروز کرده است، به نوعی با هم در ارتباط بوده و در وجود هر کدام بخشی از دیگری نهفته است.

نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا شرایط مناسبی را برای اشباع بصری و لزوم پرداختن به فرآیندهای منطقی فراهم می‌کند. بنا بر این هم موجب تقویت مهارت‌های دیداری شده به امور منطقی و اثبات می‌پردازد.

۲.۳ نرم افزارهای هندسه پویا

هندسه‌ی سنتی بخشی از ریاضیات است که در آن به بررسی مسائل هندسه بر روی کاغذ و قلم و با تاکید بر مهارت‌های استدلالی می‌پردازد. تثبیت اشکال در کاغذ موجب شده است این نوع از هندسه هندسه‌ی استاتیک یا ایستا نامیده شود. در این هندسه به دلیل محدودیت‌های ابزاری ناچار به اضافه کردن فرض‌های ناخواسته در مسئله هستیم به این ترتیب از آزادی‌های شکل صرف نظر می‌شود. در مقابل در روی‌کردی دیگر، هندسه‌ای به نام هندسه‌ی دینامیک یا هندسه‌ی پویا به دانش‌آموز فرصت داده می‌شود، محدودیت‌های ترسیمی در فضای کاغذ و قلم را کنار گذاشته، با دقت بیشتر و در فضایی هوشمندتر به بررسی مسائل بپردازد. در این محیط با کم کردن فرض‌های ناخواسته امکان دیدن خواص اشکال هندسی بیشتر می‌شود.

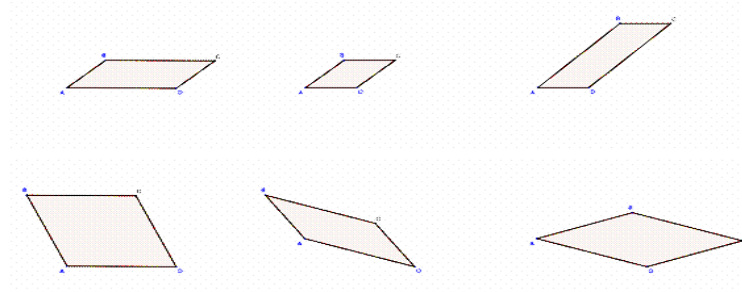
همان‌گونه که از نام دینامیک مشخص می‌شود، هندسه دینامیکی فعالیت‌های یادگیری ویژه‌ای را برای کاوش‌گری اصول و مسائل هندسی در محیطی با امکان دست‌کاری و ایجاد تغییرات در شکل فراهم می‌آورد. هندسه دینامیکی یک تجربه یادگیری جدید نیست، بلکه پیش از این نیز جنبه کاربردی آن در مصر مورد توجه بوده است. (مازان ۱۹۹۵) به علاوه به نظر می‌رسد کاربرد فن‌آوری رایانه‌ای در مراجعه دوباره به نگاه دینامیک به هندسه موثر بوده است. در حالی که فن‌آوری‌های دیگر مانند ماشین حساب‌های گرافیکی، فیلم‌های ویدئویی، اینترنت آن قدر نمی‌توانستند در آموزش موثر باشند، این شیوه یک راه تعاملی را برای یادگیری هندسه مطرح می‌کند.

محیط‌های هندسه‌ی پویا نوعی آزمایشگاه برای یادگیری ریاضی محسوب می‌شوند. برای حصول نتایج مؤثر در روش آزمایشگاهی ابزار یا وسایل باید ساده، متحرک و حتی المقدور انعطاف‌پذیر باشند. این موارد مطابق با محیط‌های هندسه پویا و درست بر خلاف محیط‌های یادگیری هندسه‌ی ایستا است. لذا برای یادگیری فعال لازم است محیط‌های هندسه‌ی پویا را به فرآیند یادگیری بیفزاییم. نرم‌افزارهای هندسه اعم از لوگو و نرم‌افزارهای پویا، محیطی منعطف، چند منظوره و غنی را به عنوان یک آزمایشگاه ریاضی برای اکتشاف مفاهیم و درک و بازنمایی آن‌ها ایجاد کرده و مهمتر از این بین مفاهیم عینی و مجرد ارتباط برقرار می‌کند. (کاپوت و تامپسون ۱۹۹۴)^۱

^۱ Kaput & Thompson, 1994

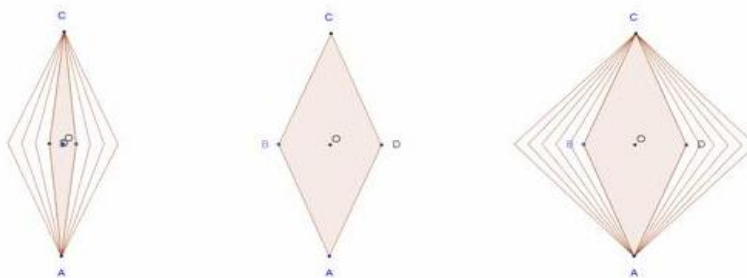
۲.۳.۱ اشکال پویا

اشکال هندسی پویا اشکالی هستند که در آن‌ها امکان تغییر و حرکت وجود دارد، بدون آن که شاکله‌ی خود را از دست بدهند. در تعریف متوازی‌الاضلاع شرطی برای محدود کردن طول اضلاع، تناسب ظاهری آن‌ها، زاویه‌ی بین دو ضلع و نحوه‌ی قرارگیری در صفحه وجود ندارد. این محدودیت‌های محیط هندسی است که همواره یک شکل با چهار زاویه قائمه به حالت افقی و نسبت اضلاع خاص را به دانش‌آموزان متوازی‌الاضلاع معرفی می‌کند. متوازی‌الاضلاع دینامیک یک متوازی‌الاضلاع است که زاویه‌ی داخلی آن قابل تغییر و طول اضلاع آن می‌تواند کوتاه یا بلند شود. بدون آن که با این تغییرات از وضعیت متوازی‌الاضلاع بودن خارج شود. یک متوازی‌الاضلاع جدا از محدودیت‌های محیط‌های ایستا دارای آزادی عمل زیادی است. با دیدگاه دینامیک امکان مشاهده‌ی واقعیت متوازی‌الاضلاع بیشتر می‌شود. یک متوازی‌الاضلاع پویا ویژگی‌های اصلی متوازی‌الاضلاع را دارد. یعنی اضلاع مقابلش برابرند و اقطارش منصف یکدیگرند.



شکل ۲-ج: تصاویری از یک متوازی‌الاضلاع پویا

برای پویا کردن یک شکل لازم است نکاتی را در نظر گرفت. یک لوزی پویا ممکن است هیچ قیدی برای زاویه و طول اضلاع نیاز نداشته باشد. اما به جهت محدودیت‌هایی که انسان دارد ناچار است قیدهایی را خود بر آن وارد کند و روندی تدریجی در جهت پویا کردن آن را سپری کند. ابتدا زاویه‌ی بین اضلاع آن را در محدوده‌ای خاص تغییر و نتیجه را مورد ارزشیابی قرار دهد. در شکل زیر این عمل در چند فریم به نمایش درآمده است. هم چنین با ثابت نگه داشتن زاویه می‌توان طول اضلاع را تغییر داد. و سپس تغییرات را در هر دو مورد ارزیابی کرد. گلدنبرگ^۱ و کوکو^۲ (۱۹۹۸) این یک حالت را نمونه‌ای از کلیه لوزی‌های ممکن می‌دانند.



شکل ۲-د: تصاویری از یک لوزی پویا

^۱ Goldenberg

^۲ Cuoco

۲.۳.۲ آموزش هندسه با رایانه

امروزه رایانه‌ها راه‌هایی را برای انجام عملیات

ریاضی پیش روی ما می‌گذارند که در سی سال

گذشته حتی رویای آن را هم نمی‌دیدیم. سنگ

بنای این دستاورد، دست‌کاری مستقیم اشکال

ریاضی و روابط آن‌ها است. (بالاچف و کاپوت)

هندسه به خاطر فراهم آوردن محیطی شامل

مفاهیم متنوع و غنی، جایگاه مهمی را در برنامه‌ی

درسی ریاضیات دوره دبیرستان دارد. از جهت

روان‌شناسی، هندسه مفاهیم انتزاعی و تجسمی را در بر

می‌گیرد. هندسه نقش مهمی در رشد مهارت‌های حل مسئله را ارائه می‌دهد. هم‌چنین این گونه مهارت‌ها و مفاهیم

پس از پایان تحصیلات در زندگی روزمره مورد استفاده قرار می‌گیرد. با معرفی و کاربرد فن‌آوری در برنامه درسی

دبیرستان، به ویژه در قالب نرم‌افزارهای رایانه‌ای، روش‌های جدید آموزشی پدیدار شدند.

در خصوص تأثیر رایانه در آموزش پژوهش‌هایی گسترده و وسیع صورت گرفته است که پیامد آن موثر دانستن

استفاده مناسب از فن‌آوری رایانه‌ای در بهبود آموزش است. ماتراس (۱۹۹۱) معتقد است به همان دلیل که ما از

فن‌آوری در منزل استفاده می‌کنیم لازم است رایانه را در کلاس به خدمت بگیریم.

یکی از ملزومات استفاده از رویکرد ساختن‌گرایی در یادگیری استفاده از فن‌آوری است که موارد آن شامل موارد

زیر می‌باشد:

۱. استفاده از پایگاه‌های اطلاعاتی در اینترنت جهت گسترش ارتباطات با دیگران

۲. استفاده از نرم‌افزارهای قدرتمند به عنوان ابزاری برای تفسیر و خلق دانش توسط دانش‌آموز

۳. ارائه از محتوای تعاملی و چندرسانه‌ای - صفحات گسترده - عکس‌های دیجیتالی با استفاده از فن‌آوری رایانه

مورگان (۱۹۹۶) چهار سوال کنترل را برای مشخص کردن و ارزیابی برنامه‌درسی در ارتباط با فن‌آوری پیشنهاد

می‌دهد:

۱. چگونه فن‌آوری دانش‌آموزان را برای مواجه شدن با تغییر مفاهیم آماده می‌کند؟

۲. چگونه فن‌آوری بهره‌ی یادگیری را ارتقاء می‌بخشد؟

۳. چگونه فن‌آوری فعالانه دانش‌آموزان را درگیر فعالیت یادگیری می‌کند؟

۴. چگونه فن‌آوری دانش‌آموزان را برای رسیدن به مراحل بالای مدل ون‌هیل تهییج می‌کند؟

این سوالات برای ایجاد ارتباط بین پیاده‌سازی فن‌آوری و نظریه‌های شناختی طراحی شده است. عمده تحقیقات

در زمینه استفاده از رایانه در محیط‌های آموزشی به دانش‌آموزان و پیشرفت نرم‌افزارهای مورد استفاده آن‌ها متمرکز

است. هوپلز و ناس (۱۹۹۴) معتقد بودند که استفاده از نرم‌افزار هندسی باعث می‌شود درک هندسی افزایش یابد.

سالوی و نوریس در سال ۱۹۹۸ اظهار داشتند که استفاده از نرم‌افزار باعث می‌شود دانش‌آموزان بتوانند کار خود را

ارائه دهند. این مسئله محرک موثری در امر آموزش است. ساترلند و بالاچف (۱۹۹۹) اعلام کردند که تصاویر رایانه‌ای باعث می‌شوند که دانش‌آموزان دانش ریاضی کسب کنند. به تعبیر آن‌ها:

ما معتقدیم که محیط‌های آموزشی مبتنی بر رایانه از طریق طبیعت واسطه‌گری اشیاء روی صفحه‌ی نمایش‌گر و تعاملات دانش‌آموز، دسترسی به دانش ریاضیات رسمی را فراهم می‌کند. از نظر معلم رایانه امکان اجرای نمایشی اشکال را فراهم می‌کند و این مسئله باعث جذب دانش‌آموزان می‌شود.

نحوه‌ی استفاده از رایانه در آموزش هندسه را به طور کلی می‌توان در ۴ سطح در نظر گرفت:

۱. هندسه‌ی ترسیمی

در مرحله‌ی اول از رایانه‌ها برای آموزش هندسه، استفاده‌هایی عمومی و معمول صورت می‌پذیرد. برای مثال شکل‌های هندسی دقیق‌تر ترسیم شوند. نرم‌افزارهای ویژه‌ای برای این منظور طراحی شده‌اند. هم چنین از نرم‌افزارهای مهندسی مانند اتوکد می‌توان در این زمینه یاری جست.

۲. آموزشی چندرسانه‌ای هندسه

مطالب آموزشی به کمک ابزارهای رایانه‌ای دسته‌بندی شده و با شیوه‌ی آموزش برنامه‌ای به صورت مرحله به مرحله به فراگیران منتقل شوند. در این مرحله تفاوت عمده‌ای بین استفاده از رایانه در هندسه و سایر دروس مشاهده نمی‌شد. ارائه محتوای آموزشی توسط نرم‌افزار پاورپوینت و فلش از این قبیل محسوب می‌شوند.

۳. هندسه‌ی لوگویی

لوگو، زبان برنامه‌نویسی رایانه‌ای برای خلق تصاویر گرافیکی جذاب. انجام محاسبات، نگهداری و به روزرسانی اطلاعات و قابلیت‌های ایجاد صدا و اجرای موزیک است. در محیط لوگو هر دانش‌آموز می‌تواند فعالیت‌های خود را در محیطی فرح بخش انجام دهد. این نرم‌افزار توسط سیمور پاپرت، از دانشمندان دانشگاه ام‌آی‌تی^۱ که با پیاز به مطالعات در زمینه‌ی آموزش می‌پرداخته است. این نرم‌افزار برای استفاده‌های آموزشی طراحی و تولید شده است. و به عنوان چهارچوبی برای فهم و حل مسئله در ریاضیات، به کار گرفته می‌شود.

تعدادی از تحقیقاتی صورت گرفته بر اثر لوگو به عنوان یک محتوای شهودی برای تسهیل استدلال‌های انتزاعی درباره‌ی مسائل هندسه اذعان دارند. نتایج مطالعات گِدس (۱۹۹۲) و ویور (۱۹۹۱) نشان می‌دهد که لوگو می‌تواند در

¹ MIT

ایجاد انگیزه در یادگیری از طریق کاوش^۱ در مسائل و کشف^۲، موثر واقع شود. کلمنتس و باتیستا و سارامان (۱۹۹۸) معتقدند که لوگو ویژگی‌های هندسی را در مرحله‌ی توضیحی-تحلیلی مدل ون هیل تقویت می‌کند. اما کتاب‌های درسی اغلب به مراحل بالاتر تفکر هندسی می‌پردازند. دانش‌آموزان خواهند فهمید که برای هر مسئله ممکن است تعداد زیادی راه حل وجود داشته باشد. با مشاهده‌ی دانش‌آموزان هنگام کار با دستورات لوگو و طراحی روال‌های برنامه‌نویسی برای حل مسائل هندسه، این امکان وجود دارد که یک بهره‌ی بینشی به یادگیری‌شان اضافه کنند.

هیلل، کیاران و گرترز (۱۹۸۹) در زمینه‌ی لوگو^۳ تحقیق انجام دادند. آن‌ها اعلام کردند بازخورد لوگو، دانش‌آموزان را ترغیب می‌کنند که در حل مسائل بیش از آن که مراحل بالای تفکر را به کار برند از سر نخ‌های شهودی استفاده کنند. نکته‌ی مهم دیگر این است که ریاضیات مدرسه برای فراگیری تفکر شهودی سرآغاز خوبی نیست، در حالی که هندسه‌ی لوگویی آغاز بسیار مناسب‌تری است. و دیگر اینکه در هندسه‌ی لوگویی تاکید بر خصوصیت ذاتی اشکال است تا خصوصیات عارضی آن‌ها.

ع. هندسه‌ی پویا

هندسه‌ی پویا معادل فارسی عبارت Dynamic Geometry در مقابل هندسه‌ی ایستا (Static Geometry) است. در زبان فارسی واژه پویا معادل دینامیک در مقابل ایستا به جای استاتیک در نظر گرفته شده است. این عبارت قبلاً نیز مورد توجه ریاضی‌دانان قرار گرفته بود. برنس (۱۹۴۵) هنگام توضیح مزایای ابزار شکل‌پذیر ریاضی دقیقاً به واژه‌ی دینامیک اشاره می‌کند. آن موقع هندسه دینامیکی نوعی از هندسه بود که در آن به ابزار هندسی با قابلیت تغییر اشاره می‌شد. ظهور نرم‌افزارهای هندسه پویا^۴ آغاز مرحله‌ی تازه‌ای برای استفاده از رایانه در آموزش هندسه بود. این نرم‌افزارها فضای جدیدی را در آموزش ایجاد کردند تا به معلمان کمک کنند تا با بهره‌گیری از آن بستری فراهم سازند تا مفاهیم به صورت پویا (قابل حرکت) مطرح شده و درک عمیق‌تری را برای دانش‌آموزان ممکن سازند.

¹ Exploration

² Discovery

³ Logo

⁴ Dynamic Geometry Software

۲.۳.۳ نرم افزارهای هندسه‌ی پویا

با استفاده از ابزار و فن آوری می‌توان زمینه را برای درک بهتر و تجربه‌های عمیق فراهم آورد. به این ترتیب شرایط تقویت ابعاد عینی و انتزاعی در آموزش بیشتر خواهد شد. به این ترتیب کارهایی که ممکن است انجام آن‌ها با استفاده از کاغذ و قلم و یا گچ و تخته امکان پذیر نباشد، سهل شده طوری که دانش‌آموز خواهد توانست در محیطی تعاملی همه حالت‌های مسئله را به سادگی مشاهده و محاسبه کند. دوال (۱۹۹۸) اظهار می‌کند که سیستم‌های هندسه‌ی پویا نسبت به هندسه‌ی کاغذ و قلم بهتر است. او این نظریه‌ی خود را این گونه بیان می‌کند: این نوع سیستم‌ها، طرح هندسی را از نقاشی مجزا می‌کنند. دانیل شیر (۲۰۰۲) اشکال هندسی در محیط‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا دارای چنین توصیف می‌کند:

الف) اشکال هندسی قابل حرکت و تغییر شکل دادن هستند. با استفاده از ماوس رایانه می‌توان روی آن‌ها کلیک کرد. کاربر نرم‌افزار می‌تواند تصاویری دینامیک ترسیم کند، و به آن‌ها قابلیت حرکت بدهد. بخش‌ها و قسمت‌های تصویر هندسی این قابلیت را دارند که کوچک و بزرگ شوند، زوایا قابل تغییرند، و اشکال می‌توانند روی صفحه‌ی نمایش گر بچرخند و جابه‌جا شوند.

ب) یک تصویر روی صفحه‌ی نمایش گر، نشان‌گر دسته‌ای کلی از تصاویر هندسی است. کاربر نرم‌افزار با ایجاد محدودیت‌های درون ساخته، می‌تواند مربعی بسازد که اندازه و جهت آن قابل تغییر باشد. البته هنوز هم شاخصه‌های تغییر ناپذیر یک مربع مانند چهار زاویه و چهار ضلع برابر، باید رعایت شود.

آرنولد^۱ (۱۹۹۶) نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا را که نمونه‌ای از جنبه‌های مثبت فناوری رایانه‌ای هستند، به عنوان یک رسانه آموزشی مفید نیازمند شرایط زیر می‌داند.^۲

۱. به جستجو و کاوش‌گری بها داده و مورد تشویق قرار دهند.
۲. کاربر را به عنوان عامل کنترل‌گر بر فن‌آوری معرفی کنند.
۳. قابلیت‌هایی را که به غیر از فن‌آوری نمی‌توان به آن‌ها دست یافت را ارائه دهند.
۴. به گسترش قابلیت‌های ریاضی کاربران کمک کند.
۵. فراگیران را غرق در مفاهیم ریاضی و فعالیت کند.

نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا ابزاری مفید برای تفکر پیشرفته از طریق مدل‌ترتیبی و ن‌هیل در یادگیری هندسه است، چرا که به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد به جستجوی مفاهیم هندسی بپردازند و روابط بین آن‌ها را کشف کنند. تحقیقات نشان می‌دهد استفاده از نرم‌افزار هندسه‌ی پویا در دوران راهنمایی بازخورد مثبتی دارد (کیتون، ۱۹۹۷؛

¹ Arnold

² Katherine L. Dix 1999 ,The Application of Computer Technology in the Teaching of Junior High School Geometry

بوئم، ۱۹۹۷؛ چازان و بروشالمی، ۱۹۹۸؛ هاداس و هرشکوتیز، ۱۹۹۹). این نرم‌افزارها امکانی برای کاربران فراهم می‌آورند تا توانایی ترسیم، اندازه‌گیری، محاسبات و بررسی اشکال خاص هندسی را داشته باشند، بنابراین ابزار قدرت‌مندی برای نمایش شهودی مفاهیم هندسی به دانش‌آموزان باشد.

برای مثال، یک کاربر می‌تواند یک نقطه را در میان یک پاره‌خط مقید کند، خطی را موازی با خط دیگری رسم کند، شعاع یک دایره را معادل مقدار داده شده قرار دهد و یک نمودار از روابط هندسی ایجاد نماید. دیگر این که اگر هر بخشی از شکل هندسی جابجا شد، کلیه‌ی اجزای مرتبط، متناظراً جابجا شوند و اجازه‌ی مشاهده‌ی بی‌درنگ ارتباطات هندسی را می‌دهد. هانا (۱۹۹۸) در این خصوص چنین بیان می‌کند:

زمانی که دانش‌آموز یک مفهوم را مکرراً حس می‌کند، آن را به یک قانون انتزاعی و مجرد هندسی تعمیم می‌دهد. نرم‌افزارهای پویا به دانش‌آموزان نمونه مطالب را نشان می‌دهند. آن‌ها با درک صحیح متوجه می‌شوند که چرا مطلبی چنین است و به علاوه چرا همواره این مطلب بدین‌گونه خواهد ماند.

در مجموع نرم‌افزارهای هندسه پویا، نمونه‌ی کارآمدی از ابزارهای هندسه‌ی پویا محسوب می‌شوند. تجربه کار با این برنامه برای معلمین ابعاد مغفول مانده‌ای از یادگیری را نمایان می‌کند. این ابعاد در حوزه آموزش‌های سنتی یا مورد کم توجهی قرار می‌گرفته و یا محدودیت ابزار اجازه استفاده موثر از آن‌ها را فراهم نمی‌آورده است. بسیاری از معلمین به دلیل مدت زمان زیاد ترسیم اشکال و نمودارها، نمی‌توانند مثال‌های متعددی برای دانش‌آموزان ارائه دهند. این مشکل تا حد زیادی در محیط‌های پویا فراهم شده است. به ویژه این که در برخی از نرم‌افزارها امکان ایجاد محیط‌های تعاملی از پیش آمده شده (اپلت) وجود دارد.

پس از اثبات کارآمدی نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا (DGS) شرکت‌ها، انجمن‌ها و افراد زیادی اقدام به طراحی و تولید این‌گونه از نرم‌افزارها کردند. در حال حاضر در حدود ۵۰ نرم‌افزار هندسه‌ی پویا وجود دارد. طراحان آموزشی، معلمین و دانش‌آموزان می‌توانند با توجه به سطح توانایی و نیاز خود اقدام به انتخاب یکی از این نرم‌افزارها بکنند. بسته‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا به نقل از بیکر دانش‌آموز را قادر می‌سازند تا:

۱. ویژگی‌های هندسی را درک و ارتباط بین آن‌ها را بررسی کنند.
۲. از اصطلاحات مرتبط با ریاضیات استفاده‌ی صحیح کرده و تمرین کنند.
۳. تفاوت بین نقاشی و ترسیم هندسی را درک کنند.
۴. یک رابطه را حدس زده و صحت آن را بررسی کنند.

نرم افزار اسکچ پد^۱ توسط جکیو^۲ در سال ۱۹۹۵ و نرم افزار کبری^۳ توسط موسسه ی تگزار اینسترومنت^۴ در سال ۱۹۹۴ دو نمونه ی ابتدایی و مشهور نرم افزار هندسه ی پویا هستند، که در بخش های ریاضیات در ابتدای دهه ی نود میلادی روی کار آمدند. از نظر کولتز^۵ (۱۹۹۱) هدف اصلی نرم افزار هندسه پویای اسکچ پد^۶ بر اساس گفته ی طراحان آن، رشد دانش آموزان از طریق گذراندن مراحل مدل ون هیل بوده است. کیسین^۷ (۱۹۹۵) و مک کوی^۸ (۱۹۹۲) این نسل از نرم افزارها را تسهیل کننده رسیدن به مراحل سطح بالای تفکر حل مسئله دانسته اند. کلاتز^۹ (۱۹۹۱)، کیسین^{۱۰} (۱۹۹۵) و مک کوی^{۱۱} (۱۹۹۲) این نسل از نرم افزارها را تسهیل کننده رسیدن به مراحل سطح بالای تفکر حل مسئله دانسته اند.

هدف اصلی نرم افزارهای هندسه ی پویا (DGS^{۱۱}) شبیه سازی دینامیک اشکال هندسی است. در برخی موارد در این نرم افزارها امکاناتی قرار داده می شود تا دانش آموزان بتوانند پس از ترسیم هندسی خود معادله شکل هندسی را نیز ببینند. نرم افزارهای کبری، اسکچ پد و جی آپ امکانات خوبی برای این منظور ایجاد کرده اند. بنابر این دانش آموزان می توانند از شکل به معادله جبری برسند. این در حالی است که دسته ای دیگر از نرم افزارها به نام سیستم های جبر رایانه ای (CAS^{۱۲}) وجود دارد که در آن ها تمرکز بر شبیه سازی مسائل جبری است. برخی از این نرم افزارها امکان ترسیم معادلات جبری را به صورت گرافیکی فراهم آورده اند. در این نرم افزارها، دانش آموزان از رابطه به شکل می رسند. نرم افزارهایی مانند درایو^{۱۳} و نسخه ساده شده آن تی آی اینتراکتیو^{۱۴} از این دست هستند. این نرم افزار جهت کار با نمادهای ریاضی و سپس ترسیم نمودارهای متناظر با روابط جبری تولید شده است. الکلی (۱۹۹۳) توضیح داد که دانش آموزان در استفاده از رایانه برای محاسبات جبری عکس العمل مثبتی از خود نشان دادند. دوگدال (۱۹۹۴) گزارش داد که دانش آموزان کند می توانند مسائل ساده جبری را با استفاده از نرم افزارهای محاسباتی، حل کنند.

دی (۱۹۹۳) اشاره کرد که تلفیقی از نرم افزارهای هندسی، عددی و نمادین می تواند تاثیر جالب توجهی در یادگیری جبر و هندسه داشته باشد. در صورتی که یک نرم افزار شرایط هر دو دسته ی نرم افزارهای DGS و CAS را داشته باشد به آن نرم افزار ریاضیات پویا^{۱۵} گفته می شود. ابتکار تلفیق این دو فضای آموزشی و فراهم کردن محیط گرافیکی و نمادین به طور هم زمان و دو سویه، محیطی خلاق و تعاملی در یادگیری ایجاد می کند. بی گمان این تلفیق

¹ Geometer's SketchPad

² Jackiw

³ Cabri

⁴ Texas Instruments

⁵ Klotz

⁶ Sketchpad

⁷ Kissane

⁸ McCoy

⁹ Kissane

¹⁰ McCoy

¹¹ Dynamic Geometry Software

¹² Computer algebra system

¹³ Drive

¹⁴ TI interactive

¹⁵ Dynamic Mathematics Software

چیزی بیشتر از جمع قابلیت‌های دو گونه نرم‌افزارهای DGS و CAS است. چرا که دانش‌آموزان در این محیط دائماً می‌توانند فرآیندهای AC و CA را تجربه کنند. در این شرایط مطابق نظریه راست مغزی و چپ مغزی دانش‌آموزان با هر دو نوع جهت‌گیری در یادگیری مطابق هوش و سبک یادگیری خود، بهره‌مند می‌شوند. جثوجبرا نمونه‌ی کارآمدی از این نوع از نرم‌افزارها محسوب می‌شود. بسته‌های آموزشی جثوجبرا بسیار کارآمد و کاربر پسند است و دارای کاربردهای متنوعی می‌باشد، به طوری که به سختی می‌توان موضوع درسی را پیدا کرد که نتوان در این محیط‌ها شبیه‌سازی نمود.

محیط‌های نرم‌افزاری متفاوت از محیط‌های سنتی هندسی، این اجازه را به دانش‌آموز می‌دهد اجزای شکل را گرفته و جابجا کنند. به این عمل درگینگ^۱ گفته می‌شود. این ویژگی به طرز شگفت‌آوری یادگیری را برای دانش‌آموزان فراهم می‌آورد. چرا که دانش‌آموز وابستگی ذهنی خود را به لحاظ تصویری ثابت از شکل رها کرده و با واقعیت شکل ارتباط برقرار می‌کند. دانش‌آموز درک خواهد کرد قیود چه هستند و چه آزادی‌هایی ذاتی در شکل وجود دارد. آن‌ها به جابجا کردن اشکال اصلی، می‌توانند نحوه تعامل خطوط فرعی که بر شکل سوار شده‌اند را ببینند. در مسائل هندسی که فرض و حکم برای دانش‌آموزان مشخصاً تبیین می‌شود، دانش‌آموز دیگر با یک شکل ایستا و خشک روبرو نیست. با جابجایی عناصری که به اصل فرض مسئله لطمه نمی‌زند، دائماً وقوع حکم را خواهند دید. در این هنگام دانش‌آموز دیگر از روی اجبار و اکراه به اثبات مسئله نمی‌پردازد. بلکه با شوقی وصف‌ناپذیر به دنبال علت این اتفاق می‌گردد.

از ویژگی‌ها و قابلیت‌های نرم‌افزارهای هندسه پویا توانایی اجرای ترسیمات دقیق هندسی با ابزارهای زیر است:

۱. نقطه: ایجاد نقطه‌ی آزاد یا مقید به یک شیء دیگر هندسی، تقاطع دو شیء هندسی، نقطه میان دو نقطه
۲. خط و زاویه: رسم خط گذرنده از دو نقطه، پاره‌خط بین دو نقطه، پاره‌خط آغاز شده از یک نقطه به طول مشخص، نیم‌خط با تعیین دو نقطه، بردار با داشتن دو نقطه، بردار با تعیین نقطه آغاز و یک بردار دیگر، چندضلعی، زاویه با مشخص کردن سه نقطه، زاویه با اندازه‌ی مشخص و ...
۳. خطوط فرعی هندسی: خط عمود با تعیین یک نقطه و یک خط، خط موازی با تعیین یک نقطه و یک خط، عمودمنصف با تعیین دو نقطه یا یک پاره‌خط، نیم‌ساز با تعیین سه نقطه، خط مماس و ...
۴. دایره: دایره با معین کردن مرکز و یک نقطه روی محیط، دایره با معین کردن مرکز و شعاع، دایره با تعیین سه نقطه، نیم دایره، کمان با تعیین مرکز و دو نقطه،

¹ Dragging

کمان با تعیین سه نقطه، قطاع با تعیین مرکز و دو نقطه، قطاع محیطی با

تعیین مرکز و دو نقطه، مقطع مخروطی با تعیین پنج نقطه

۵. تبدیلات هندسه: تقارن مرکزی، تقارن محوری، دوران با تعیین مرکز و زاویه دوران، انتقال،

تقسیم پاره خط به نسبت داده شده.

برای تکمیل ظاهر شکل‌های رسم شده، امکانات ویژه‌ای در این نرم‌افزار وجود دارد. از آن جمله می‌توان به اضافه کردن متن، استفاده از تصویر، اضافه کردن روابط ریاضی در صفحه، تنظیم رنگ و ضخامت و سبک خطی اشکال، جابجایی صفحه، نزدیک نمایی، دور نمایی، پنهان کردن شیء هندسی، پنهان کردن نام شیء هندسی، برداشت مشخصات ظاهری یک شیء، حذف کردن یک شیء و ترسیم‌های چند لایه اشاره کرد. نرم‌افزارهای هندسه پویا امکان بررسی دقیق‌تر مسائل در حالت‌های مختلف را فراهم می‌کند. این کنکاش توسط ابزارها و قابلیت‌های خاص در این نرم‌افزارها فراهم شده است. این موارد شامل اندازه‌گیری، تغییر موقعیت، متحرک سازی و ایجاد لرزش، پی‌گیری گام به گام روش رسم، تشخیص اجزای مستقل (مادر) و وابسته (فرزند)، تعقیب مسیر، مکان هندسی، بررسی صحت یک رابطه: مثل تعامد، توازی، تساوی طول، تساوی زاویه، انجام محاسبات ریاضی، رسم نمودار است.

در برخی از نرم‌افزارهای هندسه پویا، امکان یادگیری یا ضبط ماکرو وجود دارد. به طوری که با ضبط عملیات برای یک‌بار می‌توان آن عمل را به رایانه آموزش داد و بعدها، به شکل راحت‌تری از آن استفاده کرد. هم‌چنین در تعدادی از آن‌ها امکان مقید کردن یک نقطه به یک شیء هندسی مثل خط و دایره بعد از اتمام ترسیم و یا آزاد کردن آن وجود دارد. نرم‌افزارهای، اقلیدس، کبری، جئوجبرا، اسکچ‌پد و برخی دیگر از این امکان برخوردار هستند.

هر یک از نرم‌افزارها قابلیت‌های متفاوتی برای ارائه ی نتایج فعالیت‌ها دارند. تنوع در خروجی‌ها از ویژگی‌ها و مزایای یک نرم‌افزار محسوب می‌شود. در اغلب نرم‌افزارهای هندسه پویا امکان مشاهده پیش‌نمای چاپ ترسیم و نهایتاً چاپ آن وجود دارد. در این اغلب نرم‌افزارها امکان انتقال تصویر با اجزای آن به نرم‌افزارهای آفیس به قابلیت ویرایش جزئیات آن وجود دارد. نرم‌افزار کبری قابلیت ویژه‌ای را برای اتصال به ماشین حساب را ایجاد کرده است.



شکل ۵-۲: ماشین حساب مبتنی بر نرم‌افزارهای هندس پویا مدل TI-92 Plus

برخی از نرم‌افزارهای هندسه پویا مانند کبری، جئوجبرا و اسکچ‌پد دارای امکانات ویژه‌ای برای ارائه خروجی در محیط وب هستند. با استفاده از این امکان، کاربر بعد از تولید نمونه می‌تواند آن را در یک صفحه HTML به صورت تعاملی ارائه دهد. جاوا اپلت یک نوع خروجی از نرم‌افزارهای هندسه پویا محسوب می‌شود که اجازه تغییرات محدودی را به کاربر می‌دهد. به این ترتیب می‌توان پیش طرح‌هایی را برای کاربران با در نظر گرفتن محدودیت‌های

مورد نظر فراهم کرد. در این حالت دانش‌آموزان می‌توانند فقط اشکال هندسی ترسیم شده را دست‌کاری و بررسی کنند که برای منظور معین گردیده است.

برای تحقیق در مورد استفاده از جاوا اپلت، لازم است ببینیم دانش‌آموزان در محیط آموزشی ریاضی چگونه آن را به کار می‌گیرند. مانند هر ابزار آموزشی که در کلاس ریاضی به کار می‌رود، قابلیت‌های این برنامه برای کمک به دانش‌آموزان در افزایش درک مفاهیم، تنها زمانی می‌تواند ارزش‌گذاری شود که در ارتباط با فعالیت‌های ویژه‌ای بررسی شود (میرا، ۱۹۹۸). بر خلاف تصاویر ثابت در صفحه نمایش گر رایانه، محیط‌های تعاملی جاوا می‌توانند شکل‌های متحرک را هم شبیه‌سازی کنند. اگر چه عملکرد آن نسبت به نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا کمتر است. گزینه‌های موجود می‌تواند بررسی طرح را آسان یا دشوار کنند.

ویژگی‌های نرم‌افزار مناسب برای به کارگیری در کلاس شامل موارد زیر می‌باشد:

۱. سادگی محیط نرم‌افزار: محیط نرم‌افزار باید تا حد ممکن ساده و ابزارهای نرم‌افزار از قبیل دکمه‌ها،

ارتباط ساده با کاربر (کاربر پسند) و راهنمای مناسب را داشته باشد تا کار با آن برای معلم و دانش‌آموزی که به تازگی کار با رایانه را آغاز کرده است، آسان باشد.

۲. بسته نبودن و بستر بودن: در روش فعال، معلم گاهی نیازمند جایگزین کردن یا توسعه دادن و یا تکمیل

کتاب است. به یقین همین ویژگی باید در نرم‌افزار مورد نظر گنجانده شود. بدین معنا که برنامه مزبور محدود به محتوا و مثال‌های ارائه شده در آن نباشد و قابلیت ساخت مثال‌های بیشتر را برای معلم فراهم آورد.

۳. جامعیت: هر چه نرم‌افزار موضوعات بیشتری از کتاب درسی را پوشانده و از جامعیت لازم

برخوردار باشد، بیشتر مورد استفاده قرار خواهد گرفت. بدین سبب لازم است طراحی آن طوری صورت گیرد که معلم در طی حد اقل یک سال تحصیلی مجبور به یادگیری و یاد دهی نرم‌افزارهای متعدد نباشد. (افشین‌منش ۱۳۸۶)

با توجه به معیارهای مطرح شده، نرم‌افزار جئوجبرا برای انجام پژوهش حاضر انتخاب شده است.

۲.۴ مهارت‌های هندسی

بلوغ هر یک از قوای وجودی انسان، مستلزم به کارگیری آن‌ها در عرصه‌های واقعی و عملی است. زمانی که یک ایده‌ی ذهنی توسط واسط‌های مختلف مانند زبان و دست بروز و ظهور کنند، زمینه رشد و تقویت ذهن فراهم می‌آید. تلاش فرد در به کارگیری قوای ذهنی و تعدد انجام فرد را ماهر می‌سازد. ماهر فردی است که مهارت را با اطمینان نسبی و با صرف حداقل انرژی اجرا نماید و مهارت، قابلیت است که با اطمینان معین و صرف حداقل انرژی یا زمان کاری به نتیجه برسد. (گاتری) مهم‌ترین اصل در یادگیری مهارت، اصلاح یک عمل بر اثر اجرای عمل قبلی است. مهارت و یا تکلیف را باید به واحدی معنی‌دار تقسیم کرد و سپس این واحدها را با هم ترکیب کرده تا مهارت کلی کسب گردد. گاهی نیاز می‌باشد واحدهای معنی‌دار را هم به اجزاء کوچک‌تری تقسیم نمود.

هوفر (۱۹۸۱) مهارت‌های هندسی را به پنج دسته‌ی کلی شامل مهارت‌های منطقی، دیداری، کلامی، ترسیمی و کاربردی تقسیم کرده است. این مهارت‌ها، هر یک اجزای بدن انسان را مانند مغز، چشم، زبان و دست را به کار می‌گیرند. امکان دست‌کاری و جابجایی اشکال در محیط‌های نرم‌افزاری، به شکل‌گیری فعالیتی هماهنگ از اعمال دست و چشم و مغز کمک می‌کند. دقت بالا در محاسبه و ترسیم در ذهن دانش‌آموز نظم فکری ایجاد کرده و تأمل در الگوریتم پیاده‌سازی ترسیم درک عملی از آزادی‌ها و قیود، تشخیص عناصر ضروری و غیر ضروری در ترسیم اشکال همگی موجب تقویت مهارت‌های ترسیمی و منطقی در دانش‌آموزان می‌شود. موقعیت‌های متعدد برای مشاهده و امکان متحرک‌سازی یا انیمیشن شکل‌ها در نرم‌افزار موجب تقویت مهارت دیدن در خواهد شد. ابزارهای ترسیمی نوعی واسط و زبان پیاده‌سازی اشکال در محیط نرم‌افزار محسوب می‌شوند. و تکرار در استفاده از نمادها موجب رشد مهارت‌های کلامی می‌گردد.

امکان کنترل درست بودن سازه ترسیم شده و اندازه‌گیری‌های بعد از ترسیم اطمینان فرد را فراهم می‌آورد. بر پایه‌ی این اطمینان آن‌ها یافته‌های خود را تعمیم داده و علاقه‌مند به بیان آن می‌شوند. آن‌ها برای رسیدن به خواسته‌ی خود، از واسط‌های یادگیری استفاده می‌کنند و این امر موجب تقویت مهارت‌ها می‌شود. در چنین شرایطی دانش‌آموز مطابق میل و خواسته‌ی خود به تجربه‌ی شخصی دست می‌زند.

محیط‌های ساده‌ی نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا با قابلیت‌های فراوان، محیطی مناسب برای تعامل دانش‌آموزان را فراهم می‌آورند. تعامل دوسویه، موقعیت ارتباط را افزایش داده، و فرد دائماً مفاهیم ذهنی خود را با نظم علمی مندرج در نرم‌افزار تطبیق می‌دهد. دانش‌آموز در این محیط احساس تأثیرگذار بودن می‌کند. وی در این محیط هم یاد می‌گیرد و هم می‌تواند روال‌هایی را به نرم‌افزار از طریق ماکرو نویسی یاد دهد.

۲.۴.۱ مهارت‌های منطقی

امروزه همه انسان‌ها باید بتوانند از دانش ریاضیات به گونه‌ای استفاده کنند و عادی‌ترین و معمول‌ترین شیوه‌ی استفاده از ریاضیات، به کارگیری روش‌های استدلالی و منطق عقلانی در حل مسایل روزمره است. ریاضیات به عنوان یک تلاش انسانی، علاوه بر کاربردهای متعدد، باعث تقویت قوه‌ی استدلال و ایجاد نظم فکری در ذهن دانش‌آموز می‌شود. منطق موجود در درس‌های ریاضی باعث می‌شود که فرد از مهارت تفکر برتری برخوردار گردد. منطق در نظر دانشمندان ریاضی پایه و اساس ریاضی است. چنان‌چه کارشناسان آموزشی می‌گویند ریاضیات درسی است برای نمایش قدرت ذهن. آموزش صحیح ریاضیات یعنی پرورش افرادی منطقی. افرادی که موضوعی را بدون استدلال صحیح و منطقی نپذیرند. ریاضیات، هم‌چنین نحوه‌ی استدلال ذهن را فراگیر و قوی می‌کند. کودکان قبل از ورود به مدرسه، اطلاعات و دانسته‌های مقدماتی خود را از محیط زندگی دریافت و کسب می‌کنند. این اطلاعات اغلب متفرق، سطحی و پراکنده است و از گستردگی و عمق کافی برخوردار نیست. لازم است به ترتیبی این دانش سازماندهی شده و اصول منطقی پیدا کند.

بسیاری دیگر از مفاهیم ریاضی ماهیت خارجی و عینی در محیط خارج به خودی خود ندارند، بلکه ساخته و پرداخته و ابداع ذهن انسان هستند که به محیط خارج و اشیای درون آن نسبت داده شده‌اند و این انتساب مانند مفاهیم علوم تجربی در ذات اجسام و اشیای جهان مادی به عنوان خاصیت ثابت و پایدار آن‌ها در بیش‌تر موارد مصداق ندارد. مرحله‌ی آخر در مدل یادگیری ون‌هیل دقت زیاد^۱ نام دارد. این مرحله حاکی از فضای مجرد خالص و محض است. ریاضی در لغت نیز به معنای ریاضت و سخت کشیدن معنی شده است. ریاضیات کاملاً انتزاعی همیشه برای بشر جذاب بوده است. درست مثل بازی شطرنج. عملیات ذهنی محض، نوعی مبارزه طلبی قابل حصول بوده است.

مفاهیم علوم تجربی و خواص نسبت داده شده به اجسام، اشیا و پدیده‌ها، تغییر پذیرند یا در شرایطی صحت و شمول خود را از دست می‌دهند، در مقابل مفاهیم ریاضی دارای منطق مطلق هستند، یعنی در همه جا و همه وقت و در هر شرایطی ثابتند. این پایداری منطق ریاضی به عنوان "قوانین" نظم دهنده، هماهنگ کننده و گسترش دهنده فرآیندهای تفکر به صورت منطقی هستند. در حقیقت در فراگیری ریاضیات به خاطر ماهیت ذاتی این علم، ضمن دستیابی به کانال‌های جدید ارتباطی بین انگاره‌های موجود، امکان پرورش و گسترش فرآیندهای ذهنی در یک سیستم کاملاً منطقی، به خاطر منطق قوی، مؤثر و خلل ناپذیر حاکم بر اصول و مفاهیم ریاضی، میسر است.

از میان علوم مختلف، علم ریاضی به خاطر ماهیت انتزاعی و ذهنی که دارد، موثرترین ابزار در گسترش و پرورش ساختارهای منطقی و فرآیندهای ذهنی است. لذا مهم‌ترین کارکرد ریاضیات پرورش تفکر منطقی است. و هدف از آموزش ریاضیات توسعه این تفکر است. جرج پولیا این‌گونه اظهار نظر می‌کند:

¹ Rigor

نقشی که ریاضی در پرورش دانش‌آموزان بازی می‌کند، بیش‌تر در حوزه‌ی تفکر است. ریاضی یک مکتب تفکر است. اما تفکر چیست؟ تفکری که می‌توانید در ریاضی یاد بگیرید این است که از پس تجرید برآیید. ریاضی درباره اعداد است. اعداد یک تجرید هستند. ریاضی مستقیماً در تجرید کاربرد دارد. قسمتی از این ریاضیات، باید دانش‌آموز را قادر سازد که حداقل، با تجرید رودررو شود و از عهده ساختارهای انتزاعی برآید.

مهارت‌های منطقی^۱ از نظر هوفر شامل دسته‌بندی، تشخیص ویژگی‌های ضروری شکل، دیدن الگوها، فرمول‌بندی، آزمایش فرضیه‌ها، استنتاج و استفاده از شمارنده‌ها می‌شوند. (مفید ابوموسی) از دیگر مهارت‌های منطقی می‌توان به طبقه‌بندی به عنوان عاملی برای فراگیری مجموعه‌ها و مجموعه‌سازی اشاره کرد. همچنین به مهارت‌هایی چون ترتیب و ردیف‌سازی، ارتباط و همبستگی، ابقاء کمیت (تعداد، سطح، حجم)، شمارش با معنا و بی‌معنا، تناظر یک به یک، اندازه‌ها و مقایسه‌های آن‌ها و به مفاهیم زمانی اشاره کرد. (زمانی) فرضیه‌سازی، اثبات، حل مسئله نیز از ابعاد مهارت‌های منطقی محسوب می‌شوند. در مجموع اهداف مهارت‌های منطقی را می‌توان به شرح زیر در نظر گرفت:

۱. تشخیص ویژگی‌های ضروری شکل

۲. تشخیص ارتباط بین ویژگی‌های اشکال هندسی

۳. استنتاج منطقی در روابط هندسی

۴. استدلال غیر نمادین

۵. استدلال نمادین (اثبات کردن)

۶. فرمول‌بندی

۷. آزمایش فرضیه‌ها

۸. دسته‌بندی، مرتب‌سازی

۹. ابقاء کمیت‌ها و تناظر یک به یک

۱۰. مقایسه

۱۱. درک مفهوم زمان

۱۲. حل مسئله

دانش‌آموزان در استفاده از اثبات رسمی هندسی بسیار ناموفق عمل می‌کنند. اختصاص زمانی برای این امر در برنامه آموزشی نا امید کننده بوده است. به هر صورت، تحلیل قابلیت اثبات دانش‌آموزان نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در اثبات مطالب هندسی و تمام حوزه‌های ریاضی ضعیف هستند و آن دسته از عقاید و طرح‌هایی که به آن‌ها کمک می‌کند اثبات‌های ریاضی را انجام دهند، پیشرفتی نداشته است.

¹ Logic Skills

به علت این که دانش‌آموزان در محیط‌های سنتی یادگیری در اثبات مسائل موفق نبودند، باید این مهارت مهم و پیشرفت آن مورد بررسی قرار گیرد. ادواردز (۱۹۹۷) به بررسی پیشرفت مهارت‌های اثباتی پرداخته است و بر اهمیت آموزش مهارت‌های تفکر به دانش‌آموزان تاکید کرده است. این مهارت‌های تفکر برای اثبات صحت ریاضی یک نتیجه لازم و ضروری هستند. وی روند اثبات را چنین توصیف می‌کند:

اثبات شامل مجموعه‌ی منظمی از فرآیندهایی که دربرگیرنده‌ی انتقال شهود یا تعمیم مطالب تا رسیدن به مرحله اطمینان است. مطالب باید با زبانی غیر مبهم و دقیق اثبات شوند. عبارات به کار برده شده باید در جوامع ریاضی مورد پذیرش باشند (ادواردز، ۱۹۹۷، ص ۱۹۰).

این تعریف نشان‌گر اهمیت توافقات انجمن‌ها در استانداردهای توافق‌شده میان ریاضی‌دانان را نیز در نظر دارد. شونفیلد (۱۹۸۹) و لمپرت (۱۹۹۰) این مفهوم را تایید کردند.

گوتیرز و جامی (۱۹۹۸) پیشنهاد می‌دهند که به منظور هدایت دانش‌آموزان برای رسیدن به مرحله ۴ مدل ون‌هیل، این گام‌ها برداشته شوند:

۱. تشخیص انواع اشکال هندسی و شکل‌های هم‌خانواده،
۲. مشخص کردن اجزا و ویژگی‌های اشکال،
۳. کاربرد و فرمول‌سازی تعاریف،
۴. دسته‌بندی اشکال هندسی
۵. اثبات ویژگی‌ها و گفته‌ها.

در هندسه، همچون سایر شاخه‌های ریاضی روش‌های تجربی و استنتاجی با یکدیگر در تعامل بوده و هم‌دیگر را تقویت می‌کنند. به عنوان مثال در اغلب موارد اگر شخصی در به کار بردن روش استنتاجی با مشکل برخورد کند، بررسی‌های تجربه می‌تواند شرایط قابل بررسی‌ای را فراهم کند. با این وجود بسیاری از دانش‌آموزان هندسه روش استنتاجی و تجربی را دو حوزه متفاوت اثبات قضا یا در نظر می‌گیرند (شونفیلد، ۱۹۸۶). در واقع، دانش‌آموزان دوره راهنمایی از استنتاج رسمی استفاده نمی‌کنند (برگر و شاقنسی، ۱۹۸۶؛ یوسیکین، ۱۹۸۲).

فرصت‌هایی که توسط محیط‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا فراهم می‌شود امکان دیدن ویژگی‌های ریاضی اشکال را به سادگی فراهم می‌آورد ولی نمی‌تواند به طور کلی جایگزین هر نوع نیازی به اثبات کردن شود. در عوض این‌گونه

تسهیلات راه‌های پر معنای جدیدی برای ارتقاء سطح درک از نیاز به اثبات قواعد را باز می‌کند. (پاتریکا) تعدادی از تحقیقات انجام گرفته از تقویت توان اثبات کردن حکایت می‌کنند. (مانند تحقیقات موریتی^۱ و جونز^۲)

کدینگر (۱۹۹۸) معتقد است که دانش‌آموزان با جستجو و بررسی در نرم‌افزارها می‌توانند مهارت‌های حدسیه‌سازی و بحث کردن در حوزه‌ی ریاضی را تمرین کنند. نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا این امکان را فراهم می‌آورند که دانش‌آموزان نمونه‌هایی از حدسیات خود را جستجو کنند. اگر نتوانند موردی برخلاف حدس خود بیابند در واقع فرض و گمان خود را می‌توانند اثبات کنند. بنابر این، بررسی در محیط‌های پویا باعث می‌شود عقاید محکمی به وجود آید و نتایج جستجو به اثبات مسئله‌ای منجر شود. ریاضی‌دانان نیز معمولاً پیش از اثبات یک برهان خود را قانع می‌کنند که آن برهان صحیح است. این فرآیند برخلاف برنامه هندسه سنتی است. دانش‌آموزان استدلال‌های و اثبات‌های متعددی را یاد می‌گیرند، در حالی که هنوز نسبت به صحت آن مسئله اقناع نشده و اشراف پیدا نکرده‌اند. برای اثبات لازم است دانش‌آموز نسبت به درستی قضیه قانع شود. در رسیدن به پاسخ خود نیز مشارکت داشته باشد و قضایای قبل را نیز به همین شکل پذیرفته و یا در درک آن‌ها به یک بینش جدید باشد. لذا بیش‌ترین تاثیر محیط‌های پویا در تقویت مهارت‌های اثبات اقناع است.

دانش‌آموزان هنگام کار در محیط هندسی پویا، نمی‌توانند مراحل حفظ شده را پیگیری کنند. چازان (۱۹۹۰) پیشنهاد می‌دهد که دانش‌آموزان برای بررسی مسائل هندسی در رایانه لازم است ۶ مهارت جستجو را به کار برند: درستی حدس، تعمیم نتایج، ایجاد ارتباطات، اثبات و ربط دادن مطالب. لازم است برای کمک به دانش‌آموزان در استفاده از این مهارت‌ها، روش آموزشی‌ای را پایه‌ریزی کنیم. این مسئله تنها به نقش معلمین مرتبط نیست بلکه به طراحی فعالیت‌ها در یک نرم‌افزار نیز بستگی دارد.

¹ Mariotti

² Jones

۲.۴.۲ مهارت‌های دیداری

انسان اطلاعات اولیه مورد نیاز برای حفظ و ادامه حیات را از طریق حواس پنج‌گانه خود از محیط اطراف کسب می‌کند. هر یک از این حس‌ها، اطلاعات مربوط به جنبه‌هایی از طبیعت را در اختیار فرد قرار می‌دهد. برخی از پدیده‌ها فقط به کمک یک یا دو حس شناسایی می‌شوند، اما در مواردی نیز لازم می‌آید که از حس‌های بیشتر و یا تمام حواس استفاده شود. تجربه نشان می‌دهد که حس‌های مختلف در یادگیری انسان نقش مساوی و یک‌سان ندارند. میزان یادگیری انسان توسط حس‌های مختلف برای بینایی ۷۵ درصد، شنوایی ۱۳ درصد، لامسه ۶ درصد، بویایی و چشایی هر یک ۳ درصد ذکر شده است. (رشید پور، ۱۳۴۸، ص ۶) با توجه به این ارقام، به دو نکته مهم می‌توان اشاره کرد:

به دلیل نقش مهم حس بینایی در یادگیری انسان، لازم است در موقعیت‌های ارتباطی و آموزشی به جای تکیه صرف بر حس شنوایی مخاطبان و ارائه مثال‌های ذهنی و مجرد، از پیام‌های تصویری و رسانه‌های دیداری - شنیداری نیز به میزان کافی استفاده کنیم. بیش‌ترین یادگیری در شرایطی است که یادگیرنده از حس‌های بیشتر خود استفاده کند و این ممکن نیست مگر از طریق کسب تجارب مستقیم یا تجارب دست‌اول، تجربه‌هایی که یادگیرنده از طریق دست‌ورزی و برخورد رو در رو با شیء یا پدیده به بررسی و شناخت آن می‌پردازد. (امیر تیموری، ۱۳۸۳، ص ۲۶)

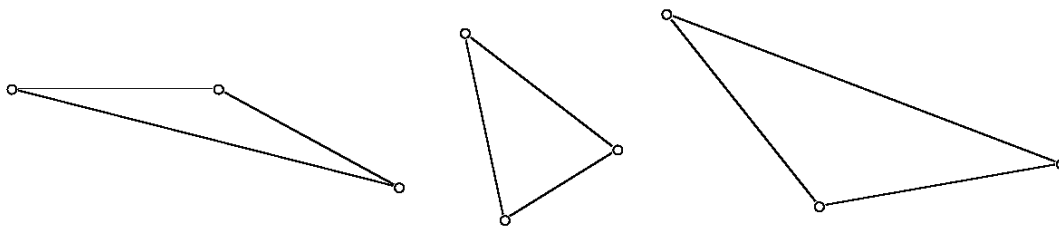
در واقع مهارت‌های بصری طیف گسترده‌ای از مهارت‌ها است که از مشاهده عینی آغاز شده و تا رسیدن به یک بینش و بصیرت هندسی ادامه پیدا خواهد کرد. به نقل از پاتریکا (۲۰۰۱) اغلب محققین معتقدند استدلال شهودی مهارت مهمی برای ریاضی‌دانان محسوب می‌شود. بنابر این لازم است به دانش‌آموزان یاد دهیم که از بینش شهودی در مراحل مناسب استفاده کنند. از این طریق می‌توانیم استدلال شهودی ریاضی‌دانان را شبیه‌سازی کنیم.

با توجه به این که در این گونه از مهارت‌ها تمرکز بر مشاهده و بصیرت هندسی است، روی کرد کل گرایانه نقش بارزتری را ایفا می‌کند. در این روی کرد دانش‌آموز لازم است دید کلی از اشکال و مفاهیم هندسی پیدا کند. لذا بسیاری از روابط نظریه‌های گشتالتی در این مهارت مشاهده می‌شود.

در مقابل مهارت‌های منطقی، در این مهارت توان حدس زدن و تخمین از اهمیت زیادی برخوردار است. و دانش‌آموزان در ارائه تخمین‌های درست، و پیش‌بینی‌ها آموزش می‌بینند. مطابق نظریه راست مغزی و چپ مغزی، مهارت دیداری در بخش راست مغز فعال است. و همراه با عناصر عاطفی و انگیزشی است. مهارت‌های عاطفی و هوش عاطفی (EQ) نیز در این مهارت بسیار تاثیر گذار هستند. دانش‌آموزانی که در دروس ادبیات بیشتر موفق هستند و یا به هنر علاقه‌مند بودند گرایش بیشتری به این مهارت‌های آموزشی دارند.

پدیده‌ی پروتوتایپ

در مطالعات صورت گرفته در زمینه‌ی هندسه‌ی ثابت، محققان با در نظر گرفتن خصوصیات اجسام هندسی گرایشی را مدنظر قرار می‌دهند. اگر تعدادی مثلث بر روی صفحه کاغذ به دانش‌آموزان نشان داده شوند، این احتمال وجود دارد که آنها مثلث متساوی‌الساقین را هنگامی که قاعده‌اش افقی قرار گیرد، بهتر تشخیص دهند. هم‌چنین تشخیص مثلث قائم‌الزاویه هنگامی که رأس قائمه آن موازی با لبه‌ی کاغذ قرار گیرند برای آنها آسان‌تر خواهد بود. (کلمنتس و بانیستا، ۱۹۹۲؛ یروشالمی و چازن، ۱۹۹۳). هاسگاوا^۱ (۱۹۹۷) این یافته‌ها را تحت این عنوان “پدیده‌ی نحوه‌ی قرارگیری” بیان کرد. پدیده‌ی پروتوتایپ^۲ وابستگی ذهنی دانش‌آموزان نسبت به نحوه قرارگیری اشکال است. همزمان با فعالیت دانش‌آموزان در مدارس در درس هندسه، آنها از اشکال هندسی تصاویری ذهنی را به عنوان مدل پایه تجسم می‌کند. این تصاویر غالباً قاطع نیستند. (مکوتیا، ۱۹۹۸؛ شیفت، ۱۹۹۹ نیز مراجعه فرمایید). به عنوان مثال ممکن است تصویری تک از مثلث متساوی‌الساقین در یک کتاب درسی موجب می‌شود دانش‌آموزان یک قانون کلی ترتیب دهند و تنها مثلثی را متساوی‌الساقین بدانند که قاعده‌اش افقی قرار گیرد.



شکل ۲-و: وضعیت‌های مختلف قرارگیری مثلث متساوی‌الساقین

در محیط‌های هندسه‌ی پویا دانش‌آموزان می‌توانند شکل پویا را در دست بگیرد، بچرخاند، و حرکت دهد. این اعمال باعث می‌شود ذهن نسبت به قیود اضافه مانند جهت قرارگیری مستقل شود. هر میزان این اتفاق بیافتد، دانش‌آموز به مفهوم انتزاعی مثلث متساوی‌الساقین بیشتر نزدیک می‌شود. معلم تعلیم دیده در محیط‌های پویای آموزشی، می‌تواند در کلاس عادی نیز این موقعیت را شبیه‌سازی کند.

هدف نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا ایجاد تصاویر هندسی متحرک با اندازه‌ها و جهت‌های متفاوت است. بدین جهت دانش‌آموزان مانند نمونه‌ی بالا تنها یک تصویر را متعلق به شکل هندسی خاصی نمی‌دانند. (به مثلث‌های متساوی‌الساقین متمایل در شکل‌ها توجه کنید). در این نرم‌افزارها دانش‌آموزان می‌توانند با حرکت اشکال هندسی به هر مکانی که می‌خواهند، اشکال را در حالت‌های بی‌ثبات لرزشی و حرکت‌های مداوم در نظر بگیرند. در برداشت اولیه، درمی‌یابیم که قابلیت حرکت در نرم‌افزار از تعمیم ویژگی‌های اشکال ثابت توسط دانش‌آموزان به تمام اشکال هندسی مشابه آنها جلوگیری می‌کند. از طرفی مشاهده‌ی کوچک و بزرگ شدن یک مثلث متساوی‌الساقین به دانش‌آموزان

¹ Hasegawa

² Prototype Phenomenon

کمک می‌کند تا شاخصه‌های کلی چنین مثلثی را درک کنند. لذا در محیط‌های نرم‌افزار دانش‌آموزان می‌توانند از محدودیت‌های عرضی^۱ اشکال عبور و خصوصیات ذاتی^۲ اشکال را درک کنند.

شاخصه‌های یک شکل هندسی هنگامی که بزرگ یا کوچک می‌شود یا می‌چرخد می‌تواند مفاهیمی را که در هندسه‌ی ثابت به چشم نمی‌آید، ترسیم کند. تصاویر با جابجایی‌های مداوم و هم‌پای جابه‌جایی‌های فیزیکی تغییر می‌کنند. کازلین (۱۹۸۳) چهار گروه فرآیند تصویری را شرح می‌دهد:

۱. تولید یک تصویر
۲. بررسی آن و پاسخ به سوالات مربوطه
۳. جابه‌جایی و عملیات بر روی تصویر
۴. حفظ یک تصویر به منظور عملیات ذهنی دیگر.

مرحله‌ی بازنمایی تصویری یا تجسمی^۳ در نظریه برونر توضیح دهنده‌ی چگونگی یادآوری ذهنی از تجسم در دانش‌آموزان است. در این مرحله کودک رویدادهای زندگی خود را غالباً به صورت تصاویر ذهنی حفظ می‌نماید. مانند کودکی که یک حادثه را با کشیدن صحنه می‌کشد و یا به یاد می‌آورد. بسیاری از مردم مانند جراحان، ورزشکاران، نوازندگان موسیقی، و بازیگران تئاتر و سینما از شیوه‌ی بازنمایی تصویری بسیار بهره می‌برند.

هوفر مهارت‌های دیداری در هندسه را شامل تشخیص، مشاهده‌ی ویژگی‌ها، ترجمه نقشه‌ها، تصور، تشخیص بین زوایای مختلف بر می‌شمرد. از نظر هوفر یکی از مهارت‌های دیداری، از مهارت تصور است. لذا مهارت بصری چیزی بیش از دیدن تنها با حس بینایی است. مهارت تجسم و تصویرسازی نیز از اهداف این مهارت‌ها محسوب می‌شود. مهارت‌هایی که در این حوزه مورد توجه قرار می‌گیرند به شرح زیر است:

۱. تشخیص ظاهر اشکال (مرحله اول VHGT)
۲. دیدن ویژگی‌های اشکال هندسی (مرحله دوم VHGT) بدون نیاز خاص به استدلال تنها به صورت شکلی
۳. جابجایی و عدم وابستگی به حالت قرارگیری (پدیده‌ی پروتوتایپ)
۴. شناخت صحیح از دینامیک اشکال
۵. بازخوانی اشکال و نقشه‌ها
۶. تجسم ذهنی، تصویر سازی، تخیل، پیش بینی حرکت قبل از حرکت
۷. تخمین و حدس در هندسه
۸. تشخیص خط اضافه در حل مسائل هندسه

¹ extrinsic
² intrinsic
³ Iconic

از نظر ون هیل (۱۹۸۶)، علی‌رغم این که دانش‌آموزان کمی می‌توانند از مرحله ۳ پیش‌تر روند هندسه اقلیدسی سنتی کار خود را از مراحل بالا شروع می‌کند و مراحل ۱ و ۲ را پوشش نمی‌دهند. رایانه می‌تواند به شهودی کردن مفاهیم انتزاعی کمک کند. چرا که محیط جدیدی بر مبنای قابلیت‌های عینی را فراهم آورده است.

با مشاهده مداوم اشکال در محیط‌های غنی شبیه‌سازی شده، بازنمایی تصویری رشد کاملی پیدا می‌کند. محیط گرافیکی، ساده و جذاب این گونه از نرم‌افزارها، دانش‌آموزان را محو موضوع آموزشی می‌کند. طوری که دقایق بسیار با شکل هندسی و دینامیک آن ارتباط برقرار می‌کنند و با کنجکاوی بسیاری از ابعاد شکل را مورد توجه قرار می‌دهند. دانش‌آموز اختیار تغییر در آن را داشته و می‌تواند حدس‌های خود را مورد آزمایش قرار دهد. در واقع یادگیری در اثر ارتباط دائم و مکرر از تجربه^۱ پا فراتر می‌نهد. در واقع نرم‌افزار محیطی غنی برای اشباع درک شهودی برای دانش‌آموزان محسوب می‌شود. معلم با دیدن این تجارب در محیط نرم‌افزاری قادر خواهد بود تا حد ممکن کلاس درسی خود را مملو از موقعیت‌های شهودی کند. به این ترتیب یادداری شهودی آن‌ها طی فرآیندهای غنی تقویت شده و حافظه شهودی آن‌ها به بلوغ می‌رسد. این خود منجر به رشد مهارت‌های دیداری می‌شود.

در محیط‌های آموزشی سنتی، معلمین با تجربه برای تبیین یک موضوع آموزشی از مثال استفاده می‌کنند. بی‌گمان فهم یک مفهوم مجرد صرف، برای دانش‌آموزان به ویژه در دوره راهنمایی تحصیلی کم اثر و موقتی است. ارائه مثال‌های بیشتر ذهن دانش‌آموزان را باز کرده و یقین آن‌ها را به درستی آن بیشتر می‌کند. اما شرایط و محدودیت‌های زمانی، اجازه ارائه مثال‌های بیشتر را فراهم نمی‌آورد. این محدودیت‌ها تا حدودی در محیط‌های نرم‌افزاری محو شده است. طوری که برای بیان یک مفهوم آموزشی می‌توان با ارائه چندین مثال در زمانی کوتاه، با امکان جابجایی و تغییر وضعیت دسته‌بی‌شماری از مثال‌ها و مصداق‌های مسئله را ارائه نمود. از طرفی حافظه دیداری دانش‌آموزان در زمان‌های دیگری، وقتی مدت‌ها از یادگیری گذشته است، مفاهیم مجرد آموخته شده را با مثال‌هایی که دیده است را بازنمایی کرده و به سرعت با آن ارتباط برقرار می‌کنند. از این روست که یادگیری پایدار و ماندگار خواهد شد. معلم تعلیم دیده که تجاربی از این دست دارد، اعتقاد بیشتری به ارائه مثال پیدا کرده و با داشتن کم‌ترین ابزار آموزشی سعی در مثال‌سازی برای دانش‌آموزان خواهد داشت.

¹ Experience

۲.۴.۳ مهارت‌های کلامی

نخستین شکل تعامل که با آن بزرگسالان گنجینه و دانش موجود در فرهنگ را به کودکان انتقال می‌دهند تکلم است. ویگوتسکی با بیان این موضوع، رشد کودک را در دو سطح قرار داده است: نخستین سطح، رشد واقعی کودک است که جنبه‌ی اکتسابی دارد و او خود به تنهایی انجام می‌دهد و دومین سطح، توانایی بالقوه‌ی کودک است که با کمک دیگران به فعل در می‌آید. ویگوتسکی، وضعیت بین سطح اول و سطح دوم را منطقه‌ی رشد بالقوه نامیده است. فرآیند تبدیل روابط اجتماعی به کارکردهای عالی ذهنی نه به طور مستقیم بلکه از طریق یک واسطه یا، بنا به گفته‌ی ویگوتسکی، یک علامت امکان پذیر می‌شود. یک ابزار می‌تواند نقش چنین واسطه‌ای را ایفا کند. از دیدگاه ویگوتسکی زبان تعیین کننده حوزه و دامنه تفکر است،

مهم‌ترین بخش از مساله‌هایی که در آموزش دبیرستانی وجود دارد، عبارت است از تشکیل معادله برای حل مساله‌های کلامی. مساله‌های کلامی مساله‌هایی هستند که با کلام بیان شده‌اند نه با رابطه و فرمول. دانش‌آموز، برای حل چنین مساله‌هایی، باید موقعیت‌های واقعی دنیای خارج را به زبان ریاضی برگرداند و با تجربه‌ی شخصی خود قانع شوند که مفهوم ریاضی با واقعیت‌های دنیای خارج بستگی دارد. برای دانش‌آموزانی که نمی‌خواهند ریاضیات را برای حرفه‌ی آینده‌ی خود بیازمودند، این موقعیت تنها و آخرین تجربه‌ی آن‌هاست. ولی مهندسان و دانشمندانی که حرفه‌ی آن‌ها نیاز به استفاده از ریاضیات دارد، از این تجربه همیشه برای ترجمه‌ی مساله‌های دنیای واقع به زبان مفهوم‌های ریاضی استفاده خواهند کرد. یک مهندس باید تا آن جا ریاضیات بداند که بتواند مساله مورد نظر را به صورت ریاضی درآورد. بنابراین وقتی مهندس آینده راه تشکیل معادله برای حل مساله‌های کلامی را در مدرسه می‌آموزد، برای نخستین بار در موقعیتی قرار می‌گیرد که بتواند در این راه بسیار مهم استعداد خود را بیازماید.

برای آموزش هر موضوعی در هر سنی به دانش‌آموز، باید آن را به همان گونه‌ای که وی محیط خود را درک می‌کند و با همان شکلی که جهان برای او معنا دارد، بیاموزد. در حقیقت وظیفه ما ترجمه موضوع به زبان فکری خاص دانش‌آموز در مرحله رشد اوست. به بیان دیگر، هر موضوعی را می‌توان به زبان فکری خاص دانش‌آموز تبدیل کرد و در قالب معنایی او ریخت و پس از ادامه یافتن رشد، می‌توان معناها را با عمق و دقت بیشتری بیان کرد. برای یادگیری بهتر، در درجه اول دانش‌آموزان باید از حل مساله‌هایی که به خوبی و آن طور که شاید و باید از آن سر در نمی‌آورند صرف نظر کنند. دانش‌آموزان در مرحله‌ی اول باید درباره‌ی مساله حدس بزنند، مجهول‌ها و معلوم‌ها را تشخیص دهند و با بیان خود شرط را روشن کنند. اگر بتوانند دانسته و فهمیده این کار را انجام دهند آن وقت می‌توانند به اصل کار بپردازند. (پولیا) هر مرحله از مدل ون‌هیل نیز دارای زبان، علائم و روش‌های خاص خودش می‌باشد. و دانش‌آموز می‌بایست در هر مرحله‌ای از یادگیری که هست، با ادبیات و زبان آن آشنا شده باشد.

ریاضی یک زبان است، زبانی که علائم، نشانه‌ها و نمادهای خاصی را به کار می‌گیرد و مثل هر زبانی محملی است برای انتقال مجموعه‌ای از مفاهیم و اندیشه‌ها با اصول و قواعدی که صرف و نحو معمول زبان‌ها را به ذهن متبادر

می‌سازد. اما حقیقت تلخ آن است که مدرسه‌ها، دبیران، خانواده‌ها تاکیدی افراطی بر فراگیری زبان از خود نشان می‌دهند، به گونه‌ای که منجر به غفلت از آموزش صحیح مفاهیم، گسترش توان‌مندی‌ها و دانش ریاضیات شده است.

لوگو به عنوان یک ماشین آموزشی در قالب زبان، بیشتر بر قدرت گسترده و عمومی فراگیران در یادگیری زبان تکیه دارد تا قابلیت ادراک انتزاعی آن‌ها. این الگوی یادگیری یک الگوی پیوسته است و نقطه مقابل الگوی گسسته یادگیری است که ما در ریاضی به کار می‌بریم. به این ترتیب، مسئله معنی‌دار کردن ریاضیات برای فراگیران به مسئله عمومی‌تر معنی‌دار کردن یک زبان تشریح‌صوری بر می‌گردد که لوگو یکی از راه‌حل‌های آن است. لوگو می‌تواند زبان درک‌شهودی هندسه باشد. در پی آن نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا نیز همین کارکرد را پیدا می‌کنند.

دانش‌آموزان در محیط‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا در ضمن تعامل با نرم‌افزار در معرض یادگیری اصطلاحات و تطبیق آن‌ها با مفاهیم درسی قرار می‌گیرند. از این در به کارگیری اصطلاحات نرم‌افزار توان‌مند می‌شوند. از طرفی این اصطلاحات و تناظر آن‌ها با مفاهیم کتاب درسی موجب تقویت مهارت‌های کلامی در هر دو محیط می‌گردد. این موقعیت با انجام فعالیت‌ها در کارگاه رایانه به صورت موجب تشدید یادگیری مهارت‌های کلامی خواهد شد.

هوفر استفاده صحیح در کلمه‌شناسی و ارتباط دقیق در توضیح مفاهیم تجسمی و روابط را از اجزای اساسی مهارت‌های کلامی بر می‌شمرد. از دیگر اهدافی که در این مهارت می‌تواند مورد توجه قرار گیرد موارد زیر می‌باشد:

۱. دانستن معنی و ریشه کلمات و اصطلاحات
۲. به کار بردن درست اصطلاحات
۳. شناخت نام ابزار ارتباطی و اجزای آن
۴. بیان تعاریف استاندارد و درک درست از آن‌ها
۵. توان بیان مقصود و فهم مقصود سوال
۶. ساختار نوشتاری صحیح

۲.۴.۴ مهارت‌های ترسیمی

"می‌شنوم و فراموش می‌کنم."

می‌بینم و به خاطر می‌آورم.

انجام می‌دهم و می‌فهمم."

آموزش ریاضی شامل فعالیت‌هایی در جهت تقویت و هماهنگی

حواس به منظور تقویت و استفاده از عضلات کوچک دست و آماده

کردن برای رشد و پرورش جسمی و ذهنی است. تجارب ذهنی، با

بازسازی یک سلسله از اتفاقات همان گونه که رخ داده‌اند، پایه‌گذاری می‌شود. مکانیسم واقعی ترسیم نیز در قالب تجارب منطقی عمل کرده و درونی می‌شوند. (صیادی- معصومی)

در بازنمایی عملی مطابق نظریه برونر، کودک دادهایی را که تجربه کرده است را به صورت پاسخ‌های حرکتی بازنمایی می‌کند. بدیهی است رشد توانایی‌های کودک برای تفکر و یادگیری در الگوهای منطقی، از طریق تجربه کودک با اشیاء واقعی و دست‌ورزی حاصل می‌شود، زیرا کودکان از طریق فعالیت‌هایشان با اشیاء مختلف، می‌فهمند و درک می‌کنند، نه لزوماً تنها از طریق مشاهده اشیاء و یا چیزهایی که راجع به اشیاء به آن‌ها گفته می‌شود.

از نظر پولیا چیزهایی که فقط شنیده می‌شوند، سریع فراموش می‌کنید. نصیحت خوب، به سرعت فراموش می‌شود. چیزهایی که با چشمان دیده می‌شود، بهتر به خاطر آورده می‌شود، اما وقتی که آن را با دست‌ها انجام داده شود، واقعاً درک می‌شوند. پولیا به عمل و آگاهی به صورت توأمان تاکید فراوان دارد. در روش اکتشافی، دانش‌آموز به وسیله عمل، خودش یاد می‌گیرد. مهم‌ترین عمل، نوعی از یادگیری است که خود، آن را کشف می‌کند. و اگر دانش‌آموز چیزی را کشف کند، یادگیری آن ماندگارتر و درکش، عمیق‌تر خواهد بود. محیط ترسیم، محیط مناسبی است برای انجام دادن و تجربه کردن است.

دانش‌آموزان موفق فکر می‌کنند اگر معلم مطالب را به سادگی به آن‌ها بگوید، بهتر و سریع‌تر پیش می‌روند. آن‌ها می‌خواهند وقت خود را صرف تفکر عمیق در مورد مطالب نکنند. اما متوجه نیستند که اگر خود عملاً فعالیت کنند مسائل را بهتر متوجه می‌شوند. اسکپ (۱۹۸۷) می‌گوید درک مفاهیم به واسطه‌ی ابزار با توانایی قبول قوانین استفاده از آن برای دانش‌آموزان آسان است و از این طریق آن‌ها زودتر نتیجه می‌گیرند. در مقابل، درک مفاهیم بدون واسطه‌گری ابزار نیازمند تلاش بیشتری از سوی دانش‌آموز است.

واتیلی معتقد است برای ترسیم، به خصوص ترسیم نمودارها در مسائل پیچیده، دانش‌آموزان باید مراحل بالای مدل ون‌هیل را سپری کنند. شومن و گرین (۱۹۹۴) در حمایت از این موضع پیشنهاد می‌دهند که دانش‌آموزان با برخی مدل‌های از پیش آماده (مانند اپلت‌ها) کار کنند. طبق نظر آن‌ها اگر دانش‌آموز بخواهد خود شکلی را رسم کند با مانع‌های زیر برخورد می‌کند:

۱. امکان آزمون و خطا وجود ندارد.

۲. توجه دانش‌آموز را از هدف کلی ترسیم منحرف شود.
۳. ممکن است از صحت کل ترسیم کاسته شود.
۴. بدون این که دیدگاه یا درک جدیدی فراهم کند تنها زمان سپری می‌کند.
۵. خطوط ابتدایی که برای ترسیم ضروری هستند تصویر را پیچیده و مبهم کنند.

از نظر هوفر مهارت‌های ترسیمی شامل ایجاد ارتباط با کشیدن، توانایی بازنمایی اشکال هندسی دو بعدی و سه بعدی، ایجاد نمودارهای مقیاس پذیر و کشیدن اشکال هندسی می‌شود. به این ترتیب می‌توان اهداف یادگیری در ترسیم را چنین مطرح نمود:

۱. درک تفاوت ترسیم و کشیدن
۲. رعایت ترتیب در ترسیم
۳. شناخت اصول ترسیم هندسی (مانند عدم محاسبه در ترسیم و ...)
۴. شناخت ارتباط بین قضیه‌های هندسی و نیازمندی‌های ترسیم (مانند انواع روش‌های رسم مثلث)
۵. شناخت نحوه صحیح استفاده از ابزارهای ترسیمی و کاربرد صحیح آن‌ها
۶. توان توصیف و توضیح انجام مراحل ترسیم
۷. ترسیم ذهنی اشکال هندسی
۸. طراحی و اجرای الگوریتم پیاده سازی و تفکر منطقی در ترسیم
۹. توجه به مسائل زیبا شناختی و اصول و ترتیب در نامگذاری
۱۰. مهارت در به کارگیری ابزار و داشتن دقت و سرعت مناسب

ترسیم و ابزار آن در محیط‌های هندسه‌ی پویا با کلاس‌های سنتی تفاوت دارد. دانیل شر (۲۰۰۲) مطرح می‌کند که ابزار هندسه‌ی اقلیدسی شامل کاغذ، قلم، خط‌کش، پرگار، تخته سیاه و گچ است. در حالی که اکنون در آغاز قرن ۲۱، ابزار جدیدی برای ترسیم تصاویر هندسی در کنار ابزار پیشین این رشته مورد استفاده قرار می‌گیرند. ویژگی‌های نرم‌افزار هندسه‌ی پویا درست در نقطه‌ی مقابل قابلیت‌های ابزار هندسی گذشته هستند. اشکال هندسی قابل حرکت و تغییر شکل دادن هستند. با استفاده از ماوس می‌توان روی آن‌ها کلیک کرد. کاربر می‌تواند تصاویری پویا ترسیم کند، و به آن‌ها قابلیت حرکت بدهد. بخش‌ها و قسمت‌های تصویر هندسی این قابلیت را دارند که کوچک و بزرگ شوند، زوایا قابل تغییرند، و اشکال می‌توانند روی صفحه‌ی نمایش گر رایانه بچرخند و جابه‌جا شوند. یک تصویر روی صفحه‌ی نمایش گر، نشان‌گر دسته‌ای کلی از تصاویر هندسی است. کاربر نرم‌افزار با ایجاد محدودیت‌های درون ساخته می‌تواند مربعی بسازد که اندازه و جهت آن قابل تغییر باشد. البته هنوز هم شاخصه‌های تغییر ناپذیر یک مربع مانند چهار زاویه‌ی ۹۰ درجه و چهار ضلع برابر باید رعایت شود.

ترسیم‌هایی که در رایانه صورت می‌گیرد می‌تواند به دو دلیل برای دانش‌آموزان مفیدتر باشد. اولاً، ترسیم‌های رایانه‌ای جزئیات دقیق‌تری را نسبت به ترسیم‌های روی کاغذ ارائه می‌دهد. دوم، از آن جایی که رایانه عمل رسم را اجرا می‌کند معلم می‌تواند بیشتر به مفهوم بپردازد. با این توصیف در تعریف مهارت ترسیم لازم است مهارت‌های هیادگیری در هندسه سنتی که هوفر آن را طرح کرده بود مورد بازنگری قرار گیرد. فاینزر^۱ و بنت^۲ (۱۹۹۵) این دوگانگی را تصحیح می‌کنند. آن‌ها فرایند ترسیم اشکال توسط دانش‌آموزان را در چهار مرحله توضیح می‌دهند. دسته‌بندی فاینزر و بنت از نظر تئوری دسته‌بندی جامعی را در ترسیم هندسی ارائه می‌دهد:

الف- نقاشی:^۳ دانش‌آموزان پیش‌طرحی از یک چهارضلعی اختیاری را بر روی صفحه ترسیم می‌کنند و سپس آن قدر بر روی صفحه و با استفاده از ماوس با آن ور می‌روند تا شکلی منطبق با تعریف یک مربع به دست آورند. اگر هر قسمت مربع نام‌برده را با ماوس بکشند شکل آن تغییر می‌کند و دوباره یک چهارضلعی تصادفی بدست می‌آید.

ب- در حال تولید:^۴ در این مرحله آن‌ها ممکن است تضمین کنند که زوایای مربع حتی در صورت کشیده شدن نیز ۹۰ درجه باقی می‌ماند اما ممکن است، اضلاع آن مساوی با یکدیگر باقی نمانند.

ج- تولید کامل:^۵ اکنون شکل ساخته شده یک مربع کامل است، البته تنها یک مربع خاص. زیرا کشیدن هر یک از رئوس آن منجر به بزرگ یا کوچک شدن مربع نمی‌شود.

د- تولید مناسب:^۶ نهایتاً در این مرحله، با وجود کشیدن مربع شکل آن حفظ می‌شود و اندازه‌ی اضلاع آن قابل تغییر خواهد بود.

طبق برنامه آموزشی دوره راهنمایی دانش‌آموزان باید ترسیم‌هایی انجام دهند (به عنوان مثال با استفاده از پرگار و گونیا، نیم‌ساز زاویه‌ای را رسم کنند). ترسیم‌ها معمولاً در ابتدای سال و پیش از مشاهده‌ی مطالب درسی به دانش‌آموزان به آن‌ها تعلیم داده می‌شود. در آن هنگام آن‌ها حتی ویژگی‌های هندسی را تشخیص نمی‌دهند. دانش‌آموزان از کاربرد تکنیک‌های ترسیم در حل مسائل هندسی بهره‌ای نمی‌برند (کدینگر ۱۹۹۸).

¹ Finzer

² Bennett

³ Drawing

⁴ Underconstraint

⁵ Overconstraint

⁶ Appropriate Constraints

اگر چه تا کنون مرسوم نبوده است، هندسه اقلیدسی به جای آن که به عنوان ساختار منظمی از اصول منطقی مورد مطالعه قرار گیرد، می تواند دستورالعمل ترسیم های هندسی باشد. به این ترتیب آمادگی لازم برای اثبات برای فراگیران فراهم می آید. نرم افزار هندسه ی پویا هم قانع کننده است هم ابزار کافی برای ترسیم های هندسی محسوب می شود. لذا در برنامه درسی در دوره پژوهشی اغلب تمرین های کتاب درسی به منزله ی موقعیتی برای تمرین در کارگاه رایانه یا در منزل به عنوان تکلیف ترسیمی برای دانش آموزان در نظر گرفته شد.

در محیط های آموزشی سنتی، همه چیز بر پایه فرض ذهنی و تقریب است. به عنوان مثال دانش آموزان باید فرض کنند این شکل متوازی الاضلاع است و اگر نیم سازه های آن را رسم کنند، آن ها بر هم عمود می شوند. این در حالی است که اگر معلم، تبحر کافی در ترسیم شکل داشته باشد، دانش آموزان قانع می شوند. اما در محیط های نرم افزاری علاوه بر این که کلیه اشکال با دقت بسیار بالایی ترسیم می شوند و به لحاظ شکلی می تواند به رابطه دو جزء مانند تعامد یا توازی پی برد، امکان بررسی مطلق این ارتباط نیز وجود دارد. به طوری که پس از ترسیم، با ابزار تعبیه شده دانش آموز می تواند از نرم افزار بخواهد رابطه دقیق دو شیء مشخص را به لحاظ هم اندازه بودن، تعامد، توازی و ... ارائه دهد. این امر در شرایطی که دانش آموز شکلی نزدیک به واقعیت کشیده شده و یا به لحاظ اصولی اشتباه رسم کرده است، وی را در پی بردن به اشتباه خود یاری می رساند. از طرفی امکان ارزیابی سریع را به معلم می دهد. از طرفی در برخی نرم افزارها امکان رصد کلیه فعالیت های دانش آموزان از طریق نرم افزاری وجود دارد. این که مثلاً وی الان چه شکلی کشید و آیا این درست بوده یا نه؟ با توسعه الگوریتم های برنامه نویسی امکان ارزیابی های خودکار نیز فراهم خواهد آمد.

۲.۴.۵ مهارت‌های کاربردی

و آن‌جا، در ذهن من، شعله‌ای از

بلندی‌ها درخشید و همه‌ی نیروی

خود را در جهت عمل قرار داد. دانه

هوفر منظور از مهارت‌های کاربرد را کاربردهای هندسه در

زندگی واقعی و استفاده از مثال‌های هندسی در طراحی جعبه‌ها و

غیره می‌داند. با ملاحظه‌ی دیگر ابعاد مهارت‌های کاربردی اهداف آموزشی در این حوزه را می‌توان به شرح زیر مطرح

نمود:

۱. دیدن نمونه‌های شبیه‌سازی شده از کاربرد مسائل در زندگی
۲. شبیه‌سازی مدل‌های ذهنی
۳. شبیه‌سازی مدل‌های واقعی و مجازی
۴. درک کاربرد هندسه در دنیای بیرونی
۵. سعی در یافتن مثال‌های واقعی
۶. ایجاد مدل‌های ابتکاری در محیط‌های شبیه‌سازی شده

محدودیت‌های کلاس درس و نبود آزمایشگاه‌ها و کارگاه‌های آموزش ریاضی، موجب عدم توجه به کاربرد مسائل ریاضی در زندگی روزمره و صنعت شده است. نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا با فراهم کردن شرایط شبیه‌سازی ابزارهایی که در آن از مسائل و روابط ریاضی و هندسی استفاده شده است، این مانع را تا حد زیادی بر طرف می‌کند. به ویژه که در برخی از این نرم‌افزارها می‌توان تصاویر واقعی ماشین‌های صنعتی را وارد کرد و اتصالات دینامیکی آن را شبیه‌سازی نمود. با ایجاد حرکت در این اتصالات و مشاهده مثال‌های کاربردی، مطابق نظریه برونر یادآوری مفاهیم با بازنمایی حرکتی و عملی فراهم می‌شود. و دانش‌آموزان موضوع درسی را بهتر به خاطر سپرده و به یاد می‌آورند. (۲۰۰۹) معتقد است برای تدریس موثر به دانش‌آموزان می‌بایست معلم چگونگی اتصال شرایط واقعی زندگی را با ریاضیات به آن‌ها نشان دهد.

اهداف مهارتی

۱. دانش‌آموز بتواند سه مورد از کاربرد هندسه در زندگی را نام ببرد.
۲. دانش‌آموز بتواند یکی از کاربردهای هندسه در صنعت را از لحاظ هندسی تحلیل کند.
۳. دانش‌آموز بتواند اقدام به پیاده سازی مدل یک وسیله واقعی کند.
۴. دانش‌آموز بتواند طراحی مدل ابتکاری خود را که مبتنی بر مفاهیم هندسی است، پیاده سازی کند.
۵. دانش‌آموز با دیدن یک وسیله واقعی بتواند نحوه عملکرد آن را به لحاظ هندسی توضیح دهد.

۲.۵ شرایط یادگیری

نرم افزارهای هندسه پویا، در حالی که دانش آموزان با ترسیم‌ها و ایده‌های ریاضی به صورت فعال در آن درگیر می‌شوند به عنوان یک محیط یادگیری حاصل خیز به کار گرفته می‌شوند، (کوکو و گلدنبرگ ۱۹۹۶ و گری ۱۹۹۷). در چنین شرایطی بسیاری از پدیده‌های روان‌شناختی یادگیری مورد استفاده قرار گرفته و اثر آن به وضوح رویت می‌شود. دانش آموزان بر حسب هوش و سبک یادگیری خود، روش‌های مختلفی از یادگیری را متفاوت از دیگران تجربه کرده و معلم متبحر و آموزش دیده نقش بسزایی ایفاء می‌کند. دانستن چگونگی رشد درک ریاضیات در دانش آموزان اساس بحث در مورد کارایی و یا عدم کارایی هر آنچه در کلاس ریاضی مجهز به فن‌آوری است.

هید، شیدز و ماتراس (۱۹۹۰)، برای استفاده از فن‌آوری در آموزش، برنامه درسی جدیدی را پیشنهاد می‌دهند. گالوزو، موریس و واتسون، ۱۹۹۸ تاکید بر آموزش معلمین برای استفاده از این برنامه درسی دارند. در برنامه درسی جدید نقش و روش معلمان و دانش آموزان دست‌خوش تغییراتی می‌شود. کلمنتس، باتیستا و ساراما (۱۹۹۸) متوجه شده‌اند دانش آموزان در فعالیتهایی که در آن‌ها از لوگو استفاده می‌شود بهره آموزشی بهتری به دست می‌آید.

ون‌هیل معتقد است، محیط یادگیری و عکس‌العمل وی به راهنمایی‌های معلم بر سپری کردن مراحل، بر فرآیند یادگیری دانش آموز تاثیر می‌گذارد. دانش آموزان، محیط آموزشی، معلمان و مطالب درسی فاکتورهای اصلی در فرآیند آموزش ریاضیات هستند. به این ترتیب در بازنگری تحقیقات حاضر لازم است به دانش آموزان کمک شود تا مهارت‌های هندسه را در محیطی یادگیری غنی گسترش دهند. این محیط باید شامل تاکیدات زیر باشد:

۱. تمرکز بر درک شهودی
۲. ایجاد شرایطی برای همکاری و ارتباط
۳. تاکید بر جستجو و پژوهش
۴. پیشرفت در مهارت حدس زدن
۵. توضیح این مطلب که چرا یک نتیجه‌ی خاص صحیح است و همواره باید صحیح بماند.

۲.۵.۱ محیط آموزشی

محیط آموزشی به هر نحو که باشد بر یادگیری دانش‌آموزان تاثیر می‌گذارد. محیط‌های یادگیری ریاضیات شامل انواع سنتی و جدید هستند. در محیط سنتی معلم اطلاعاتی را فراهم می‌کند و آن را در قالب سخنرانی ارائه می‌دهد و دانش‌آموزان مهارت‌های ارائه شده را تمرین می‌کنند. در محیط سنتی دانش‌آموزان به بررسی نظریات ریاضی می‌پردازند. محیط و فضای یادگیری باید مجال انتخاب آزادانه و فعالیت فردی در روش اجرایی را به فراگیر بدهد. می‌بایست به گونه‌ای برنامه ریزی کرد که مجموعه تلاش‌ها، عملکردها و روش‌های معلم در این فضای آزاد و مناسب، امکان انتخاب درست فرآیندهای تفکر را برای انتزاع مفهوم مورد نظر و تجلی آن به صورت رفتار ریاضی را به فراگیر بدهد.

در محیط‌های هندسه‌ی پویا معلم بهتر و مفیدتر با تمام دانش‌آموزان در ارتباط است. وی هنگام قدم زدن در کلاس می‌تواند ببیند دانش‌آموزان به چه پاسخ می‌دهند و در کار گروهی به صحبت‌های آن‌ها گوش دهند. بنابر این معلمان می‌توانند حوزه‌های نیاز را تشخیص دهند، برداشتهای اشتباه را تصحیح کنند و مفاهیم را قوت بخشند. نرم‌افزار هندسه تاثیر خلاقانه‌ای بر عملکرد دانش‌آموز دارد. سندروف (۱۹۹۲) و شوارتز (۱۹۹۴) معتقدند دانش‌آموزان اغلب خود یاد می‌گیرند که از نرم‌افزار استفاده کنند. بدین ترتیب می‌توانند اشکال هندسی را ترسیم کنند و دانش هندسی خود را افزایش دهند.

انگیزه‌ی یادگیری

از نظر ونتزل^۱ (۱۹۹۸) بسیاری از عوامل داخلی و خارجی، مانند احساس ارزش‌مندی، درک از توانایی‌های شناختی، منافع و تهدیدات همسالان و معلمان، درک از حمایت پدر و مادر، محیط، سادگی یا دشواری وظایف، فعالیت‌های واقعی زندگی، جنسیت، آموزش، درک موفقیت، ترس از مجازات، و غیره، نقش برجسته‌ای در انگیزه دانش‌آموزان در کلاس درس ریاضیات دارند. اسپانیاس^۲ (۱۹۹۹) اظهار می‌دارد پس از بررسی ابعاد مختلف انگیزه در دانش‌آموزان به این نتیجه رسید، موفقیت دانش‌آموزان در ریاضیات بسیار متأثر از شکل دادن معلم به گرایش‌های انگیزه‌ای دانش‌آموزان است.

ویلیام گلاس^۳ (متولد ۱۹۲۵)، واضع دیدگاهی نو در این نظریه، عامل انگیزه^۴ را در یادگیری مهم می‌داند و معتقد است که رفتار انسان هرگز ناشی از محرک بیرونی نیست، بلکه رفتار او ناشی از نیازهایی است که شخص در

¹ Wentzel

² Spanias

³ William Glasser

⁴ Motivation

زمانی معین، به شدت خواهان آن است؛ خواسته‌هایی مانند نیاز به بقا^۱، عشق، قدرت، آزادی یا هر نوع نیاز اساسی دیگر بشر که موجب بروز رفتار می‌شود. گلاس در واکنش به شکوهایی که از دانش‌آموزان بی‌انگیزه می‌شود، معتقد است که همه‌ی مخلوقات رفتار خود را در حد اعلاای ارضای نیازهای خود، کنترل می‌کنند.

دو^۲ (۱۹۹۸) نیز به این نکته اشاره کرد که انگیزه ذاتی نسبت به انگیزه بیرونی اهمیت بیشتری در یادگیری دانش‌آموزان دارد. برای مثال، اگر دانش‌آموزی دارای انگیزه‌ای ذاتی شد، می‌تواند بیش از آن چیزی که انتظار می‌رود می‌تواند یاد بگیرد. او همچنین رابطه معنی‌داری بین موفقیت دانش‌آموزان با انگیزه ذاتی آن‌ها پیدا کرد.

میدلتون^۳ (۱۹۹۵) نظر بر این دارد که دانش‌آموزان با انگیزه‌ی بالا تمایل به برانگیختگی و نیاز به کنترل کمتر دارند. او به طور کلی به این نتیجه رسید، معلمان بهتر است در ساختارهای انگیزه‌ای پیش‌بینی‌های لازم را انجام دهند. برای این منظور، بهتر است آن‌ها در فراهم کردن محیطی که تسهیل‌کننده توسعه انگیزه‌ی ذاتی باشد را فراهم آورند. این موضوع نشان می‌دهد که محیط آموزشی در ایجاد انگیزه برای دانش‌آموزان بسیار حائز اهمیت است. وی با توجه به مطالعه خود (۱۹۹۹)، نشان داد دانش‌آموزان در چنین شرایطی در حالی که آن‌ها با وظایف دشواری درگیر بودند تفکری عمیق‌تر پیدا کرده و عملکرد بیشتری از خود نشان دادند. پس از مبارزه با برنامه‌های سخت، دانش‌آموزان اعتماد به نفس بیشتری به دست آوردند، و بیشتر آن‌ها به موفقیت رسیدند.

رلیچ^۴ (۱۹۸۴) اظهار داشت که اگر دانش‌آموزان بتوانند درک کنند که موفقیت‌های آن‌ها با ارزش است و نتیجه به دست آمده از دو عامل توانایی و تلاش زیاد آن‌ها ناشی می‌شود، آن‌ها بیشتر به این باور خواهد بود که اگر تلاش کنند می‌توانند با ریاضیات بهتر کار کنند. مهم‌ترین جهت‌گیری در برانگیختن انگیزه توجه دادن دانش‌آموزان به خواسته‌هایشان برای رسیدن به فرایند واقعی از یادگیری، مانند احساس رضایت شایستگی است. به گفته رایان^۵ و پینتریچ^۶ (۱۹۹۷)، ادراک دانش‌آموزان از احساس شایستگی شناختی خود در ریاضیات تاثیر مثبتی بر دستاورد یادگیری در ریاضیات داشته است.

کیتون (۱۹۹۷) می‌گوید نرم‌افزار هندسه‌ی پویا برای دانش‌آموزان جالب است و این مساله به مسائل فیزیولوژیکی مربوط است. مارین دیاموند (عصب شناس) می‌گوید: محیط محرک باعث می‌شود رگ‌های گذرگاهی نورونی فکر یا همان درخت جادویی ذهن شکل بگیرد. (نقل قول از فگارتی ۱۹۹۹) مک‌دونالد^۷ (۲۰۰۶) نیز مداخله‌ی عاطفی معلم را در حفظ انگیزه‌ی دانش‌آموزان مهم می‌داند.

¹ Survival

² Dev

³ Middleton

⁴ Relich

⁵ Ryan

⁶ Pintrich

⁷ MC donald

تعامل اجتماعی

بسیاری از محققین معتقدند ارتباط و همکاری بر یادگیری تاثیر مثبت دارد (کالینز^۱، براون^۲ و داگاید^۳، ۱۹۸۹؛ کانفری^۴، ۱۹۹۰؛ دی کرخوف^۵، ۱۹۹۶). کار گروهی باعث می شود از آن چه افراد نمی دانند انرژی تولید کند. دیگر خوف (۱۹۹۶) معتقد است این ندانستن برای سایر اعضا مهم است، زیرا به آن ها کمک می کند برای حل مسئله اقدام کند شونفیلد^۶ (۱۹۹۴) در کلاس خود مهارت های اجتماعی ارتباط و مذاکره را با دقت توضیح می دهد زیرا وی معتقد است انسان ها ارزش ها و عقایدشان را از طریق تعامل با دیگران به دست می آورند. دانش آموزان قسمتی از اجتماع ریاضیات کلاس هستند که ایده هایشان را با یکدیگر بررسی می کنند.

کالینز براون و دوگاید (۱۹۸۴) کار گروهی در ریاضیات را پیشنهاد می دهند زیرا معلمان به ندرت می توانند به تفکرات دانش آموزان گوش دهند، آن ها ممکن است متوجه نشوند اطلاعاتی که یک دانش آموز ارائه می دهد بازگویی مطالب ارائه شده پیشین است که تنها برای اهداف مدرسه ای بیان می شود و برداشت های غلط در مورد استراتژی های حل مسائل را پنهان کند. ویگوتسکی معتقد است تغییرات تحولی برای ایجاد کارکردهای عالی ذهنی یعنی حل مسئله و تفکر عمدتاً از راه تاثیر فرهنگ و ارتباطات اجتماعی میسر می شود. تاکید ویگوتسکی بیشتر بر تعامل بین فرد و زمینه اجتماعی است. بنا به گفته ی ویگوتسکی "همین تبدیل روابط اجتماعی به کارکردهای ذهنی موجب رشد و تحول شناختی می شود."

¹ Collins

² Brown

³ Duguid

⁴ Confiey

⁵ De Kerckhove

⁶ Schoenfeld

۲.۵.۲ برنامه‌ی درسی

کمترین استفاده از فن‌آوری رایانه‌ای در آموزش هندسه در برنامه‌ی درسی تغییراتی به وجود می‌آورد. حتی فقط با داشتن یک رایانه در کلاس، امکانی برای تغییر کل فرآیند آموزشی، قواعد معلم و روش‌های مورد استفاده به وجود می‌آید. بایلور^۱ (۱۹۹۳) و روبلیر^۲ (۱۹۹۶) بیان می‌کنند که اولین، بهترین و موفق‌ترین کاربری از فن‌آوری در کلاس ریاضی به طور نامحدودی بستگی به معلم دارد. در برنامه درسی دو روی‌کرد اساسی وجود دارد الف- برنامه درسی از پیش طراحی شده^۳ و ب- برنامه درسی برآمده^۴

برنامه درسی از پیش طراحی شده مبتنی بر نظریه کنترل است. اساس این نظریه بر پایه‌ی نظریه‌ی دیوان‌سالاری یا همان بوروکراسی ماکس وبر^۵ (۱۸۸۱-۱۹۶۱)، جامعه‌شناس آلمانی تشکیل یافته و پایه‌گذاران آن عبارتند از: فرانکلین بابیت^۶ و فردریک تیلور^۷ که به سنت گرایان شهرت دارند. آنان معتقدند که امور آموزشی باید همانند مدیریت علمی ماکس‌وبر اداره شود و همه مراحل کار از ابتدا تا انتها مشخص باشد و برنامه‌های درسی به طور علمی کنترل شوند، تا کارایی فرآیندهای آموزشی افزایش یابد. بنابر این، ابتدا، باید هدف‌ها مشخص و سپس محتوا تهیه شود، آن‌گاه فعالیت‌های یاد دهی و یادگیری سازمان یابند و سرانجام از امور آموزشی و پرورشی ارزشیابی به عمل آید.

در این نظریه، معلمان به فنون یادگیری مشارکتی و فعال می‌پردازند که موجب افزایش توانایی یادگیری دانش‌آموزان می‌شود. معلمان هدایت‌گر، اطمینان می‌یابند که همه تکالیف درسی تا سرحد امکان به ارضای نیاز دانش‌آموزان می‌انجامد؛ این امر به پایداری دانش‌آموزان در یادگیری کمک می‌کند.

به نقل از جونز و نیمو (۱۹۹۴)، اولین بار واژه برنامه درسی برآمده توسط الیزابت جونز در سال ۱۹۷۰ مورد استفاده قرار گرفت. این واژه به برنامه درسی اشاره می‌کند که بر مبنای علایق و فعالیت‌های دانش‌آموزان استوار است. اگر در بحث کلاسی، دانش‌آموزی ایده جالبی داشت، در آن صورت، معلم برنامه خود را عوض می‌کند و وارد آن ایده خوب می‌شود و پس از آن، کلاس را بر مبنای آن ایده ادامه می‌دهد. این که برنامه درسی به چه شکل باشد، از کجا شروع شود و به کجا ختم شود، هر لحظه چگونه جهت‌گیری شود، ارتباط آن با ویژگی‌های فراگیر در هر لحظه چگونه است؟ دانش‌آموز چه نقشی در برنامه درسی دارد؟ مواردی است که در این روی‌کرد مورد توجه قرار می‌گیرد. (زهره گویا)

¹ Baylor

² Roblyer

³ Preplanned Curriculum

⁴ Emergent Curriculum

⁵ Max Weber

⁶ Franklin Bobbit

⁷ Friedrich Tylor

برنامه درسی برآمده بیش از آن که از طریق برنامه از پیش تعیین شده معلم به پیش رود توسط علایق به روز دانش‌آموزان هدایت می‌شود. به تعبیر فورمن و فیف (۱۹۹۸) برنامه درسی توسط کودکان به وجود می‌آید و توسط معلم شکل می‌گیرد و فرم و قالب می‌یابد جونز و نیمو (۱۹۹۵) معتقدند برنامه درسی آن چیزی است که در فضای آموزشی رخ می‌دهد نه آن چه به طور منطقی برنامه‌ریزی شده است.

نظریه‌ی ساختن‌گرایی به حذف برنامه‌های درسی یک‌دست و استاندارد نظر دارد. به جای آن، برنامه‌هایی را توصیه می‌کند که ویژگی و اصول ساختن‌گرایی را داشته و با پیش دانسته‌های دانش‌آموزان سازگار و منطبق باشد. هم‌چنین این نظریه در سراسر فرایند یادگیری، بر مهارت‌های حل مسئله، تفکر انتقادی، تجزیه و تحلیل موضوع، ترکیب و ارزشیابی نیز تأکید می‌کند.

در سنجش و ارزشیابی، ارزشیابی دقیق‌تر آموخته‌های دانش‌آموزان، معلمان و مربیان باید با همکاری و هماهنگی با یک‌دیگر و بهره‌گیری از روش‌های مناسب، رشد توانایی‌های هر دو نیم‌کره‌ی مغز را مورد سنجش و ارزشیابی قرار دهند. ساختن‌گرایان معتقدند که در سنجش، رتبه‌بندی دانش‌آموزان و آزمون‌های چندگزینه‌ای و معیاری نمی‌تواند روش مناسبی باشد و باید از آزمون‌های باز – پاسخ و برنامه‌های مبتنی بر عملکرد^۱ استفاده کرد و هم‌چنین، آنان سنجش و ارزشیابی را بخشی از فرایند یادگیری می‌دانند که باعث می‌شود دانش‌آموزان بیشتر بتوانند درباره‌ی میزان پیشرفت تحصیلی خود قضاوت کنند.

انتخاب روی‌کرد برنامه‌درسی در محیط‌های نرم‌افزاری در شیوه آموزش تعیین کننده است. به هر صورت برنامه‌ریزان، مؤلفان کتاب‌های درسی، مدارس و معلمان برای این که توانایی‌های کل مغز را پرورش دهند، باید مطالبی را آموزش دهند که توانایی‌های هر دو نیم‌کره را، به طور مساوی، تقویت می‌کنند. از نظر آموزش نیز هر چند یافته‌های مبتنی بر این نظریه در برنامه‌ریزی آموزشی کاربرد بیشتری دارد، معلمان برای این که بتوانند توانایی‌های کل مغز را تقویت کنند باید به آموزش موضوعاتی که سبب تقویت هر دو نیم‌کره‌ی مغز می‌شوند، توجه کنند و روش‌ها و فنونی را در تدریس به کار گیرند که به تفکرات هر دو نیم‌کره مغزی مربوط باشد.

در برنامه‌ریزی درسی باید به نیازهای اساسی دانش‌آموزان توجه شود و نیز روی‌کرد مطالب برای یادگیری، به گونه‌ای باشد که در دانش‌آموزان انگیزه درونی ایجاد کند؛ معلمان هم باید در مورد ارزش محتوا و روش‌های آموزش و یادگیری آن‌ها با دانش‌آموزان گفتگو کنند. معلم در محیط‌های آموزشی هندسه لازم است این نوع از ابزارهای نرم‌افزاری باز- پاسخ^۲ را مبنایی برای برنامه درسی قرار دهد.

¹ Performance - based

² Open-ended

تدریس

تدریس صحیح برای اجرای برنامه درسی باید دارای ویژگی‌هایی زیر باشد:

۱. آمادگی کودک برای آموختن
۲. شناخت مناسب‌ترین گام‌هایی که باید در آینده بردارد
۳. اتخاذ روشی منظم برای رشد توانایی بالقوه‌ی او

انواع روش‌ها در تدریس شامل موارد زیر می‌شود:

۱. استفاده از داده‌های خام منابع اولیه مواد قابل دست‌کاری
۲. استفاده از اصطلاحات شناختی (طبقه بندی، تجزیه، پیش‌بینی، خلق کردن)
۳. جایز شمردن پاسخ‌های دانش‌آموز و تغییر دادن استراتژیهای آموزشی
۴. جویا شدن فهم دانش‌آموز
۵. تشویق دانش‌آموزان برای درگیر کردن آن‌ها در گفتگوهای خود و دیگران
۶. تحریک حس کنجکاوی با استفاده از سوالات باز پاسخ و فکورانه
۷. درگیر کردن آن‌ها در تجربیاتی که باعث نقض فرضیه می‌شود.
۸. تشویق خودگردانی و استقلال دانش‌آموز
۹. فرصت دادن به دانش‌آموز بعد از مطرح کردن سوالات
۱۰. در نظر گرفتن پاسخ‌های اولیه دانش‌آموز
۱۱. فرصت دادن به دانش‌آموز جهت ساختن روابط و استعاره‌ها
۱۲. پرورش حس کنجکاوی از طریق الگوی سه مرحله ای سیکل یادگیری (کشف، معرفی و کاربرد مفهوم)

۲.۵.۳ فعالیت‌های یادگیری

برای حصول نتیجه مطلوب، کتاب و شیوه آموزش آن و هر وسیله آموزشی باید بر مبنای فعالیت دانش‌آموز تنظیم شده باشد تا دانش‌آموز بتواند در جریان فعالیت خود مفاهیم را فراگرفته و قواعد را کشف کند و در حد مناسبی به فکر کردن هدایت شود و بتواند آن چه را فراگرفته است، در حل مسایل پیرامونش به کار گیرد.

نظریه‌ی فعالیت را گروهی از روان‌شناسان انقلابی روسی در دهه‌های ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ ارائه کرده‌اند. روی‌کردها و راه‌کارهای این نظریه، بوسیله ویگوتسکی و همکاران او لوریا^۱ و لئون تی‌یف^۲ تدوین شده است. فعالیت، در ساده‌ترین معنی، اشتغال فرد برای رسیدن به هدف معینی است. به بیان دیگر، یک فعالیت با واسطه‌ی یک عامل انسانی (فاعل) که برای حل مسئله‌ای انگیزه یا هدف دارد، از ابزار (مصنوعات) استفاده می‌کند و از تجارب و تشریک مساعی دیگران (جامعه) بهره می‌گیرد. بطور خلاصه هر فعالیت، ویژگی‌هایی دارد که عبارتند از:

۱. انگیزه‌دار و هدفمند است و دلیل فعالیت را برای فرد (فاعل) روشن می‌سازد.
۲. یک پدیده‌ی جمعی است.
۳. دارای فاعل است که انگیزه و هدف فعالیت را درک می‌کند؛ فاعل می‌تواند فرد یا گروه باشد.
۴. در محیط مادی به وقوع می‌پیوندد و آن را تغییر شکل می‌دهد.
۵. با واسطه‌ی ابزار و مصنوعات، تجربه افراد جامعه، قوانین و روش‌های شناخته شده انجام می‌شود.

مطالب و برنامه‌های درسی باید به گونه‌ای طراحی و تهیه شوند که انگیزه‌ی لازم را برای یادگیری دانش‌آموزان فراهم و واسطه‌های فعالیت یادگیری (جامعه، ابزار، قوانین و روش‌ها) را مشخص کنند. معلمان باید با ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان، مشخص کردن هدف از آموزش و مجهز کردن دانش‌آموزان به ابزاری که برای اجرای فعالیت‌های یادگیری لازم است، زمینه را برای بهره‌گیری از اصول این نظریه فراهم کنند.

توسعه‌ی فعالیت‌ها به گونه‌ای که دانش‌آموزان بتوانند فعالانه مشارکت داشته باشند، فرآیندی پیچیده و مهم است. فلولینگ (۲۰۰۰) بر اساس پژوهش خود در مورد ساختار مهارت‌های یادگیری، چنین جمع‌بندی می‌کند که فعالیت‌های زیادی شکل گرفته است به گونه‌ای که دانش‌آموزان به سادگی می‌توانند آن‌ها را انجام دهند. او پیشنهاد می‌دهد. در عوض، تاکید باید بیشتر بر طراحی فعالیت‌هایی باشد که چالشی را پیش رو قرار می‌دهند و از نظر اجرایی ارزش داشته باشند. (فلولینگ، ۲۰۰۰). تاکنون نیز این نتایج را در پیش‌برد راهبردهایی برای معلمین به کار می‌برند. آن‌ها از این راهبردها در ایجاد فعالیت‌های یادگیری پر بار استفاده می‌کنند.

¹ Luriya

² Leon Tiev

بدیهی است رشد توانایی‌های کودک برای تفکر و یادگیری در الگوهای منطقی، از طریق تجربه کودک با اشیاء واقعی حاصل می‌شود، زیرا کودکان از طریق فعالیت‌های‌شان، با اشیاء مختلف می‌فهمند و درک می‌کنند، نه از طریق مشاهده اشیاء و یا چیزهایی که راجع به اشیاء به آن‌ها گفته می‌شود.

هاداس و هرشکودیتس (۱۹۹۹) در مورد فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان باید با استفاده از نرم‌افزار هندسه‌ی پویا انجام دهند، تحقیقات زیادی را صورت داده‌اند. آن‌ها این فعالیت‌ها را به دو قسمت تقسیم می‌کنند. ترسیم و حدس زدن. آن‌ها معتقدند حدس زدن با ترسیم ارزش برابری ندارد. در نرم‌افزار امکان خلق تصاویر به طور نامحدود وجود دارد. لا‌بورڈ می‌گوید:

طراحی پویا پدیده‌ی تصویری قوی‌تری است. محیط نرم‌افزار صحت توضیح و اثبات را برای دانش‌آموز تسهیل می‌کند، یا بنا به گفته‌ی بروسو این نرم‌افزار فرایند انتقال مساله را تسهیل می‌کند. در این حالت دانش‌آموزان با فعالیت روبرو می‌شوند. در حالی‌که در هندسه‌ی سنتی فعالیت اثبات، کاری مدرسه‌ای بود که با پدیده‌ی شهود ارتباطی نداشت (لا‌بورڈ ۱۹۹۸ ص ۱۱۷)

نوع محدودتری از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا اپلت‌های آموزشی است. اپلت‌های آموزشی نمونه‌ای خاص از نرم‌افزار هندسه هستند که گزینه‌ای جالبی برای یادگیری هندسه را در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد. جکیو طراح نرم‌افزار اسکچ‌پد معتقد است این فرمت مزایایی برای دانش‌آموزان به همراه دارد. زیرا باعث می‌شود آن‌ها با همه شاخصه‌های نرم‌افزار مواجه نشوند. البته این مساله معایبی نیز دارد. به عنوان مثال در برخی موارد نمی‌توان تغییری در طرح‌ها ایجاد کرد و در آن دست برد، در حالی که ناس و هوپس (۱۹۹۴) بر این باورند که مهم‌ترین ویژگی طرح‌های پویا قابلیت دست بردن و ایجاد تغییر در آن‌هاست. آن‌ها می‌گویند هنگامی که دانش‌آموزان با استفاده از ماوس شکل‌ها را می‌کشند و آن‌ها را جابجا می‌کنند، قادرند روابط میان اشکال را درک کنند. اگر پس از دست‌کاری یک طرح با استفاده از ماوس، آن طرح حالت اولیه‌ی خود را از دست بدهد، روابط هندسی آن شکل به خوبی مشخص نشده است. دانش‌آموزان مجبورند تکنیک‌ها را بازنگری کنند و در مورد علت این مساله به بررسی بپردازند. البته با توسعه نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا امکان گرفتن خروجی اپلت با انواع امکانات مورد نظر از نرم‌افزارها مانند اسکچ‌پد، کبری و جئوجبرا به وجود آمده و محدودیت‌های ذکر شده در اپلت‌ها را عملاً از بین برده است.

در برنامه‌ی درسی هندسه‌ی پویا دانش‌آموزان یاد می‌گیرند تصاویر را ترسیم و بررسی کنند. هم‌چنین می‌توانند طرح‌های آماده را بررسی کنند و در مورد آن‌ها حدس و نظر خود را ارائه دهند. در چنین شرایط یادگیری دانش‌آموزان ترغیب می‌شوند تا مطالب را بررسی کرده و نقش معلمان در این بین تسهیل کننده فرآیند یادگیری است. هر فعالیت مساله خوبی را ارائه می‌دهد و دانش‌آموز آن را فرا می‌گیرد.

۲.۵.۴ نقش معلم در یادگیری

مهم‌ترین معضل در استفاده از فن‌آوری دسترسی به رایانه نیست، بلکه فقدان معلمان تعلیم دیده و توسعه یافته است. (بوربا، د سوزا، فی، هادسون ۱۹۹۷)^۱. طبیعت باز-پاسخی هندسه‌ی پویا نیازمند معلمینی است که در سطوح بالای دانش و اطمینان در توانمندی‌های ریاضی باشند.

لابرد (۱۹۹۳) نیز چالش‌هایی را که در معرفی یک نرم‌افزار جدید در کلاس‌های هندسه ایجاد می‌شود به ما خاطر نشان می‌سازد:

فرایند درک فوراً و با مشاهده‌ی طرح‌های متحرک بر روی صفحه‌ی کامپیوتر بوجود نمی‌آید. این فرایند در محیطی منظم و مدون از طریق یادگیری شکل می‌گیرد. این مطلب بدان معناست که نقش معلمان همچون گذشته پررنگ و تأثیرگذار است، تنها تفاوتی که در امر آموزش وجود دارد ابزاری است که معلم برای محیط آموزش در اختیار دارد. از یک جهت وظیفه‌ی وی پیچیده‌تر است.

پژوهش‌گران نقش معلم را در گونه‌های متفاوت توصیف کرده‌اند. همان‌طور که گراومیجر^۲ (۱۹۸۹) توضیح می‌دهد، فرودنتال^۳ نقش معلم را نوعی راهنما می‌داند که مسیر یادگیری را به دانش‌آموزان نشان می‌دهد. در این نقش معلم این امکان را فراهم می‌کند که دانش‌آموزان در مسیر مشخص‌تری حرکت کنند و مفاهیم ریاضی را در ذهن خود بپروانند. شونفیلد (۱۹۸۹) نقش معلم را به عنوان یک قدرت فرض می‌کند و پیشنهاد می‌دهد که فرآیند تشخیص و تایید مطالب باید در کلاس و مشارکت دانش‌آموزان صورت بگیرد. بال (۱۹۹۳)، چازان و بال (۱۹۹۹)، کلارک (۱۹۹۳) و کالینز، براون و نیومن (۱۹۸۹) نقش معلم را به عنوان تسهیل‌کننده فرآیند پرسش عنوان می‌کنند و معتقدند که دانش‌آموزان باید مشارکتی فعال داشته باشند. در میان همه این عقاید همگی بر این باورند که معلم صرفاً انتقال‌دهنده علم نیست.

طبق نظر برونر (۱۹۶۰) هر موضوعی را می‌توان به نحوی سودمندانه و در شکلی صادقانه به هر کودکی در هر مرحله‌ی از رشد آموزش داد. بنابر این وظیفه‌ی معلم آن است که آموزش را به گونه‌ای پیاده کند که هم با تفکر کودکان سازگار باشد و هم آنان را به تفکر بیشتر وا دارد. (روان‌شناسی پرورشی، دکتر علی اکبر سیف، صفحه ۲۲۲) تدریس، یک علم نیست، بلکه یک هنر است. اگر تدریس یک علم بود، بهترین روش تدریس وجود داشت و همه باید مانند آن، تدریس می‌کردند. از نظر پولیا دانش‌آموز نمی‌تواند تنها به وسیله خواندن، تنها با گوش کردن به سخنرانی‌ها و یا نگاه کردن به فیلم‌ها، چیزی یاد بگیرد. معلم لازم است از عمل و ذهن خود چیزی به آن‌ها اضافه کند تا یاد بگیرند. سقراط در دو هزار سال پیش، می‌گفت که فکر و ایده، باید در ذهن دانش‌آموز زاده شود و معلم باید به عنوان

^۱ Borba, De Souza, Fey and Hudson 1997

^۲ Gravemijer

^۳ Freudenthal

یک ماما عمل کند. اندیشه باید در ذهن دانش آموز به صورت طبیعی زاده شود و ماما نباید زیادی و پیش از موعد مقرر دخالت کند.

در نظریه ساختن گرایی، معلمان راهبردهای آموزشی را متناسب با نیاز و پیش دانسته های دانش آموزان انتخاب می کنند. آنان دانش آموزان را ترغیب و راهنمایی می کنند که خودشان اصول و قواعد را کشف و به طور فعال درباره ی موضوعات بحث کنند و سرانجام به معنی و درک شخصی دست یابند. از دیگر راهبردهای آموزشی که ساختن گرایان ارائه می دهند عبارت است از تمرین، پرداختن به فعالیت های مناسب، به کارگیری آموخته ها در عرصه ی عمل، همکاری و مشارکت دانش آموزان در امور آموزشی و سرانجام، دسترسی به منابع و بهره گیری از آن ها. موس^۱ (۲۰۰۰) در این ارتباط دریافت، آموزگاران که به استفاده از شیوه ساختن گرایی آشنا باشند نسبت به بقیه افرادی که با این شیوه آشنا نیستند در استفاده از نرم افزارهای هندسه ی پویا خود را بهتر تطبیق می دهند. در این رویکرد نقش معلمین به صورت زیر تعریف می شود:

۱. تسهیل کننده
۲. آموزگار خصوصی
۳. واسطه دار
۴. تحریک کننده
۵. کمک کننده به دانش آموزان جهت ارزیابی خود
۶. پرسش گر سوالات
۷. خلق کننده موقعیت جهت تسهیل سازی فرایند انعکاس

استفاده از فن آوری محیط آموزشی ریاضی را تحت تاثیر قرار می دهد. یروشالمی و هود در سال ۱۹۸۶ توضیح می دهند که:

آموزشی که ما استفاده می کنیم بیشتر شبیه روش کلاس های علوم است. در این کلاس ها به فرآیند علمی جمع آوری اطلاعات، حدس زدن ها و جمع آوری مثال ها یا تعمیم قانون اهمیت داده می شود... دانش آموزان عمده وقت کلاس در حال بحث و انجام مسائل هندسی هستند و معلم کمتر در مورد مطالب درسی صحبت می کند (فی، ۱۹۸۹)

دری فاس در سال ۱۹۹۱ پیش بینی کرد که استفاده از رایانه بر موضوعات برنامه درسی تاثیر نمی گذارد بلکه ایده های جدیدی در رابطه با تدریس ریاضیات ارائه می دهد. در واقع تغییرات در باب تدریس ریاضی بسیار کند صورت گرفته است.

¹ Moss

نقش معلم در مدل بروسیو

بروسیو (۱۹۹۷) در نظریه آموزشی خود دو نقش عمده برای معلمین ریاضی ارائه می‌دهد:

۱. واگذاری
۲. رسمی کردن

وی در توصیف فعالیت یادگیری اظهار می‌کند:

در خلال زمانی که مسئله را بررسی می‌کند و جواب آن را می‌دهد معلم از مداخله می‌پرهیزد و مطالب مورد نظرش را به دانش‌آموزانتقال نمی‌دهد... این شرایط پیش‌نیازی برای شرایط گسترده‌تر است. در واقع معلم قصد دارد شرایط آموزشی را به دانش‌آموز القاء کند. دانش‌آموز نیز مستقل می‌شود و تعامل مفیدی پیدا می‌کند.

در مدل بروسیو مرحله پس از انتقال، رسمی کردن نام دارد. در این مرحله معلم مفهومیها را از منظر خود با دانش‌آموزان سهیم می‌شود. فرضیه بروسیو به تمایل طبیعی معلمین برای پیشرفت مهارت‌هایی که به دانش‌آموزان کمک می‌کند پر و بال می‌دهد. معلم در مورد آن چه که به دانش‌آموزان می‌آموزد هدفمند است به نظر ساترلند و بالاچف (۱۹۹۹) در نظریه موقعیت استدلال ساختار پذیرفته شده‌ی جهانی دانش در آموزش حق تقدم داشته و به صراحت بیان می‌شود و مورد توجه قرار می‌گیرد.

در کلاس‌های آموزشی که در آن از مصادیق فن‌آوری استفاده می‌شود باید. ارتباط میان دانش‌آموز و رایانه نیز لحاظ شود. ساترلند و بالکف (۱۹۹۹) پیشنهاد دارند که ارتباط میان معلم، دانش‌آموز و رایانه باید بر اساس نظریه شرایط آموزشی بروسیو بررسی شود. می‌توان دسته‌بندی تاورز (مداخله‌ی معلم) را برای توضیح این ارتباط به کار برد.

شیوه‌های مداخله معلم

مک دونالد (۲۰۰۶) کیفیت مداخله به منظور حمایت از یادگیری دانش‌آموزان را چنین مطرح می‌کند.

- | | |
|-------------------------------|--|
| (۱) عاطفی ^۱ : | اعتمادسازی |
| (۲) مکالمه‌ای ^۲ | انطباق با نیازهای فردی |
| (۳) تمرکزگرایانه ^۳ | تمرکز بر بخش مشخصی از واحد درسی |
| (۴) تأملی ^۴ | فرصت دادن برای تفکر |
| (۵) به موقع ^۵ | مرتبط، مفید و به موقع بودن |
| (۶) رجوع‌پذیر ^۶ | حمایت انفرادی به همراه حمایت گروهی |
| (۷) قابل دسترسی ^۷ | قابل دسترسی برای بیشترین تعداد یادگیرندگان |

وی انتخاب رسانه را منوط به مشخص کردن نوع مداخله می‌داند.

تاوورز^۸ (۱۹۹۹) نقش معلمان در مقابل هر دانش‌آموزان را مورد تحقیق قرار داد. او ماهیت مداخله معلمان را بررسی کرد و مواردی را که باعث پیشرفت درک دانش‌آموزان بود مشخص نمود. پژوهش وی مطابق با کلاس‌های ریاضی‌ای بود که در آن از فن‌آوری رایانه‌ای استفاده می‌شد و سه روش آموزشی را مشخص کرد:

الف) نشان دادن و گفتن^۹: قسمت عمده مداخله ارائه اطلاعات جدید است در این مرحله معلم پی‌گیری توضیحات توسط دانش‌آموز را بررسی نمی‌کند.

ب) هدایت^{۱۰}: هدف ایجاد مسیری برای هدایت دانش‌آموز به جوابی خاص است. این مرحله اغلب شامل توضیحات گام به گام می‌باشد متفاوت این روش با روش قبل در این است که معلم با استفاده از سوالات، دانش‌آموزان را وارد بحث می‌کند.

ج) به مقصود رساندن^۱: در این روش معلم از طریق ترغیب‌های ماهرانه دانش‌آموزان را در درک مطالب یاری می‌کند.

¹ Affective
² Dialogic
³ Focusing
⁴ Reflective
⁵ Timely
⁶ Reversionable
⁷ Accessible
⁸ Towers
⁹ Showing and Telling
¹⁰ Leading

تاووز متوجه شد که روش ج و استراتژی‌های دعوت، باعث پیشرفت درک دانش‌آموزان می‌شود. وی دسته‌بندی‌ها را بدین نحو توضیح می‌دهد:

جدول ۲-و: استراتژی‌های مداخله معلم از نظر تاووز

استراتژی‌ها	توضیح
چک کردن ^۲	معلم بررسی می‌کند که آیا دانش‌آموز مطالب را متوجه شده است؟
تقویت کردن ^۳	در مرحله بعدی به مسائل مهم تاکید بیشتری می‌کند. (مطالبی که خود دانش‌آموز به آن اشاره دارد).
دعوت کردن ^۴	پیشنهاد مطالبی جدید برای بررسی و تحقیق. این مرحله از سرنخ دادن بازتر است
سرنخ دادن ^۵	هدایت دانش‌آموزان به جواب صحیح.
مدیریت کردن ^۶	این مرحله شامل نظم‌دهی، ارائه دستورالعمل‌ها و حفظ دانش‌آموزان در یک فرآیند است
فرهنگ سازی ^۷	دانش‌آموزان را با نمادها، زبان و تمرین‌هایی آشنا می‌کنند که مختص کلاس‌های ریاضی گسترده‌تر است.
مانع شدن ^۸	از رفتن دانش‌آموزان به مسیرهای خاصی جلوگیری می‌کند (گاهی اوقات دانش‌آموزان به مرحله گذشته برمی‌گردند و در این روش از این کار جلوگیری می‌شود).
مدل سازی ^۹	معلم فرآیند فکری خود را مدلسازی می‌کند.
تمجید ^{۱۰}	تمجید از دانش‌آموزان و گروه و تمام اعضای کلاس
خالی کردن ^{۱۱}	در این مرحله معلم تعمداً دانش‌آموز را مجبور می‌کند، توجه خود را به قسمتی که در آن با مشکل رو به رو شده بود معطوف سازد.
عقب‌نشینی ^{۱۲}	در این مرحله معلم دانش‌آموزان را رها می‌کند تا در مورد مسئله‌ای بیاندیشند.
پیش دستی ^{۱۳}	از اشتباه دانش‌آموزان جلوگیری می‌شود و نمی‌گذارد آن‌ها به خطا بیافتند و جنبه‌های چالشی فعالیت از میان برداشته می‌شود.

در انتها تاووز معتقد است پیشرفت در یادگیری و درک دانش‌آموزان به مداخله معلم بستگی دارد و در عوض عملکرد دانش‌آموز، قابلیت‌ها و دانش پیشین وی عمق و جهت پیشرفت در تعمیم مطالب را معین می‌کند.

¹ Shepherding
² Checking
³ Reinforcing
⁴ Inviting
⁵ Clue- giving
⁶ Managing
⁷ Enculturating
⁸ Blocking
⁹ Modelling
¹⁰ Praising
¹¹ Rug Pulling
¹² Retreating
¹³ Anticipating

نظریه‌ی ظهور و محو

کمک به دانش‌آموز به منظور کنترل سرخوردگی وی، به ما این اطمینان را می‌دهد که نه او را در تلاش خود تنها بگذاریم و نه آن‌قدر دخالت کنیم که در حل مسائل، کمتر درگیر شود و ابتکار عمل کمتری داشته باشد. در حل مسائل مشکل نباید دانش‌آموزان را تنها رها کرد و از طرفی نباید آن‌قدر هم به او کمک برسانیم که امکان شرکت او در حل مسئله و نوآوری و خلاقیت وی به حداقل برسد.

وود^۱ (۱۹۹۶) در خصوص میزان حضور معلم دو تعبیر چوب زیر بغل^۲ و محو شدن^۳ را مطرح می‌کند. چوب زیر بغل به معنی سازه‌ای برای شکل‌گیری مفاهیم یادگیری است. زمانی که دانش‌آموز در یادگیری مفاهیم و مهارت‌ها دچار مشکل می‌شود، مربی باید پیشنهادهای آموزشی بیشتری را به دانش‌آموز بدهد، به او کمک کرده و نقش خود را در یادگیری ظاهر کند. جرج پولیا متذکر می‌شود معلم، فقط اندکی به آن‌ها کمک می‌کند یا سرنخ می‌دهد. اگر بچه‌ها هیچ ایده‌ای نداشته باشند، در این صورت یک معلم خوب آموزش دیده که به تدریس دانش‌آموز محور، خو گرفته است، می‌تواند چند سرنخ به آن‌ها بدهد. اگر به نظر رسید دانش‌آموز با این شرایط باز هم از مشکل خلاصی پیدا نکرد، مربی صراحت راهنمایی‌های خود را بیشتر می‌کند.

صراحت در راهنمایی می‌بایست به شکل تدریجی زیاد شود تا حدی که حتی اگر لازم شد جواب مسئله نیز داده شود. در مقابل مربی همواره باید تلاش کند با دانش‌آموز با حداقل کمک مورد نیاز موفقیت را کسب نماید. این با کاهش میزان ظاهر شدن نقش معلم (محو) میسر خواهد شد. نوع کمک از نشان دادن بیان آغاز و به سپس تایید پاسخ‌های درست و یا حتی سکوت مطلق و در نهایت رها هر نوع کمک به دانش‌آموز صورت می‌گیرد. برای معلمی که می‌خواهد با توجه این فرآیندها تدریس کند، دو موضوع اصلی که باید در نظر بگیرد، در نظر گرفتن زمان و میزان کم به دانش‌آموز است. (ماوریکیس ۲۰۰۱)

¹ Wood

² Scaffolding

³ Fade

مراحل یادگیری

در کلاس‌های درس مبتنی بر رویکرد ساختن‌گرایی دانش‌آموزان برای تنظیم کردن سوالاتشان تشویق می‌شوند. به آن‌ها اجازه داده می‌شود برای درک خود آزمایش کنند و از پدیده‌ها تفسیرهای چندگانه ارائه دهند. از طرفی برای استفاده از همتایان به عنوان منابع فرصت‌هایی فراهم می‌آید.

رابرت او و مک کلتناک و جان بی بلک بر اساس رویکرد ساختن‌گرایی مدلی را برای توضیح مراحل یادگیری به دانش‌آموزان معرفی کردند:

۱. مشاهده: دانش‌آموزان مشاهدات خود را از مواد اولیه، یا شبیه‌سازی‌های مربوط به آن را می‌سازند.
۲. ساخت تفسیر: دانش‌آموزان مشاهداتشان را تفسیر و دلایلشان را توضیح می‌دهند.
۳. زمینه‌یابی: دانش‌آموزان زمینه‌ای را برای توضیح‌هایشان می‌سازند.
۴. شناخت نوآموزان: معلمان به دانش‌آموزان نوآموز کمک می‌کنند که در مشاهده و تفسیر مسلط شوند.
۵. مشارکت: دانش‌آموزان در مشاهدات تفسیر و زمینه‌یابی با هم مشارکت می‌کنند.
۶. تفسیرهای چندگانه: دانش‌آموزان می‌توانند به سهولت دانش خود را از طریق تفسیرهای چندگانه از دانش‌آموزان دیگر و یا مثال‌هایی از متخصصین به دست بیاورند.
۷. اظهارات چندگانه: دانش‌آموزان دانش قابل انتقالی را از طریق اظهارات چندگانه‌ای از همان تفسیرها بدست می‌آورند.

حمایت و مداخله‌ی مناسب معلم برای شکل‌گیری این مراحل در محیط‌های نرم‌افزاری توسط معلم آموزش دیده اهمیت ویژه‌ای دارد. پژوهش‌گر برای تقویت مهارت‌های هندسی در دانش‌آموزان به ویژه مهارت‌های کلامی از این مراحل بهره گرفته است.

کارآموزی شناختی

کالینز، براون و نیومن^۱ (۱۹۸۹) پیشنهاد دادند که یادگیری ریاضیات را می‌توان با یادگیری یک حرفه مقایسه کرد. که این فرآیند به تعبیری کارآموزی شناختی نام گرفته است. یک کارآموز به استاد خود توجه می‌کند و سپس با نظارت کامل عمل می‌کند و در نهایت خود می‌تواند به تنهایی کار کند.

استراتژی‌های نمونه معلم ریاضی همانند نقش استاد عمل می‌کند. در مرحله بعدی معلم ریاضی همانند یک مربی به کار دانش‌آموز نظارت دارد و در پایان هنگامی که دانش‌آموز مستقل شد نقش وی محو می‌شود. شاخصه اصلی کارآموزی شناختی توجه به این ایده است که دانش‌محول فعالیت، محیط و فرهنگی است که در آن رشد می‌کند. (کالینز، براون و نیومن، ۱۹۸۹) چنین نگرشی به یادگیری ریاضی اهمیت یادگیری عملی را نمایان می‌سازد. اگر دانش‌آموز بخواهد در این زمینه مجرب شود گوش دادن به توضیحات کافی نیست. (بلایس^۲، ۱۹۸۸)

کلمه کارآموزی ممکن است مفهوم تمرین را در برداشته باشد. اما یادگیری ریاضیات مفهومی فراتر از تمرین تحت نظارت را در بردارد آلن شونفیلد^۳ (۱۹۸۹) کار در حوزه ریاضیات را عمل «مفهوم‌سازی» یا «ایجاد حس»^۴ می‌نامد.

گلدنبرگ، کوکو و مارک (۱۹۹۸) معتقدند که ما باید به دانش‌آموزان کمک کنیم تا «عادت ذهنی» ریاضیاتی را در خود رشد دهند. این نظریات نشان می‌دهد که یادگیری ریاضیات در واقع یادگیری تفکر ریاضی است. یعنی یاد بگیریم مسائل را با الگوها حل کنیم، حدس‌های مناسب بزنیم و رابطه‌ها را توضیح بدهیم. ما نمی‌توانیم تنها با گفتن آن چه دانش‌آموزان نیاز به دانستن چه چیزهایی دارند امیدوار به رسیدن به نتیجه داشته باشیم. (چازان و بال، ۱۹۹۹).

در کارگاه‌های هندسه‌ی پویا در پژوهش حاضر دانش‌آموزان با حضور معلم اقدام به این نوع از کارآموزی می‌کردند و عملاً به طور جدی با موضوع مورد بررسی درگیر می‌شدند. مثال‌ها و فعالیت‌های تعریف شده برای آن‌ها بسیار واقعی می‌نمود. نهایتاً موقعیت‌هایی برای توسعه‌ی مهارت‌های یادگیری برای آن‌ها فراهم می‌شد.

¹ Collins, Brown and Newman

² Blais

³ Schoenfeld

⁴ Sence Makings

۲.۵.۵ شرایط سنی یادگیرندگان

پگ و دیوی با ترکیب مدل ون هیل و طبقه بندی سولو به شکل هوش‌مندانهای، تعبیر جدیدی از مدل ون هیل را ارائه داده‌اند. این مدل نشان می‌دهد که یادگیری در یکی از پنج مرحله تفکر صورت می‌گیرد:

۱. حسی حرکتی (بلافاصله پس از تولد). هر فردی به محیط فیزیکی خود عکس‌العمل نشان می‌دهد در یک نوزاد این مرحله با شروع مهارت‌های حرکتی آغاز می‌شود.
 ۲. تصویری (از دو سالگی). هر فردی فعالیت‌ها را در غالب تصویر تجسم می‌کند. در این مرحله کودک می‌تواند کلمات و تصاویر را برای اتلاق به اشیاء به کار برد. این مرحله بعدها در هنر و موسیقی کاربرد دارد و پایه‌گذار علم شهودی است.
 ۳. نمادین (از شش تا هفت سالگی). هر فردی می‌تواند از زبان نوشتار یا سیستم‌های عددی استفاده کند. این مرحله متداول‌ترین روش در یادگیری ابتدایی و راهنمایی است.
 ۴. رسمی (از پانزده یا شانزده سالگی). هر فرد می‌تواند در حوزه تئوری‌ها و اصول فعالیت کند و مفاهیم انتزاعی را در نظر بیاورد. در این مرحله فرد به مطالب عینی محدود نمی‌شود.
 ۵. فرا رسمی (در حدود بیست و دو سالگی). هر فرد می‌تواند ساختارهای اساسی تئوری‌ها را بررسی کند.
- بسته به شرایط یک فرد ممکن است در مراحل متفاوتی به سر ببرد. به عنوان مثال در یک محیط در مرحله رسمی و در محیطی دیگر در مرحله تصویری به سر برد.

از طرفی مفاهیم ذهنی در دانش‌آموزان به تدریج از ساده آغاز شده و به تدریج به حالت ترکیبی می‌رسد. پگ و دیوی این روند را به صورت زیر توضیح می‌دهند:

۱. پیش ساختاری: دانش‌آموز متناوباً از مسیر خود منحرف می‌شود و جنبه‌های نا مرتبط او را گیج می‌کند.
۲. تک‌ساختاری: دانش‌آموز روی مسئله متمرکز می‌شود اما تنها یک قسمت از اطلاعات مرتبط را به کار می‌برد.
۳. چند ساختاری: دانش‌آموز بدون آن که به ارتباط میان اطلاعات پی برد از آن‌ها استفاده می‌کند. در این مرحله هیچ انسجامی وجود ندارد.
۴. رابطه‌ای: دانش‌آموز از همه اطلاعات بهره می‌برد. کلیه اطلاعات ساختاری منسجم را تشکیل می‌دهد که در سیستم خود هماهنگ هستند.
۵. انتزاعی: دانش‌آموز از ورای اطلاعات به یک برداشت جدید در استدلال می‌رسد و می‌تواند ویژگی‌های جدید را در قالب کلی تعمیم دهد.

پگ و دیوی معتقدند این طبقه‌بندی می‌تواند با مدل ون‌هیل در ارتباط باشد. از این جهت می‌توانیم درک هندسی دانش‌آموزان را توضیح دهیم. آن‌ها در استنتاج خود تنها سه مرحله تک‌ساختاری، چند ساختاری و رابطه‌ای را در نظر می‌گیرند. از نظر آن‌ها مرحله بنیادی با مرحله بعد یکی است و مرحله چهار نیز در ادامه به تجزیه مبسوط منجر می‌شود.

جدول ۲-ز: تلفیق طبقه‌بندی پگ و دیوی و مدل ون‌هیل

طبقه‌بندی پگ و دیوی			ون‌هیل
مرحله	حالت	سن (سال)	مرحله
رابطه‌ای	تصویری	از ۲	۱
چند ساختاری / تک‌ساختاری	عینی	۶-۷	۲
رابطه‌ای	عینی	۶-۷	۳
چند ساختاری / تک‌ساختاری	رسمی	۱۵-۱۶	۴
چند ساختاری / تک‌ساختاری	فرا رسمی	از ۲۲	۵

رشد منطق در کودکان

ون‌هیل، پیاژه و سایر نظریه‌پردازان جنبه‌های فکری متفاوتی در زمینه پیشرفت مهارت اثبات ارائه داده‌اند. به عنوان مثال، پیاژه (پیاژه، ۱۹۲۸؛ پیاژه، ۱۹۸۷؛ پیاژه، اینهلدر و زیمانسکی، ۱۹۶۰) مراحل را برای مفهوم توضیح و اثبات بیان کرده است. روند رشد منطق در کودکان از نظر پیاژه به این صورت است که تفکر کودک تا سن ۷ سالگی، بی‌نظم و بدون اساس بوده و منطقی نیست. در سنین ۷ تا ۱۱ سالگی، تفکر منطقی می‌شود اما محدود به موارد تجربی است. تنها در سنین ۱۱-۱۲ سالگی به بالا افراد می‌توانند استنتاج منطقی ارائه دهد و در سیستم ریاضیات آگاهانه عمل کند. کودک به علت ارتباط با دیگران بیشتر نسبت به افکار خود آگاه می‌شود، از تعاریف مفاهیمی که به کار می‌برد آگاهی کسب می‌کند و می‌تواند برای درون‌نگری تجارب فکری خود استعدادی جزئی به دست آورد. وی قادر است به طور فزاینده‌ای طرز فکر دیگران را دریافت کند و به کار بندد. نهایتاً با شروع تفکر رسمی، تجارب منطقی جای تجارب ذهنی را می‌گیرد.

رشد مهارت‌های دیداری در کودکان

پیاژه معتقد است کودکان تصاویر مسطح هندسی را بدون مشاهده آن‌ها بررسی می‌کنند و سپس آن را رسم می‌کنند و نام می‌برند. پیاژه و اینهلدر بر اساس این فعالیت می‌گویند: «عکس‌العمل اساساً شامل تعبیر اصطلاحات حرکتی - لامسه‌ای است. این شیوه در مورد اشیای نامرئی و تبدیل آن‌ها به تصاویر بصری فضایی نیز صورت می‌گیرد» (پیاژه و اینهلدر، ۱۹۶۷).

کودک سنین ۲ تا ۴ سالگی نمی‌تواند تصویر کاملی از اشکال هندسی ارائه دهد. او با توجه به احساس خود در مورد خطوط منحنی یا نقاط، شکل لمس شده را به شکلی با ویژگی‌های مشابه تشبیه می‌کند. وی به باقی ویژگی‌های شکل توجهی نمی‌کند. کودک باید برای شناخت تصاویر هندسی تمام آن را بررسی کند. بنابر این اگر کودک نتواند با یک بار لمس تمام شکل، تجسم کاملی از آن را در نظر آورد، می‌تواند با حرکت دست بر روی شکل مجموعه‌ای از تجسمات را کسب کند. شناخت ادراکی شکل متعاقباً نتیجه‌ی هماهنگی این تجسمات است. در این مرحله فقدان بررسی از سوی کودکان می‌تواند نتیجه نقص ادراکی باشد از آنجایی که فعالیت‌های ادراکی منبعی برای تقلید اشکال هستند، کودکان نمی‌توانند حتی کپی ساده‌ترین شکلها را نیز رسم کنند. یعنی، به علت اینکه کودکان نمی‌توانند لبه‌های سطوح را لمس و بررسی کنند، قادر نیستند سطوح را ترسیم کنند.

در سنین ۴ تا ۷ سالگی، فعالیت‌های ادراکی پدیدار می‌شوند. تمایز عمده‌ای میان ۲ دسته اصلی شکل ترسیم می‌شود، آیا شکل دارای خطوط منحنی است و زاویه ندارد، یا اینکه شکل راست خطوط و زاویه‌دار است. در واقع کودک خطوط راست را در مقابل اشکال مدور قرار نمی‌دهد، بلکه تقاطع خطوط راست را که زاویه نام دارند و اشکال مدور مقایسه می‌کند. به هر صورت، علیرغم آنکه این امکان وجود دارد که فعالیت‌های ادراکی در مرحله ۲ تکمیل شوند، تحلیل موارد به صورت تجربی صورت می‌گیرد، بنابر این تلفیق اطلاعات ادراکی بر اساس استدلال صورت می‌گیرد.

و در سن ۸ سالگی، بررسی اشکال دوباره از طریق فعالیت‌های ادراکی صورت می‌گیرد. این فعالیت در این مرحله چنین اجرا می‌شود: روه‌ای اجرایی شامل گروه‌بندی اجرای یک طرح کلی است و از نقطه‌ای ثابت آغاز می‌شود تا در صورت لزوم کودک به آن نقطه بازگردد. در این مرحله ترسیم یک شی اطلاعات را در قالب یک طرح گردآوری می‌کند. این اطلاعات شامل خطوط راست و یا منحنی، زوایا، اصل تساوی، ترتیب و اضلاع مساوی یا نامساوی است. به عبارت دیگر، هر شکل مشاهده شده طرحی از فعالیت‌ها را ارائه می‌دهد که برای رسم آن لازم هستند.

۲.۶ پیشینه‌ی پژوهش

در سی سال گذشته افراد خلاق و نوآور استفاده از فن‌آوری در آموزش را مورد تجربه قرار دادند. (راجرز، ۱۹۹۵) برخی از این پیشگامان در این راه موفق شده‌اند (کلمنتس و باتیستا، ۱۹۸۹؛ چازان، ۱۹۹۰؛ دی، ۱۹۹۳؛ الکلی، ۱۹۹۳؛ لابورد، ۱۹۹۳؛ سولووی و نوریس، ۱۹۹۸). برخی دیگر نیز به ارائه‌ی مشکلاتی که در این بین بوده پرداخته‌اند. (بکر، ۱۹۹۰؛ بلامی، ۱۹۹۷). بیش از دو دهه است که نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا از جمله پرمصرف‌ترین نرم‌افزارهای آموزشی در مدارس و دانشگاه‌های سراسر جهان محسوب می‌شوند. عمده تحقیقاتی که انجام گرفته پیرامون سه محور اصلی زیر است:

الف: تعامل با نرم‌افزار توسط دانش‌آموزان

بسیاری از مطالعات انجام شده بر نحوه‌ی تعامل دانش‌آموزان با نرم‌افزارها بوده است. به عنوان مثال آرزارلو و همکارانش متوجه شدند که دانش‌آموزان در برخورد‌های اول با گرفتن و جابجا کردن نقاط و اشکال دچار سردرگمی می‌شوند، چرا که آن‌ها عادت به حرکت اشکال بر روی صفحه‌ی کاغذ ندارند. بعد از مدتی که این محیط را تجربه کردند، به قدرت حالت ترسیمی پی می‌برند. فهمیدن این که چه چیزی با جابجایی اجزا، ثابت می‌ماند همیشه مشخص و واضح نیست.

ب: یادگیری اثبات کردن در این محیط چگونه است؟

این حیطه از تحقیقات بر این سوال حیاتی متمرکز است که آیا فرصت‌هایی که توسط محیط‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا پیشنهاد می‌شود برای دیدن ویژگی‌های ریاضی که به شکل بسیار ساده‌ای ممکن است کاهش یابد و یا به طور کلی جایگزین هر نوع نیازی به اثبات کردن شود. یا این که این گونه تسهیلات ممکن است راه‌های پر معنای جدیدی برای ارتقاء سطح درک از نیاز به اثبات قواعد آن باز کند. تعدادی از تحقیقات انجام گرفته مانند تحقیقات موریتی و جونز از تقویت توان اثبات کردن حکایت می‌کنند.

ج: طراحی فعالیت‌های برای معلم

تحقیقات نشان داده است فعالیت‌های معلم باید به دقت طراحی شود. در غیر این صورت همان طور که هولز (۱۹۹۴) اشاره می‌کند دانش‌آموزان از تجزیه و تحلیل ریاضی با جستجو در پیاده‌سازی راه حل، به شکل تجربی اجتناب می‌کنند و به سمت وجوه تئوری و مفهومی آن نمی‌روند. هیلی و هوپلز با داشتن برنامه‌ای منظم با این موضوعات درگیر شدند. هاداس (۱۹۹۹) و همکارانش نحوه طراحی فعالیت‌های مناسب را برای موقعیت‌های متناقض

برای دانش‌آموزان نشان دادند که با شگفت زدگی و یا موقعیت‌های شک برانگیز دانش‌آموزان را به جستجوی توجیه ریاضی هدایت می‌کردند. تجربه‌ی لایبرد در طراحی مبتنی بر سناریو در نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا و تلفیق آن‌ها با محتوای عادی تدریس کلاسی نشان داد مدت زمان زیادی برای رسیدن به نقطه‌ای که فعالیت‌ها به شکل صحیحی فایده بخش باشند، در محیط رایانه‌ای مورد نیاز است.

در ادامه به نتایج تحقیقات انجام شده در این خصوص اشاره‌ای می‌شود.

قیصری و بخش‌علی‌زاده (۱۳۸۷)، پژوهشی را پیرامون تاثیر نرم‌افزارهای CAS بر یادگیری انتگرال بر دانشجویان آموزش ریاضی، اجرا کرد. هدف اصلی پژوهش بررسی اثر نرم افزار میپل^۱ در طراحی و توسعه توانایی‌های جسم و یادگیری مفهومی دانشجویان مهندسی بود. به منظور اجرای طرح دو گروه آزمایش و کنترل انتخاب شدند. نمونه‌ها نیز با استفاده از روش نمونه‌گیری تصادفی ساده انجام شد. در هر دو گروه، قبل از آزمون در مورد موضوع از انتگرال، تفاوت معنی داری بین گروه‌ها دیده نشد. گروه آزمایش با استفاده از نرم‌افزار میپل آموزش داده شدند. در حالی که گروه کنترل با استفاده از آموخته‌های سنتی مانند گچ و تخته و روش سخنرانی آموزش دیدند. پس از تدریس مبحث، آزمون اندازه گیری نگرش نسبت به ریاضیات هر دو گروه برگزار شد. در پایان به منظور پیدا کردن چگونگی تفکر دانش‌آموزان با استفاده از مصاحبه به طور تصادفی داده‌های کیفی نیز جمع‌آوری شد. نتایج به وضوح نشان داد که با استفاده از نرم‌افزار CAS افزایش موفقیت دانش‌آموزان داشته است.

افشین منش (۱۳۸۶) در مقاله‌ای در خصوص دستاوردهای فن‌آوری در آموزش ریاضی و مشکلات آن پژوهشی را انجام داده و ویژگی‌های یک نرم‌افزار مفید در آموزش را بیان کرده است. در این خصوص نیز نرم‌افزار جئوجبرا را به عنوان نرم‌افزار مناسب آموزشی توصیه کرد.

مایر^۲ (۲۰۰۳) پژوهشی تحت عنوان بررسی نرم افزارها اسکچ‌پد بر مدل ون‌هیل به انجام رساند. هدف از این مطالعه، بررسی اثر استفاده از یک بسته نرم افزار هندسه پویا، در آموزش هندسه به منظور بالا بردن سطح تفکر هنسی مبتنی بر مدل ون هیل بود. در این پژوهش چهار کلاس و دو معلم در یک دبیرستان واقع در جنوب مرکزی ایالت پنسیلوانیا انتخاب شدند. هر معلم دو کلاس داشت. یکی با استفاده از نرم افزار و دیگری بدون استفاده از آن. آموز بر اساس کتاب درسی کشف هندسه^۳ که مبتنی بر نرم افزارهای هندسه پویا است در نظر گرفته شد. پیش‌آزمون و پس‌آزمون بر اساس آزمون ون‌هیل طراحی شده توسط یوسیکین و آزمون تجسم فضایی پوردو (PSVT)^۴ به اجرا درآمد. پژوهش گر طراحی محتوای پیش آزمون و دو آزمون از مطالب تنها، یکی برای هر فصل از اطلاعات تدریس کرده است. نگرش و باور این مطالعه در قسمت نتیجه گیری مطرح شد. در ابتدا، آمار توصیفی در کلاس‌های برای

¹ MAPLE

² Moyer

³ Discovering Geometry

⁴ Purdue Spatial Visualization Test

تعیین هر گونه تفاوت قابل توجهی بین خصوصیات آنها محاسبه شد. با استفاده از اندازی گیری مکرر آزمون ANCOVA و ANOVA و آزمون ANOVA یک طرفه، آزمون T برای بررسی نتایج آزمون‌ها مورد استفاده قرار گرفت. استفاده از نرم افزار اسکچ پد اثر قابل توجهی را در توسعه سطوح تفکر هندسی نشان نداد. اما نشان از توسعه نمرات در آزمون PSVT برای سنجش مهارت‌های تجسمی بود. پژوهش‌های بعدی که ممکن است در حوزه آموزش ریاضیات مفید باشد در سه بحث پیشنهاد می‌گردد. (۱) توجه به مهارت‌های مورد نیاز معلم برای استفاده موثر از نرم‌افزارهای هندسه پویا به عنوان یک ابزار آموزشی، (۲) مطالعه اثر استفاده از نرم افزارهای هندسه پویا در کلاس درس بدون کتاب درسی مبتنی بر ساختن‌گرایی و رویکرد مبتنی یادگیری اکتشافی و (۳) تحقیق در مورد استفاده از نرم افزارهای هندسه پویا در کل سال تحصیلی به جای چند فصل خاص.

دانیل شیر (۲۰۰۲) نیز با بررسی حوزه‌های دیداری، ترسیمی و کلامی پژوهشی را با روش مطالعات موردی ترتیب داد. وی در بررسی خود این طور نتیجه می‌گیرد که از منظر ریاضی هندسه‌ی پویا با هندسه‌ی ایستا دو مبحث متفاوت هستند و روش یادگیری دانش‌آموزان با استفاده از قلم و کاغذ با عملکرد آنها در محیطی نرم‌افزاری متفاوت است. پیچیدگی‌هایی که پشت تفاوت هندسه‌ی ایستا و پویا وجود دارد غیر قابل انکار است، با این وجود تحقیقات در زمینه‌ی هندسه‌ی پویا این پیچیدگی‌ها و ابهامات را برطرف می‌کند. رشته‌ی نسبتاً جدید هندسه‌ی پویا به فرضیه‌هایی برای بررسی و بحث نیاز دارد.

حالات^۱ (۲۰۰۳) در پژوهشی کمی، عملکرد و انگیزه‌ی دانش‌آموزان کلاس اول راهنمایی است را که با استفاده از مدل ون‌هیل آموزش می‌دیدند و دانش‌آموزان که با این مدل درگیر نبودند را مورد مقایسه قرار داد. ۱۲۳ نفر در گروه کنترل و ۱۵۰ نفر در گروه آزمایش قرار داشتند. وی از تست هندسه ون هیل (VHGT) برای سنجش سطوح یادگیری استفاده کرد. همچنین برای اندازه‌گیری عملکرد دانش‌آموزان در هندسه از پرسش‌نامه مربوط به انگیزش به نام CIS^۲ استفاده کرد. پیش از اجرای طرح از هر دو گروه آزمایش و کنترل پیش‌آزمونی و بعد از یک دوره‌ی پنج هفته‌ای پس از آزمون به عمل آمد. داده‌های به دست آمده با استفاده از آزمون t گروه‌های مستقل و آزمون ANCOVA ($\alpha=0.05$) نشان داد تفاوت آماری معنی‌داری بین عملکرد دانش‌آموزان در دو گروه کنترل و آزمایش وجود نداشت. همچنین از نظر آماری تفاوت جنسیتی در عملکرد و انگیزه دانش‌آموزان نشان داده نشد. این مطالعه نشان داد که تفاوت آماری معنی‌داری در خصوص انگیزه دانش‌آموزان بین دو گروه وجود داشت. در خصوص انگیزه دانش‌آموزان بین دو گروه آزمایش که تحت آموزش با روش مبتنی بر مدل ون‌هیل بودند و کنترل با روش متداول آموزش دیده بودند، تفاوت معنی‌داری به دست آمد.

¹ Halat

² Course Interest Survey

فصل سوم: روش‌شناسی پژوهش

۳.۱ روش تحقیق

شناخت واقعیت‌های موجود و پی بردن به روابط میان آن‌ها، مستلزم انتخاب روش پژوهش است. (دلاور، ۱۳۷۲). در این فصل به بیان روش تحقیق، متغیرهای تحقیق، نمونه و روش نمونه‌گیری، تاریخ و مدت اجرای آزمایش، روش و ابزار جمع‌آوری اطلاعات، بررسی روایی و پایایی ابزارهای پژوهش و روش تجزیه و تحلیل داده‌ها می‌پردازیم.

انتخاب یک روش تحقیق علمی و قابل اطمینان از مهم‌ترین اصول و معیارها در یک پژوهش می‌باشد و رسیدن به اهداف علمی مورد نظر بدون انتخاب روش صحیح و منطقی امکان پذیر نیست. بنابر این لازم است که در امر تحقیق با در نظر گرفتن موضوع مورد مطالعه، امکانات، شرایط موجود و اهداف مورد نظر، مناسب‌ترین شیوه‌ها را برگزید تا بتوان داده‌های مورد نیاز را جمع‌آوری و تجزیه و تحلیل نمود و در نهایت به نتایج قابل قبولی دست یافت. (دلاور، ۱۳۷۵)

این پژوهش با توجه به استفاده از شیوه‌های نوین آموزشی در آموزش ریاضیات، می‌تواند در بهبود وضع آموزشی تاثیر داشته باشد و مورد استفاده مراکز آموزشی قرار خواهد گیرد. لذا این پژوهش، از نوع کاربردی است و از جمله طرح‌های پژوهشی شبه آزمایشی^۱ به شمار می‌رود. شرکت‌کنندگان در دو کلاس، به صورت تصادفی تقسیم شدند و یک کلاس به عنوان گروه آزمایش و دیگری گروه کنترل در نظر گرفته شدند. یک گروه به سبک سنتی آموزش داده شد و در آموزش گروه دیگر نرم‌افزار هندسه ی پویا به صورت تلفیقی مورد استفاده قرار گرفت. از هر دو گروه پیش‌آزمون و پس‌آزمون گرفته شد و نتایج با هم مقایسه شد. از طرفی در این پژوهش ویژگی‌های سنی، جنسی و تحصیلی دانش‌آموزان در گروه‌های انتخابی، یک‌سان در نظر گرفته شدند.

پژوهش مورد نظر یک تحقیق شبه آزمایشی است و طرحی که از آن استفاده شده است، طرح پیش‌آزمون و پس‌آزمون با گروه کنترل می‌باشد. نمودار طرح پژوهش به صورت زیر می‌باشد.

پس آزمون	اجرای آزمایشی	پیش آزمون	گروه	جایگزینی تصادفی
T2	X	T1	E	گروه آزمایش
T2	-	T1	C	گروه کنترل

¹ Quasi-Experimental

۳.۱.۱ جامعه‌ی آماری

جامعه آماری عبارت است از همه اعضای فرضی یا واقعی که علاقه‌مند هستیم یافته‌های پژوهش را به آن‌ها تعمیم دهیم. (دلاور ۱۳۷۵). در این پژوهش جامعه آماری شامل کلیه دانش‌آموزان مدارس دوره راهنمایی تحصیلی دارای امکانات مناسب نرم‌افزاری است.

هدف رساله بررسی میزان اثر بخشی شیوه‌ی آموزشی غنی شده بر یادگیری مهارت‌های هندسی است و اجرای کلاس با ساختار مورد نظر در هر مدرسه‌ای امکان پذیر نبود. از طرفی به دلیل این که آمادگی دانش‌آموزان، تجربه و انگیزه‌ی معلم و فراهم بودن تجهیزات زیر ساختی رایانه‌ای، عواملی هستند که امکان تحقق هدف پژوهش را بهتر فراهم می‌آورند، محدودیت‌هایی برای نمونه‌گیری به شرح زیر در نظر گرفته شد.

۱. مدرسه دارای کارگاه رایانه باشد، طوری که حداقل هر دو نفر یک رایانه در اختیار داشته باشند.
۲. مدرسه کلاس‌هایی با امکان نمایش ویدئو پروژکتور داشته باشد.
۳. مدیر مدرسه به دانش‌آموزان اجازه دهد حافظه‌های رایانه‌ای را برای ارائه تکالیف دیجیتالی به مدرسه بیاورند.
۴. مدیر مدرسه به محقق مجوز انجام کار پژوهشی به صورت بلند مدت را بدهد.
۵. دانش‌آموزان حاضر در طرح از امکانات رایانه‌ای مورد نیاز در منزل برخوردار باشند.

۳.۱.۲ گروه نمونه و شیوه‌ی گزینش آن

نمونه‌ی انتخاب شده از مدارس غیرانتفاعی با امکانات مناسب و موقعیت اجتماعی نسبتاً خوبی بود. طوری که همه دانش‌آموزان در منزل رایانه در اختیار داشتند. این انتخاب به دلیل کنترل متغیرهای تاثیرگذار و امکان اجرای مناسب طرح بوده است. نمونه‌گیری در جامعه‌ی آماری تعریف شده از نوع نمونه‌ی دردسترس بود تا خللی برای اجرای کامل طرح به وجود نیاید.

با در نظر گرفتن محدودیت‌های اجرایی پژوهش، امکان اجرای طرح در مدرسه‌ی غیر انتفاعی پسرانه راهنمایی در منطقه ۴ تهران فراهم شد. از سه پایه تحصیلی، بنا بر شرایط اجرایی پایه دوم انتخاب شد. دو کلاس به صورت تصادفی در دو گروه آزمایش و کنترل قرار گرفتند. طوری که افراد برای شرکت در گروه‌های آزمایش و کنترل انتخابی نداشتند. جمعیت هر دو کلاس ۲۸ نفر بود.

۳.۱.۳ متغیرهای تحقیق

متغیر، مفهومی است که مقادیر یا ارزش‌های مختلفی را می‌تواند به خود اختصاص دهد و شامل پدیده‌ها و وقایعی است که می‌توان آن‌ها را در پژوهش مورد سنجش یا دست‌کاری قرار داد. در پژوهش‌های علمی معمولاً از متغیرهای مورد مطالعه طبقه‌بندی‌های متفاوتی ارائه می‌شود که مفیدترین و مهم‌ترین طبقه‌بندی از متغیرها، تقسیم آن‌ها به متغیرهای مستقل و وابسته است. در این پژوهش متغیرها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

متغیر مستقل

شیوه متداول آموزشی در مدارس و شیوه یادگیری غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه پویا

متغیرهای وابسته

مهارت‌های هندسی که شامل ۵ مورد زیر:

۱. یادگیری مهارت‌های منطقی
۲. یادگیری مهارت‌های دیداری
۳. یادگیری مهارت‌های کلامی
۴. یادگیری مهارت‌های ترسیمی
۵. یادگیری مهارت‌های کاربردی

متغیرهای کنترل

در این پژوهش ویژگی‌های سنی، جنسی و تحصیلی دانش‌آموزان در گروه‌های انتخابی، یک‌سان در نظر گرفته شدند. به دلیل محدودیت در انجام پژوهش و تعمد در انتخاب جامعه و نمونه، متغیرهای کنترل به شرح زیر در نظر گرفته شده‌اند:

۱. جنسیت (این پژوهش تنها از برای دانش‌آموزان پسر به اجرا در آمده است).
۲. پایه و دوره‌ی تحصیلی (پایه دوم دوره راهنمایی تحصیلی)
۳. مجهز بودن مدرسه (شرایط مناسب برای استفاده از نرم‌افزار)
۴. معلم (در دو کلاس یک معلم حضور داشت).

۳.۲ روش جمع‌آوری اطلاعات

پژوهش به طور کلی نیاز به هدفی روشن و ثابت دارد که این دو، ابزار جمع‌آوری اطلاعات را تعیین می‌کنند. این وسیله باید پایا و دقیق باشد. و هیچ نوع تغییر و تجدید نظری نباید تا اتمام تحقیق در آن صورت گیرد. (دلاور) در پژوهش حاضر برای به دست آوردن نتایج دقیق و قابل اتکا هم از داده‌های کمی استفاده شده است و هم از مشاهدات و یافته‌های کیفی. برای ارتقاء روایی و پایایی آزمونها با توجه به ابعاد مختلف موجود در محیط آموزشی، محقق با استفاده از مشاهدات خود و مستند کردن آنها سعی در پوشش نقاط ضعف ارزیابی کمی کرده است.

۳.۲.۱ روش جمع‌آوری داده‌های کمی

ابتدا به منظور تعیین میزان تاثیر استفاده از نرم‌افزارها بر یادگیری مهارت‌های هندسی، هر دو گروه آزمایش و کنترل در آزمون‌های طراحی شده به صورت پیش‌آزمون و پس‌آزمون شرکت کردند. نمرات به دست آمده در هر یک از آزمون‌ها از صفر تا ده در نظر گرفته شد. آزمون‌های توسط پژوهش‌گر با استفاده از آزمون‌های استاندارد و محتوای آموزشی طراحی شدند. مهم‌ترین آزمون استاندارد در سنجش عوامل یادگیری در هندسه آزمون ون‌هیل یا VHGT^۱ است که برای سنجش سطوح تفکر هندسی تعریف شده و می‌توان از آن برای سنجش مهارت‌های هندسی نیز به شیوه‌ای استفاده کرد. در مجموع از آزمون VHGT، برای سنجش مهارت‌های منطقی، دیداری و کلامی و دو آزمون محقق ساخته برای سنجش مهارت‌های ترسیمی و کاربردی به صورت پیش‌آزمون و پس‌آزمون برگزار شد.

آزمون ون‌هیل

آزمون ون‌هیل بر اساس مطالعات یوسیکین (۱۹۸۲) برای سنجش سطوح تفکر هندسی مطابق مدل ون‌هیل تهیه و شد که از آن زمان مصارف بسیاری پیدا کرده است. مخاطب آن نیز منحصر به سن خاصی از دانش‌آموزان نمی‌شود. آزمون مشتمل بر ۲۵ سوال ۵ گزینه‌ای است. هر ۵ سوال این آزمون یکی از سطوح ۵ گانه‌ی تفکر مدل ون‌هیل را می‌سنجد. در طراحی اصلی آزمون هر فرد بتواند از ۵ سوال هر سطح به سه سوال پاسخ دهد، به معنای بودن در آن مرحله در نظر گرفته می‌شود.

همان طور که در ادبیات تحقیق ذکر شد سوالات این آزمون می‌تواند برای سنجش سه دسته از مهارت‌های دیداری، منطقی و کلامی مورد استفاده قرار گیرد. ۱۰ سوال اول آزمون بخشی از مهارت‌های دیداری را می‌سنجد، سوال ۱۱ الی ۲۵ مهارت‌های منطقی را اندازه می‌گیرد و برای سنجش مهارت‌های کلامی می‌توان از ۱۵ سوال اول بهره برد (پاتریکا ۲۰۰۲). سنجش مهارت‌های هندسی تنها با استفاده از آزمون VHGT، روایی بالایی نداشت. لذا پژوهش‌گر سوالاتی را به آن افزود تا بتواند این نقیصه را جبران کند.

این آزمون در ابتدا و انتهای سال تحصیلی در مدت ۴۰ دقیقه از هر دو گروه آزمایش و کنترل گرفته شد. آزمون نمره منفی نداشته است. البته برای جلوگیری از دادن پاسخ شانسی به دانش‌آموزان توصیه شده است تا نسبت به پاسخ خود اطمینان ندارند به سوالاتی جواب ندهند. از ۵ سوال آخر آزمون به برای سنجش سطح پنجم مدل ون‌هیل است در تحلیل‌های آماری صرفه نظر شد. علت آن هم مشکل بودن سوالات و تمایل دانش‌آموزان به دادن پاسخ تصادفی بود.

¹ Van Hiele Geometry Test

شیوه‌ی ارزیابی مهارت‌ها

الف) شیوه‌ی ارزیابی مهارت‌های منطقی

برای سنجش مهارت‌های منطقی سوالات ۱۰ الی ۲۰ آزمون VHGT مورد استفاده قرار گرفته شد. سطح ۵ آزمون یعنی سوالات ۲۱ - ۲۵ شامل سوالات کاملاً انتزاعی و دشواری است و مورد استفاده دانش‌آموزان نیست. در واقع به طور عادی کمتر احتمال دارد دانش‌آموزانی در این سن به این سطح نمی‌رسند، لذا اطلاعات به دست آمده از آن حذف گردید. آزمون ون‌هیل با ۲۰ سوال ۵ گزینه‌ای به صورت پیش‌آزمون و پس‌آزمون برگزار شد.

ب) شیوه‌ی ارزیابی مهارت‌های دیداری

به منظور سنجش مهارت‌های دیداری از ۱۰ سوال اول آزمون VHGT بهره گرفته شد. همچنین ۲ سوال دیگر که توسط آزمون VHGT سنجیده نمی‌شد، مورد استفاده قرار گرفت. مطابق مدل ون‌هیل دو سطح اول بر سنجش مهارت‌های دیداری تمرکز دارند.

ج) شیوه‌ی ارزیابی مهارت‌های کلامی

برای سنجش مهارت‌های دیداری نیز از ۱۵ سوال اول آزمون VHGT استفاده شد. پاتریکا (۲۰۰۲) معتقد است مرحله‌ی ۱ تا ۳ مدل ون‌هیل استفاده‌ی دانش‌آموزان از زبان را هنگام مشاهده‌ی اشکال هندسی توصیف می‌کند.

د) شیوه‌ی ارزیابی مهارت‌های ترسیمی

مهارت‌های ترسیمی به صورت مستقل سنجیده شد. ۴ سوال ترسیمی در آزمون محقق ساخته به صورت تئوری و عملی طی آزمونی به اجرا در آمد. از اطلاعات به دست آمده در این آزمون، برخی معیارهای مهارت‌های کلامی به خصوص توضیح روش رسم نیز مورد ارزیابی قرار گرفت.

ه) شیوه‌ی ارزیابی مهارت‌های کاربردی

برای سنجش مهارت‌های کاربردی نیز از ۸ سوال تشریحی استفاده گردید. این سوالات با اهداف مهارت‌های کاربردی در بخش ۲.۴ تطبیق داده شدند.

۳.۲.۲ روش جمع‌آوری داده‌های کیفی

یادگیری مهارت‌های هندسی فرآیندهای پیچیده‌ای محسوب می‌شوند. و سنجش آن‌ها تنها با آمار کمی به دست آمده از آزمون‌ها از اعتبار بالایی برخوردار نخواهد بود. در تحقیق حاضر به منظور بالا بردن درک در بررسی تاثیرهای یادگیری، و غنا بخشیدن به داده‌های کمی، از داده‌های کیفی نیز بهره گرفته شده است. این داده‌ها در واقع مشاهداتی هستند که به توسط ابزارهای جمع‌آوری اطلاعات شامل ضبط صوتی و ویدئویی و همچنین یادداشت‌های میدانی جمع‌آوری شدند. نظرات بر فعالیت دانش‌آموزان حین فعالیت، نظرخواهی، پرسش‌نامه و مصاحبه‌های نیمه ساختاری عمیق از آن جمله محسوب می‌شوند.

هر یک از روش‌های جمع‌آوری اطلاعات فوق به طور کل نگرانه با یکدیگر در ارتباطند. جمع‌آوری داده‌ها با استفاده از روش‌های متعدد فهم کامل‌تری را از موضوع ایجاد خواهد کرد. عموماً یافته‌ها از این طریق بیان‌کننده‌ی تمایلات، انگیزه و توصیف‌گر احساسات دانش‌آموزان خواهد بود. (لینکون و گوبا ۱۹۸۵؛ مارشال و روسمن، ۱۹۹۵)

از برخی جلسات کارگاه به صورت عمومی و خاص از دو جفت دانش‌آموز فیلم‌برداری شد. هنگامی که دانش‌آموزان روی مسایل کابریک‌های فعالیت کار می‌کردند. در برخی جلسات کار دانش‌آموزان، طرح‌ها، رفتار و توضیحات آن‌ها را در طول فرایند و هر مداخله پژوهش‌گر توسط دوربین به ضبط می‌شد. برخی از جلسات کارگاه توضیحات دانش‌آموزان در طول فرایند و توضیحات معلم، مکالمه و مداخله معلم ضبط شد. برای جلوگیری از حساسیت دانش‌آموزان امکان ضبط ویدئویی همه کارگاه‌ها وجود نداشت. لذا حین پیش‌برد کارگاه و یا بعد از آن محقق با همکاری تحقیقاتی خود، اقدام به مستند کردن مشاهدات خود می‌کردند. محقق و همکار وی در کلاس‌های عادی و جلسات کارگاه، جهت بررسی و تحلیل مسائل، حین کلاس مشاهدات خود را ثبت و بعد از کلاس مسائل را مورد بررسی قرار داده و تفسیر می‌کردند.

محقق در دو جلسه‌ی کارگاه و بعد از فعالیت‌های آموزشی پژوهش و مصاحبه نیمه ساختاری با سه نفر از دانش‌آموزان ترتیب داد که با دوربین ضبط شدند. در مصاحبه که به صورت صمیمی با دانش‌آموزان برگزار شد، سوالات هدفمند از دانش‌آموزان پرسیده شد. مصاحبه به مدت ۳۰ دقیقه به طول انجامید. دانش‌آموزان در شرایط راحتی به سوالات پاسخ می‌دادند. سوالات از قبل آماده شده بود. سوالات مطرح شده در این بخش صرفاً به منظور بررسی اثر بخشی استفاده از نرم‌افزارهای هندسه پویا در ارتقاء یادگیری مهارت‌های هندسی بود. از کل مراحل مصاحبه فیلم گرفته شد.

در انتهای دوره آموزشی، یک پرسش‌نامه به عنوان نظرسنجی، در کلاس توزیع شد. این برگه در مورد تجربیات قبلی دانش‌آموزان در کار با رایانه و نرم‌افزار ریاضی، به علاوه در مورد واکنش آن‌ها به هندسه‌ی پویا و ویژگی اپلت‌ها، سوالاتی پرسیده شد.

۳.۳ روش اجرای پژوهش

پیش از شروع سال تحصیلی جلسه‌ای با حضور کارشناسان آموزش ریاضی و مولفین کتاب‌های درسی، محقق و مدیر مجتمع برگزار شد. در جلسه محقق نیاز خود را برای اجرای شیوه آموزشی و طرح پژوهشی مطرح کرد. مدیریت مجموعه نیز موانع و محدودیت‌های مدرسه را مطرح نمود. در نهایت با حمایت کارشناسان محترم از محقق، مقرر شد طرح پژوهشی با رعایت محدودیت‌های مدرسه به اجرا درآید.

پژوهش‌گر همکاران پژوهشی خود را قبل از اولین جلسه ملاقات کرد و طرح کلی مطالعه را به آن‌ها اعلام نمود برای مشاهده‌ی کلاس و اطمینان از تنظیم بودن رایانه‌ها، برنامه‌ی زمانی تنظیم شد. سر فصل هر جلسه بر اساس برنامه‌ی درسی کتاب درسی ریاضی کلاس دوم راهنمایی انتخاب شدند.

سپس هماهنگی‌های لازم با مسئول کارگاه رایانه مدرسه انجام گرفت. نرم‌افزار جئوجبرا در رایانه‌های کاربران نصب گردید. امکانات مناسب موجود در کارگاه رایانه شامل نصب نرم‌افزار نت اسکول^۱ برای مشاهده فعالیت دانش‌آموزان در رایانه‌ای مرکزی و اختصاص فضای حافظه برای هر یک از کاربران، جزء خدمات موجود سایت بود. کلیه رایانه‌ها به تازگی خریده شده بود و مشکلات رایج در استفاده از نرم‌افزار به خصوص سرعت پائین رایانه‌ها وجود نداشت. محل کارگاه آماده و در مجموع شرایط مناسبی برای اجرای طرح فراهم بود.

طرح پژوهشی از مهر ۱۳۸۷ لغایت اردیبهشت ۱۳۸۸ در دو کلاس به اجرا در آمد. یکی به شیوه سنتی و در دیگری تدریس با توجه به مفاهیم هندسه‌ی پویا انجام شد. طرح یک سال کامل تحصیلی معادل ۸ ماه آموزشی به اجرا در آمد و در اغلب موضوع‌ها، شیوه‌ی آموزشی مبتنی بر نرم‌افزارهای هندسه پویا، به نحوی مورد استفاده قرار می‌گرفت.

با توجه به اینکه لازم بود، در این طرح پژوهشی ابزارهای جدیدی به گروه آزمایش معرفی شود، ابتدا آموزش‌های ابتدایی جهت معرفی محیط نرم‌افزار به دانش‌آموزان داده شد. سپس در جلسات مختلف کارگاه رایانه قسمت‌های مورد نیاز به صورت صریح یا ضمنی آموزش داده شد. علاوه بر این در اغلب کلاس‌های درسی، ابتدای کلاس دانش‌آموزان سوالات نرم‌افزاری خود را پرسیده و پاسخ آن را دریافت می‌کردند.

¹ NetSchool

شرایط آموزش

در مدت اجرای طرح پژوهشی ۱۰ جلسه کارگاه رایانه جهت آموزش و رفع اشکال، در برنامه درسی گنجانده شد. بقیه جلسه‌ها (حدود ۴۵ جلسه) نیز مانند دیگر کلاس‌های مدرسه به شکل منظم و عادی برگزار شد. با این تفاوت که:

الف) دانش‌آموزان گروه آزمایش موظف بودند تکالیف درسی خود را علاوه بر اینکه در دفتر انجام می‌دهند، در نرم‌افزار نیز انجام دهند. هدف از این تکلیف، ایجاد پیوند بین دو محیط آموزشی سنتی و نرم‌افزاری بود و این که دست دانش‌آموزان برای کار با نرم‌افزار راه بیافتد. تکالیف نرم‌افزاری در ۴ مقطع زمانی به دبیر به صورت سیدی یا حافظه‌ی فلش تحویل می‌شد. در مجموع حدود ۷۰ فایل نرم‌افزاری از هر دانش‌آموز گرفته شد. شبیه‌سازی مسائل در نرم‌افزار جزء تکالیف اصلی محسوب می‌شد و نمره‌ای برای آن منظور می‌گردید.

ب) در چند دقیقه‌ی ابتدایی اغلب کلاس‌های عادی، دانش‌آموزان سوالاتی که در ارتباط با نرم‌افزار داشتند از معلم می‌پرسیدند. هم‌چنین یافته‌های خود را توضیح می‌دادند.

ج) هر هنگام که فرصتی برای مقایسه دو محیط یادگیری استاتیک و دینامیک فراهم می‌آمد، بحثی در کلاس مطرح می‌شد.

د) دانش‌آموزان برخی رسم‌های هندسی را به دلخواه در نرم‌افزار انجام می‌دادند.



در مجموع فعالیت‌های اجرایی پژوهش را می‌توان به شرح زیر فهرست کرد:

۱. هماهنگی‌های لازم با مدیریت مدرسه و کارشناسان آموزشی انجام پذیرفت و عوامل مزاحم شناسایی شد و پیش‌بینی‌های لازم بعمل آمد.
۲. برنامه ریزی از لحاظ بررسی سئوالات محقق ساخته و محاسبه پایایی و روایی آن
۳. پیش از آموزش آزمون VHGT و آزمون‌های مکمل به عنوان پیش‌آزمون از دانش‌آموزان گرفته شد.
۴. سی دی نرم‌افزار به همراه راهنمای جامع ابتدای سال به دانش‌آموزان گروه آزمایش داده شد.
۵. طی یک جلسه محیط نرم‌افزار به دانش‌آموزان معرفی و آموزش‌های اولیه داده شود.
۶. ده جلسه آموزشی در کارگاه رایانه مدرسه در خلال کلاس‌های عادی به اجرا درآمد.
۷. مطابق برنامه کارگاه‌ها اهداف و طرح درس، تحت نظر کارشناس آموزش ریاضی تهیه شد.
۸. بر اساس طرح درس‌ها فعالیت‌های متناسب تحت نظر کارشناس آموزش ریاضی تهیه گردید.
۹. دانش‌آموزان ملزم به شبیه‌سازی اغلب تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب‌درسی و تحویل آن به معلم شدند.
۱۰. در ابتدای کلاس‌های عادی درسی سئوالات نرم‌افزاری دانش‌آموزان پاسخ داده می‌شد.
۱۱. مهارت‌های یادگیری دانش‌آموزان در پایان سال در محیط کارگاه رایانه ارزیابی شد.
۱۲. در حین سال تحصیلی داده‌های کیفی بر اساس مشاهده‌ها، نظرسنجی‌ها و مصاحبه‌ها تهیه و مستند شد.
۱۳. در انتهای سال تخصیص آزمون VHGT و آزمون‌های مکمل به عنوان پس‌آزمون تکرار شد.
۱۴. نتایج آزمون‌ها بر اساس آزمون T گروه‌های وابسته از نظر کمی تحلیل شد.
۱۵. با تجزیه و تحلیل داده‌های کیفی نتایج پژوهش بررسی شد.

۳.۳.۱ برنامه‌ی آموزشی کارگاه‌ها

طرح درس کارگاه‌ها در ۱۰ جلسه، هر کدام ۴۵ دقیقه با احتساب زمان مورد نیاز برای استقرار و آماده شدن، تعریف شدند. در جدول زیر میزان آموزش در کارگاه‌های رایانه مشخص شده است.

جدول ۳-۱: جدول آموزش‌های تکمیلی به منظور تقویت مهارت‌های هندسی در مباحث درسی

مبحث	آموزش تکمیلی	تعداد جلسه	تقویت قابل توجه مهارت‌های هندسی				
			مهارت‌های منطقی	مهارت‌های دیداری	مهارت‌های کلاسی	مهارت‌های ترسیمی	مهارت‌های کاربردی
مثلث قائم‌الزاویه	رسم مثلث‌های مختلف‌الاضلاع و قائم‌الزاویه توضیح روش ترسیم، مراحل آن و نحوه‌ی به کارگیری ابزار ترسیم مقایسه ابزار ترسیم در محیط نرم‌افزار و کاغذ	۳	✓	✓	✓	✓	
توازی	ترسیم خطوط موازی، متعامد و متقاطع و بررسی زاویه‌ها پیدا کردن مقدار زاویه مجهول در مسئله‌های داده شده شبیه‌سازی اثبات شهودی قضیه تساوی زوایای متبادل داخلی	۲	✓	✓	✓	✓	
زاویه و مثلث	ترسیم مثلث‌های متساوی‌الساقین، متساوی‌الاضلاع شبیه‌سازی اثبات شهودی مجموع زوایای مثلث پیدا کردن مقدار زاویه مجهول در مسئله‌های داده شده	۱	✓	✓	✓	✓	
چهارضلعی‌ها	ترسیم متوازی‌الاضلاع، مستطیل، لوزی و مربع تبدیل متوازی‌الاضلاع به مستطیل، لوزی و مربع به شکل پویا دیدن نحوه ارتباط بین چهارضلعی‌ها و ویژگی‌های آن‌ها تعریف چهارضلعی‌های هندسی و توصیف ویژگی‌های آن در نرم‌افزار	۲/۵	✓	✓	✓	✓	✓
مساحت	شبیه‌سازی نحوه‌ی دستور مساحت شکل‌های هندسی محاسبه مساحت شکل‌های هندسی به صورت دستی و با نرم‌افزار	۱/۵	✓	✓			
تقارن	مشاهده انواع شیوه‌های قرینه‌سازی شکل‌ها به صورت اپلت قرینه‌یابی شکل‌ها با استفاده از ابزارهای ویژه در نرم‌افزار	۱/۵		✓	✓		✓
حجم	مشاهده گسترده احجام هندسی در نرم‌افزار و محاسبه‌های لازم برای به دست آوردن حجم و مساحت جانبی	۱/۵	✓	✓			✓

علت نحوه توزیع جلسات شروع سال برای آموزش استفاده از نرم‌افزار و این که در مثلث‌های قائم‌الزاویه موضوع رسم مورد تاکید قرار داده شده بود، زمان مبسوطی اختصاص داده شد. در چهارضلعی‌ها به دلیل تنوع موضوعات و آمادگی دانش‌آموزان کار به اوج خود رسیده بود. در نیم‌سال دوم فرصت برای آموزش کم بود و دلیل تعطیلی‌های پیش‌بینی نشده کارگاه کمتری برگزار شد.

فعالیت‌ها در کارگاه

انواع فعالیت‌هایی که در کارگاه‌های آموزشی انجام می‌شد شامل موارد زیر بود:

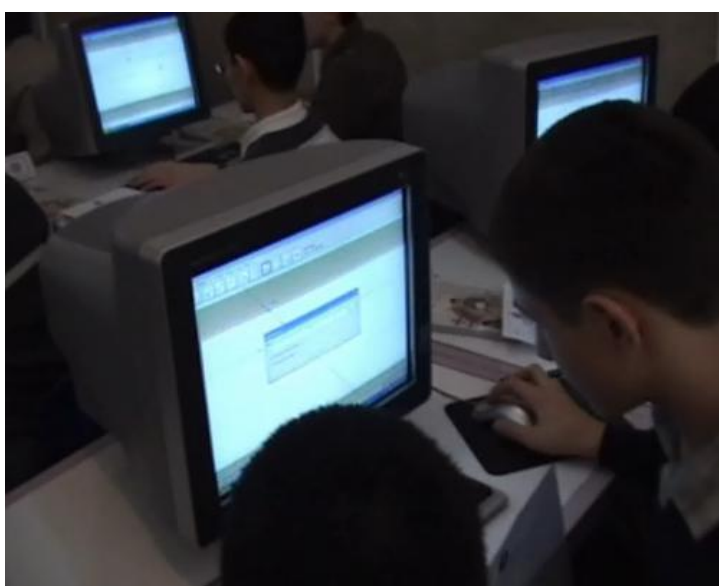
۱. معرفی نرم‌افزار آموزشی جنوجبرا
۲. آموزش اولیه بخش‌هایی از نرم‌افزار و نکات خاص که مورد استفاده قرار می‌گرفت
۳. نمایش نحوه کار توسط معلم با استفاده از نرم‌افزار نت اسکول
۴. نمایش اپلت‌های آماده شده
۵. انجام فعالیت‌های آموزشی با دستورالعمل از پیش تعریف شده
۶. انجام تمرین‌های منزل و رفع اشکال آن‌ها در کارگاه با حضور معلم
۷. فعالیت آزاد بر اساس علاقه دانش‌آموزان
۸. رکوردگیری از ترسیم و انجام فعالیت‌های مشخص



شکل ۳-۱: نمایی از کارگاه رایانه هندسه‌ی پویا

دانش‌آموزان در کارگاه رایانه گروه‌های دو نفره، تقسیم شده و فعالیت می‌کردند. انتخاب گروه‌ها بر اساس شماره لیست انجام گرفت و تا پایان دوره تغییری در آن اتفاق نیفتاد. لذا دانش‌آموزان هر گروه لزوماً در یک سطح استعدادی نبودند. فعالیت قابل توجه چند گروه از دانش‌آموزان از طریق ضبط صوتی و فیلم‌برداری، جهت بررسی ذخیره شد. در اغلب جلسات کارگاه، یکی از همکاران برای کمک و مستندسازی همراه من به کارگاه می‌آمد.

در برخی کلاس‌ها، ابتدا تعدادی اپلت برای دانش‌آموزان آماده می‌شد تا به بررسی آن بپردازند. اپلت‌ها با نظارت کارشناسان آموزشی طراحی می‌شدند تا مفاهیم دقیق یا مسایل خاصی را در برداشته باشند. آن‌ها امکان پنهان کردن یا نمایش دادن، جابجا کردن، متحرک‌سازی را در مواقع مختلف داشتند. برگه‌های فعالیت، برای هماهنگی با طرح‌ها، با جئوجبرا آماده شده بودند؛ آن‌ها شامل روش باز کردن و دست‌کاری طرح‌ها، یک توضیح در مورد مساله‌ای که باید حل شود، دستورالعمل بررسی و سوال‌هایی برای برانگیختن توجه دانش‌آموز بود. روی برگه‌ها فضایی برای رسم کردن و مشخص کردن اشکال هندسی و مقایسه حدس‌ها و برهان در نظر گرفته شده بود. مهارت‌هایی که لازم است بچه‌ها به آن‌ها دست یابند بر اساس اهداف کتاب راهنمای معلم ریاضی دوم راهنمایی تنظیم شد. آموزش‌های ارائه شده در دوره تحقیق کاملاً با مبانی کتاب درسی مطابقت داشتند.



در مباحث پایانی از نمونه‌های اپلت آماده استفاده شده بود. لذا زمان کمتری وقت می‌گرفت. در مواردی نیز در پایان کلاس درس عادی بر روی رایانه لپ‌تاپ نمایش داده می‌شد.

۳.۳.۲ تقویت مهارت‌های هندسی

محقق به منظور تقویت هر یک از مهارت‌های یادگیری از سه شیوه مکمل بهره جسته است:

۱. تقویت ویژه هر یک از مهارت‌ها
۲. تقویت متقابل مهارت‌ها
۳. تقویت با تلفیق محیط‌های یادگیری

۱. تقویت ویژه هر یک از مهارت‌ها

به منظور تقویت مهارت‌های هندسی فعالیت‌های زیر به اجرا درآمد:

جدول ۳-ب: جدول فعالیت‌های انجام شده برای تقویت مهارت‌های هندسی

مهارت‌های هندسی	فعالیت انجام شده
مهارت‌های منطقی	شبیه‌سازی مسائل بعد از حل آن در کلاس درس عادی و مشاهده درستی حکم شبیه‌سازی مسائل پیش از حل آن در کلاس درس عادی شبیه‌سازی اثبات‌های شهودی در محیط نرم‌افزار شبیه‌سازی مسائل به منظور انجام محاسبه‌های مورد نیاز ایجاد متن‌های پویا در محیط نرم‌افزار برای محاسبه مقادیر در محیط نرم‌افزار
مهارت‌های دیداری	مشاهده نمونه‌های آماده و متنوع تعاملی به شکل اپلت تمرین حدس زدن در کارگاه رایانه شبیه‌سازی مدل‌های متحرک از اشکال هندسی تشخیص اشکال هندسی با تغییر ویژگی‌های یک شکل پویا و تمرین عدم وابستگی به نحوه قرارگیری تمرین تجسم و تصویر سازی ذهنی در کلاس عادی و کارگاه رایانه به صورت چشم بسته و چشم باز
مهارت‌های کلامی	ارجاع به شیوه ترسیم و وقایع در کلاس سنتی در مورد کارگاه رایانه و برعکس ایجاد موقعیت‌های متعدد برای توصیف، گفتگو و بحث با دانش‌آموزان در کلاس و کارگاه رایانه و اصلاح آن‌ها گفتگو در قالب گروه‌های کاری در محیط نرم‌افزاری درباره تعاریف، ویژگی‌ها، یافته‌ها و ... تمرین مکرر استفاده از ابزارهای موجود در نرم‌افزار متناظر با اصطلاحات درسی در کلاس‌های سنتی
مهارت‌های ترسیمی	شبیه‌سازی حد اقل ۷۰ نمونه از تمرین‌های کتاب درسی و آزمون‌های کلاسی در منزل و ارائه به معلم رفع اشکال دانش‌آموزان در استفاده از نرم‌افزار ابتدای کلاس‌های درسی سنتی برگزاری کارگاه‌های تمرینی برای آموزش و رفع اشکال ترسیم در محیط نرم‌افزار مقایسه نحوه ترسیم در محیط‌های سنتی و نرم‌افزاری ایجاد موقعیت‌های محدود و سفارشی برای ترسیم در محیط نرم‌افزار
مهارت‌های کاربردی	نمایش مثال‌های متعدد از کاربرد هندسه در محیط‌های نرم‌افزاری نمایش نحوه عملکرد دستگاه‌ها به شکل پویا و شبیه‌سازی دستگاه‌های مختلف دیگر شبیه‌سازی کاربردهای واقعی در زندگی روزمره دانش‌آموزان (مانند دستگاه‌های ورزشی در پارک‌ها) تولید بازی‌های ابتکاری در محیط نرم‌افزاری

۲. تقویت متقابل مهارت‌های هندسی

پژوهش‌گر بر اساس مطالعات انجام گرفته و مطرح شده در ادبیات پژوهش در بخش ۲.۴، برای افزایش میزان یادگیری مهارت‌های هندسی، مهارت‌های دیگر را نیز مورد توجه قرار می‌داد. در جدول زیر شرح آن ارائه شده است.

جدول ۳-ج: شیوه تقویت متقابل مهارت‌های هندسی

تقویت متقابل	مهارت‌های منطقی	مهارت‌های دیداری	مهارت‌های کلامی	مهارت‌های ترسیمی	مهارت‌های کاربردی
مهارت‌های منطقی		استفاده از اثبات‌های شهودی	بیان روند ترسیم و استخراج گام‌های ترسیم	توجه به مراحل رسم برنامه‌ریزی قبل از شروع ترسیم	تاثیر ویژگی‌های اشکال در کاربردهای هندسه
مهارت‌های دیداری	اثبات منطقی مسائل به طور کامل و ایجاد میل شبیه‌سازی و بررسی در مثال‌های متعدد		تمرین در بیان صریح مسئله و رسیدن دانش‌آموز به مرحله تجسم، پیش از ترسیم	انجام ترسیم‌های متعدد و اشباع بصری از شکل‌های هندسی	دیدن نمونه‌های کاربردی از وسایل و زندگی و توجه به آن
مهارت‌های کلامی	توصیف مراحل اثبات و تبدیل عبارت‌های رسمی به جملات قابل فهم و به کارگیری آن	تجسم یک شکل، یا مسئله و توصیف شرایط آن		به کارگیری ابزار ترسیم در محیط نرم‌افزار و تعداد استفاده از آن‌ها	توصیف تفصیلی شیوه کارکرد وسایل و مدل‌های هندسی کاربردی و ارتباط آن با مبانی هندسه
مهارت‌های ترسیمی	انجام ترسیم بر اساس الگوریتم و گام‌های تعریف شده	تجسم ترسیم یک شکل و سپس پیاده سازی در محیط نرم‌افزار	همراه کردن توصیف مراحل رسم با عمل ترسیم		مدل‌سازی نمونه‌های کاربردی از هندسه در محیط‌های نرم‌افزاری
مهارت‌های کاربردی	استفاده از اصول هندسی برای توجیه عملکرد وسایل کاربردی	مشاهده نمونه‌های آماده برای افزایش بینش و سواد دانش‌آموزان نسبت به موارد کاربردی	توصیف عملکرد دستگاه‌ها	شبیه‌سازی بر مبنای الگو و مدل سازی‌های خلاقانه در محیط نرم‌افزار	

(هر یک از عناصر در ستون‌ها بیانگر استفاده از مهارت در مورد بالا در تقویت مورد راست می‌باشد.)

۳. تلفیق حوزه‌های اهداف یادگیری

محقق برای اجرای طرح پژوهشی در کلاس، اهداف آموزشی را حتی‌المقدور به صورت هم‌زمان مورد توجه قرار داده است. جدول زیر بیان‌گر این مطلب است.

جدول ۳-۵: غنی کردن اهداف آموزشی

اهداف آموزشی	هدف مورد نظر
شناختی	دانش‌آموزان اصول علمی مفاهیم هندسی را بدانند. فرمول‌های مورد نیاز برای حل مسائل را حفظ باشند. با شیوه‌های محاسبه آشنا باشند و مهارت لازم را برای ساده کردن و بسط دادن داشته باشند. نام اشکال هندسی و اصطلاح‌های علمی را بدانند و آن‌ها را به درستی به کار برد. ساختارهای منطقی را بشناسند و قادر به اثبات مسائل باشند. با مراحل حل مسئله آشنا بوده و قادر به حل مسائل باشند. مراحل پیاده سازی ترسیم را درک کرده و در ترسیم آن‌ها را رعایت کنند. جزئیات هر میحث آموزشی مسلط باشند.
عاطفی	با انتخاب خود اقدام به ترسیم اشکال و حل مسائل کنند. پیش از انجام فعالیت‌های آموزشی به نسبت به نتیجه شوق داشته باشند. نسبت به موضوع‌های مرتبط درسی به صورت مستقیم و غیر مستقیم سوال و دغدغه داشته باشند. در پایان ترسیم اجزای فرعی و غیر ضروری را در محیط نرم‌افزار پنهان کنند. در محیط نرم‌افزار، نام‌ها و علامت‌های لازم را در شکل ایجاد کنند. در خارج از زمان کلاس برای انجام فعالیت‌های نرم‌افزاری ابراز علاقه کند. نسبت به تعمیم نتایج مسائل و ایجاد موقعیت‌های جدید کنجکاو باشد. نسبت به تولید مثال‌های جدید از یک مفهوم کلی تمایل داشته و خلاقیت نشان دهند. تمایل داشته باشد یافته خود را ذخیره کنند. تمایل داشته باشد ترسیم خود را به دیگران نشان دهند. نسبت به یاد دادن آموخته‌های خود به دیگران مشتاق و فعال باشند. دانش آموز قبل و بعد از فرآیند یادگیری قادر به تجسم مراحل آموزش بوده و بتوانند آن‌ها را توصیف کنند. مایل باشند رکورد زمانی ترسیم‌های خود را کاهش دهند. نسبت به درس هندسه نگرش کلی مثبتی داشته باشند.
روانی - حرکتی	جای ابزارها را یاد بگیرند. ابزار را درست به کارگیرند. دانش‌آموزان در استفاده از ابزار دقت عمل داشته باشند. در حداقل زمان شکل خود را ترسیم کنند. توانایی ترکیب ابزارها را داشته باشند. در زمان انجام فعالیت‌ها در وضعیت فلو قرار گیرند و زمان را احساس نکنند. در انجام فعالیت‌ها با مهارت‌های کسب شده بتوانند چند کار را با هم انجام دهند.

با این نگاه، حوزه‌های اهداف از هم متمایز نبوده و هر کدام در هم مولفه‌هایی دارند. این سه حیطه از اهداف با هم تلفیق می‌شوند و در یک ارتباط بازی گونه موجب کسب مهارت‌های یادگیری و حصول اهداف آموزشی می‌شوند.

۳.۴ کیفیت پژوهش

کیفیت پژوهش‌های کمی و کیفی به عوامل مختلفی چون طول مدت اجرای پژوهش، استفاده از نگاه صاحب‌نظران، تفسیر علمی و مستند پدیده‌های مشاهده شده، اجماع داده‌ها و دیگر عوامل وابسته است. در این جا عوامل کلی موثر در ارتقاء کیفیت این پژوهش اشاره می‌شود:

۱. مدت زمان اجرای پژوهش یک سال تحصیلی بود. درگیری طولانی دانش‌آموزان، موجب کاهش خطاهای مختلف از جمله اندازه‌گیری، حساسیت دانش‌آموزان، تغییر رفتارهای کوتاه مدت شده و تاثیرات جانبی شامل واکنش دانش‌آموزان به تفاوت آموزش بین گروه‌های کنترل و آزمایش را محدود می‌کند.
۲. میزان و نحوه‌ی یادگیری مهارت‌ها در این پژوهش هم به لحاظ کمی و هم به لحاظ کیفی اندازه‌گیری شده‌اند که این شیوه موجب افزایش کیفیت پژوهش می‌شود.
۳. در پژوهش حاضر از آزمون استاندارد VHGT بهره گرفته شد. این آزمون، مراحل مختلفی را برای ارتقاء کیفیت گذرانده و مطالعات متعددی بر آن انجام شده است. بالا بودن کیفیت ابزارهای اندازه‌گیری کمی مانند آزمون مذکور موجب بالا رفتن کیفیت پژوهش می‌شود.
۴. به منظور ثبت وقایع در طول مدت اجرای طرح پژوهشی، در اغلب فرآیندهای اجرایی به ویژه در کارگاه‌های رایانه پژوهش‌گر از همکار پژوهشی خود کمک گرفت. که این موضوع موجب ثبت و ضبط دقیق مشاهدات به وسیله ابزارهای جمع‌آوری داده‌های کیفی شد.
۵. این پژوهش تحت نظر کارشناسان خبره و مولفین کتاب‌های درسی دوره راهنمایی تحصیلی در آموزش ریاضی انجام گرفته است.

در ادامه به بررسی روایی و پایایی ابزارهای جمع‌آوری داده‌های پژوهش در دو بخش کمی و کیفی خواهیم پرداخت.

۳.۴.۱ روایی

مقصود از روایی آن است که وسیله‌ی اندازه‌گیری بتواند خصیصه مورد نظر را اندازه بگیرد و نه خصیصه‌ی دیگر را (هومن ۱۳۸۰). در واقع روایی عبارت است از توافق بین نمره‌ی آزمون با صفت و خصیصه‌ی مورد نظر که آزمون برای اندازه‌گیری آن ساخته شده است. مقصود از روایی آزمون مناسب بودن، با معنا بودن و مفید بودن استنباط‌های خاصی است که از روی نمره‌های آزمون به عمل می‌آید. (کرمی ۱۳۸۲). روایی اصطلاحی است که به هدفی که آزمون برای تحقق بخشیدن به آن درست شده است اشاره می‌کند؛ به سخن دیگر آزمونی دارای روایی است که برای اندازه‌گیری آن چه مورد نظر است مناسب باشد. (سیف ۱۳۷۶) روایی دارای دو نوع می‌باشد.

روایی درونی^۱: تعیین می‌کند که آیا یافته‌ها دقیقاً منعکس کننده‌ی واقعیت مورد مطالعه هست یا نه. محقق برای افزایش اعتبار درونی از چندین روش جمع‌آوری داده‌ها بهره برد.

روایی بیرونی^۲: روایی بیرونی یعنی یافته‌های یک تحقیق را بتوان برای موقعیت‌های دیگر هم به کار برد. عوامل زیر موجب می‌شود بتوان از نتایج این پژوهش در موقعیت‌های دیگر استفاده کرد.

روایی آزمون‌ها

منابع مورد استفاده قرار گرفته برای طراحی آزمون‌های تعریف شده در این پژوهش به ویژه سوالات آزمون VHGT، استاندارد و مورد اطمینان بوده است. از طرفی محتوای آزمون‌ها با اهداف مهارتی مطرح شده در ادبیات پژوهش تطبیق داده شدند. با این وجود، سوالات به نظر ۲ نفر کارشناس آموزش ریاضی هم به لحاظ ظاهر و هم به لحاظ محتوایی بررسی شد. نتایج نشان داد که این آزمون‌ها از روایی محتوایی و صوری کافی برخوردار هستند.

¹ Internal validity

² External validity

۳.۴.۲ پایایی

مقصود از پایایی یک وسیله اندازه‌گیری آن است که اگر خصیصه مورد نظر سنجش را با همان وسیله (یا وسیله مشابه و قابل مقایسه آن) تحت شرایط مشابه دوباره اندازه‌گیری کنیم، نتایج حاصله تا چه حد مشابه، دقیق و قابل اعتماد است (هومن ۱۳۸۰). در واقع پایایی یک وسیله‌ی اندازه‌گیری به دقت آن اشاره دارد. یک آزمون در صورتی دارای پایایی است که اگر آن را در یک فاصله زمانی کوتاه چندین بار به گروه واحدی از افراد بدهیم نتایج حاصل نزدیک به هم باشند. شرط روا بودن یک آزمون پایا بودن آن است. به عبارت دیگر پایایی میزان اعتمادی است که می‌توان به نتایج یک آزمون داشت.

برای محاسبه‌ی پایایی شیوه‌های مختلفی به کار گرفته می‌شود. برای محاسبه‌ی سوالات تشریحی مکمل سه آزمون سنجش مهارت‌های دیداری، منطقی و کلامی و همچنین دو آزمون مستقل سنجش مهارت‌های ترسیمی و کاربردی از روش پایایی مصححان^۱ استفاده شد. در این روش دو یا چند مصحح مستقلاً پاسخ‌های آزمون شوندگان را تصحیح می‌کنند. همبستگی بین نمرات مصححان مختلف شاخص پایایی مصححان به حساب می‌آید. در این قسمت پژوهشگر و همکار تحقیقاتی خود به صورت جداگانه نمرات به دست آمده را تصحیح کردند. ضریب همبستگی به دست آمده ۷۸ درصد محاسبه شد. با توجه به معیارهای متعدد برای سنجش آزمون این درصد پایایی قابل قبول می‌باشد.

جهت بررسی همسانی درونی^۲ آزمون‌های تستی (سه آزمون) نیز از روش دو نیمه کردن آزمون به صورت سوالات زوج و فرد استفاده شد. ، قبل از اجرای اصلی آزمون، برای تعیین پایایی سوالات در میان گروه‌های نمونه‌ی دیگر، که هر یک شامل ۲۹ و ۳۰ دانش‌آموز بودند، آزمون آزمایشی به اجرا در آمد. در دو گروه، همان محتوا با روش متداول و سنتی تدریس شده بود. آزمون در یک گروه به صورت پیش‌آزمون و در دیگری به صورت پس‌آزمون اجرا شد. این دو گروه از نظر معدل در سطح دو گروه نمونه‌ی پژوهش بودند. پس از اجرای این آزمون‌ها، سوالات هر کدام به دو نیمه تقسیم شد (سوالات فرد و سوالات زوج) و سپس با استفاده از فرمول ضریب همبستگی گشتاوری پیرسون بین نمرات دو نیمه به دست آمد. سپس برای محاسبه ضریب پایایی آزمون نیز از فرمول اسپیرمن - براون^۳ استفاده شد که روابط آن به صورت زیر است.

$$r_{xy} = \Sigma xy / \sqrt{\Sigma x^2 \Sigma y^2}$$

$$r_{1/2 \ 1/2} = \text{ضریب همبستگی بین نیمه‌های آزمون}$$

$$r_{tt} = (2 \ r_{1/2 \ 1/2}) / (1 + r_{1/2 \ 1/2})$$

$$r_{tt} = \text{ضریب پایایی کل آزمون}$$

^۱ Examiners reliability

^۲ Internal Consistency

^۳ Spearman- Brown Formula

در بررسی همسانی درونی آزمون سنجش مهارت‌های کلامی شامل ۱۵ سوال است که برای تقسیم آن به سوالات زوج و فرد از سوال آخر آن صرف نظر شد. نتایج محاسبه این آزمون‌ها برای دو گروه و در ۳ آزمون به صورت زیر مشخص شده است.

جدول ۳-۵: همبستگی‌ها و پایایی‌ها آزمون

مهارت‌های هئدسی	گروه و نوع آزمون	میانگین نمرات در آزمون (از ۱۰)	تعداد دانش‌آموزان	ضریب همبستگی	ضریب پایایی
مهارت‌های منطقی	گروه یک (پیش‌آزمون)	۴.۰۷	۳۰	۸۱ %	۹۰ %
	گروه دو (پس‌آزمون)	۳.۹۷	۲۹	۸۸ %	۹۳ %
مهارت‌های دیداری	گروه یک (پیش‌آزمون)	۸.۴۷	۳۰	۹۷ %	۹۹ %
	گروه دو (پس‌آزمون)	۸.۲۱	۲۹	۹۵ %	۹۸ %
مهارت‌های کلامی	گروه یک (پیش‌آزمون)	۶.۸۷	۳۰	۹۸ %	۹۹ %
	گروه دو (پس‌آزمون)	۶.۶۴	۲۹	۹۶ %	۹۸ %

در هر دو حالت ضریب پایایی بالایی به دست آمد که بیان‌گر استاندارد بودن نسبی آزمون و نحوه صحیح اجرای آن است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد بین پیش‌آزمون در گروه اول و پس‌آزمون در گروه دوم تفاوت معنی‌داری وجود ندارد. هم‌چنین ضریب همبستگی گشتاوری پیرسون برای آزمون سنجش مهارت‌های منطقی نسبت به مهارت‌های دیداری و مهارت‌های کلامی پائین‌تر است.

۳.۵ روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

تجزیه و تحلیل داده‌های کمی

داده‌های کمی در این پژوهش نخست با محاسبات آمار توصیفی ارائه می‌گردد، سپس برای بررسی فرضیه‌ی اصلی پژوهش با توجه به چند متغیره بودن متغیرهای وابسته، از آزمون MANCOVA^۱ استفاده می‌شود. تحلیل کوواریانس چندگانه ترکیبی از تحلیل واریانس و رگرسیون است. این آزمون تاثیرگذاری آموزش‌های غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر مهارت‌های هندسی را به صورت کلی مشخص می‌کند. از نتایج فرعی این آزمون بررسی نحوه‌ی رشد مهارت‌ها نسبت به هم و تعیین وجود یا عدم وجود تفاوت در روند رشد مهارت‌ها می‌باشد.

برای بررسی فرضیه‌های جزئی پژوهش از تحلیل کوواریانس ANCOVA^۲ بهره گرفته می‌شود. تحلیل کوواریانس ترکیبی از تحلیل واریانس (ANOVA) و رگرسیون است. از طریق تحلیل کوواریانس اثرات ناشی تفاوت در پیش‌آزمون‌ها کاهش تعدیل می‌شود. از طرفی واریانس خطی کاهش یافته و در نتیجه توان آزمون افزایش می‌یابد. (سرمد ص ۴۲۰).

برای انجام محاسبات آماری از نرم‌افزار SPSS 17.0 و MS Excel 2007 استفاده شد. سطح معنا داری این آزمون‌ها به میزان $\alpha=0.01$ اختیار شده است.

¹ Multivariate ANalysis of COVAriances

² ANalysis of COVAriances

تجزیه و تحلیل داده‌های کیفی

در طراحی، اجرا و برگزاری آزمون‌های برگزار شده در ابتدا و انتهای دوره آموزشی، خطاهای مختلف پنهان و آشکار وجود دارد. و داده‌های کمی و گزارشات آماری ناشی از آن نمی‌تواند بیان‌گر حقایق باشد. در در کلاس تعریف شده توسط پژوهش‌گر عوامل بی‌شماری از جمله تحولات پنهان ذهنی و عاطفی دانش‌آموزان دخیل هستند. و این موضوع ارزیابی تاثیر استفاده از نرم‌افزار در یادگیری و قضاوت نهایی را در این خصوص را مشکل می‌سازد.

در این رابطه مریام (۱۹۹۸) این گونه مطرح می‌کند:

تحقیق‌های کمی اجزای پدیده‌ها را از هم جدا کرده و آن‌ها را به طور مجزا مورد بررسی قرار می‌دهند. در مقابل آن تحقیقات کیفی معلوم می‌کنند به طور کلی همه اجزا چگونه با هم در ارتباطند. به این ترتیب مفهومی که در تجارب مخاطب وجود دارد از طریق پژوهش‌گر توصیف می‌شود.

به منظور توضیح جامع از نحوه‌ی تاثیرگذاری استفاده از نرم‌افزار هندسه‌ی پویا بر یادگیری، پژوهش‌گر علاوه بر انجام تحلیل‌های کمی علاقه مند به تحلیل یافته‌های کیفی نیز هست.

مشکل‌ترین تحقیقات کیفی تجزیه و تحلیل اطلاعات است. از آن جایی در جمع‌آوری داده‌ها در این روش که جزئیات زیاد حاصل می‌شود. استخراج مفاهیم و مختصر کردن موضوعات برای ارائه کاری سخت و طاقت‌فرسا است. (لینکون و گویا ۱۹۸۵) در این تحقیق داده‌ها و اطلاعات استخراج شده توسط روش‌های مختلف جمع‌آوری اطلاعات به شیوه‌های زیر مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند.

۱. مقوله‌بندی مشاهدات

۲. برجسته کردن موارد عمده

۳. نظم دهی به مستندات

۴. تفسیر اطلاعات

فصل چهارم: تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش

مقدمه

تجزیه و تحلیل به عنوان فرآیندی از روش علمی، یکی از پایه‌های اساسی هر روش تحقیقی می‌باشد. به طور کلی تجزیه و تحلیل عبارتست از روشی که از طریق آن کل فرآیند پژوهش از انتخاب تا دسترسی به یک نتیجه هدایت می‌شود. چون غالب مسائلی که در تعلیم و تربیت مورد پژوهش قرار می‌گیرد خیلی گسترده و وسیع هستند، پژوهش‌گر به مسئله تدوین شده و یا تصمیم‌گیری در مورد رد یا تایید فرضیه‌ای که صورت‌بندی کرده است، از روش‌های مختلف تجزیه و تحلیل استفاده می‌کند. (دلاور ۱۳۸۰)

به منظور سنجش تاثیرات در این پژوهش تجزیه و تحلیل اطلاعات در دو بخش کمی و کیفی صورت می‌گیرد. در بخش کمی ابتدا اطلاعات با کمک شاخص‌های آماری و نمودارها مورد توصیف قرار می‌گیرند. سپس با استفاده از آزمون‌های آماری مناسب به بررسی معنی‌دار بودن تفاوت‌های مشاهده شده اقدام می‌شود. با توجه به این که صحت نتایج زووش‌های آماری به کارگرفته شده در این تحقیق مستلزم برقراری مفروضات آماری است خاصی است، قبل از به کارگیری از این روش‌ها به بررسی وجود مفروضه‌های پرداخته شده است.

۴.۱ تجزیه و تحلیل کمی داده‌ها

در این بخش، فرضیه‌های پژوهش در خصوص تاثیر استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر یادگیری بر مهارت‌های پنج گانه هندسه، در دو بخش توصیفی و استنباطی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند.

در بخش توصیفی به جدول فراوانی، میانگین، انحراف معیار و واریانس اشاره می‌شود. از طرفی با استفاده از نمودارهای آماری میزان رشد مهارت‌های یادگیری نشان داده خواهند شد.

در بخش استنباطی، ابتدا آزمون MANCOVA برای بررسی پنج متغیر وابسته با پیش‌آزمون و پس‌آزمون دو گروه آزمایش و کنترل مقایسه شدند. سپس توسط آزمون ANCOVA، هر یک از متغیرها به صورت مستقل در دو گروه کنترل و آزمایش با حذف اثرات اختلافی در پیش‌آزمون مورد بررسی قرار می‌گیرند.

با توجه به ماهیت موضوع و روش آزمایشی پژوهش و به منظور افزایش قدرت و توان آزمون‌های آماری در شناسایی تاثیر آموزش در یادگیری مهارت‌های هندسی متغیرهای جنسیت، پایه‌ی تحصیلی، نوع مدرسه، و معلم به عنوان متغیرهای کنترل وارد شده‌اند.

۴.۱.۱ آمار توصیفی

فرضیه اول پژوهش: مهارت‌های منطقی

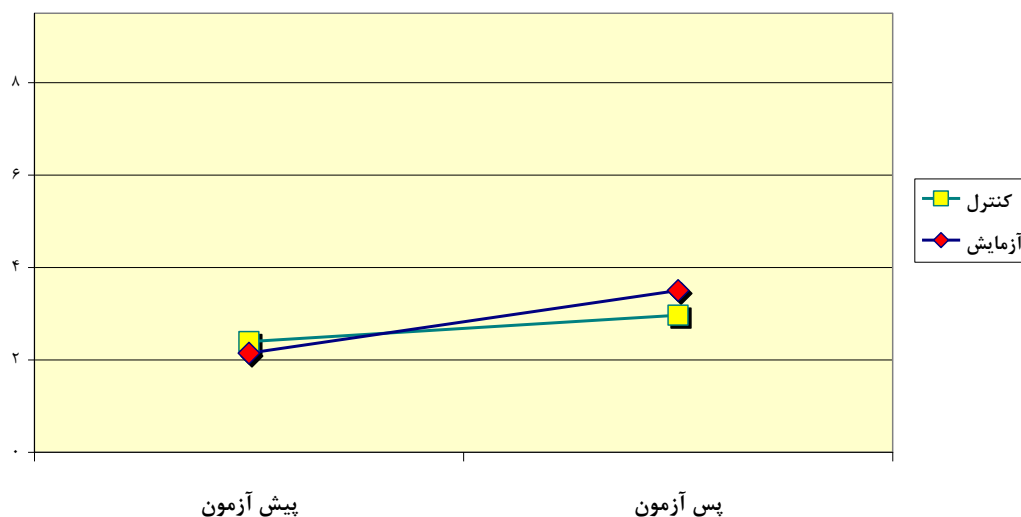
آموزش غنی شده به کمک نرم/افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های منطقی بیش‌تر و موثرتر است.

در جدول زیر شاخص‌های توصیفی نمرات به دست آمده در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های کنترل و آزمایش شامل میانگین، حداقل و حداکثر، انحراف استاندارد و واریانس در سنجش مهارت‌های منطقی نشان داده شده است.

جدول ۴-۱: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های منطقی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل

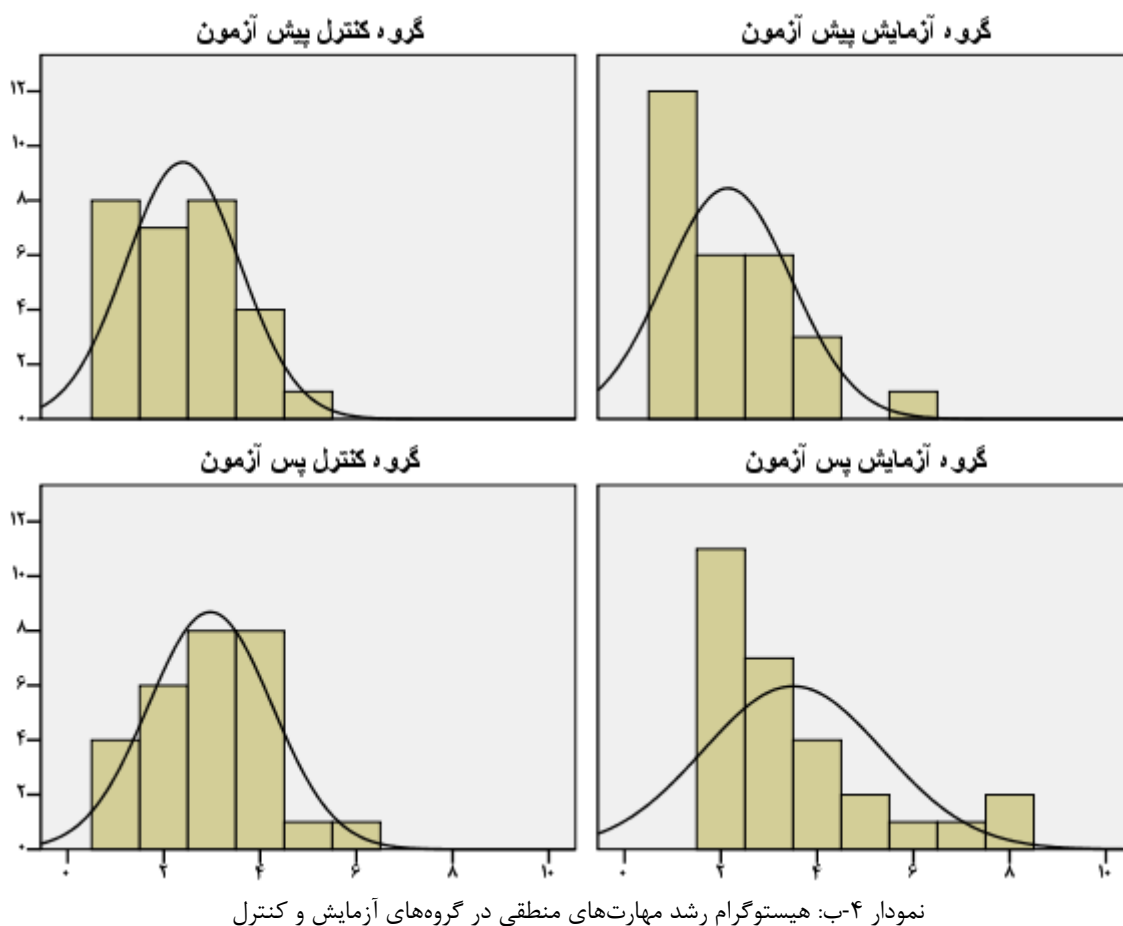
شاخص‌های توصیفی	آزمون	تعداد	میانگین	حداقل	حداکثر	انحراف استاندارد	واریانس
گروه کنترل	پیش‌آزمون	۲۸	۲.۳۹	۱	۵	۱.۱۷	۱۶
	پس‌آزمون	۲۸	۲.۹۶	۱	۶	۱.۲۶	۳۰
گروه آزمایش	پیش‌آزمون	۲۸	۲.۱۴	۱	۶	۱.۳۰	۳۸
	پس‌آزمون	۲۸	۳.۵۰	۲	۸	۱.۸۴	۱۶۰

آمار فوق نشان می‌دهد میانگین نمرات در گروه آزمایش در پیش‌آزمون از میانگین نمرات در گروه کنترل پائین‌تر است. این در حالی است که در پس‌آزمون میانگین نمرات در گروه آزمایش بیش‌تر از گروه کنترل شده است. در نمودار زیر نحوه رشد مهارت‌های منطقی در دو گروه در پیش‌آزمون و پس‌آزمون نمایش داده شده است.



نمودار ۴-۱: رشد مهارت‌های منطقی در گروه‌های کنترل و آزمایش

جهت بررسی دقیق‌تر نحوه‌ی تغییرات، نمودار هیستوگرام در دو گروه در پیش‌آزمون و پس‌آزمون به صورت زیر نمایش داده شده است.



در دو نمودار سمت چپ نحوه تغییرات قابل توجهی در تغییر نمرات مشاهده نمی‌شود. تنها تغییر مهم کاهش تعداد افراد با مهارت‌های منطقی با نمره‌ی پائین (۱-۲) و افزایش جزئی افراد با نمره‌ی متوسط (۵-۶) است.

این در حالی است که میانگین نمرات در دو نمودار سمت راست که بیان‌گر نمرات در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه آزمایش است، به طور محسوسی (۱.۴ نمره) افزایش داشته و دانش‌آموزانی موفق شده‌اند به سطوح بالای مهارت‌های منطقی دست پیدا کنند. توزیع نسبتاً نرمال‌تر شده و دانش‌آموزان متوسط توانسته‌اند رشد چشم‌گیری داشته باشند.

با این برای بررسی معنی‌دار بودن تفاوت می‌بایست از طریق آزمون‌های آماری در آمار استنباطی بهره جست. در بخش بعد به تفصیل و از طریق روش آماری آنکووا این موضوع بررسی می‌شود. در این روش اثر پیش‌آزمون و اثر دیگر مهارت‌ها در استنباط کلی موثر خواهد بود.

فرضیه دوم پژوهش: مهارت‌های دیداری

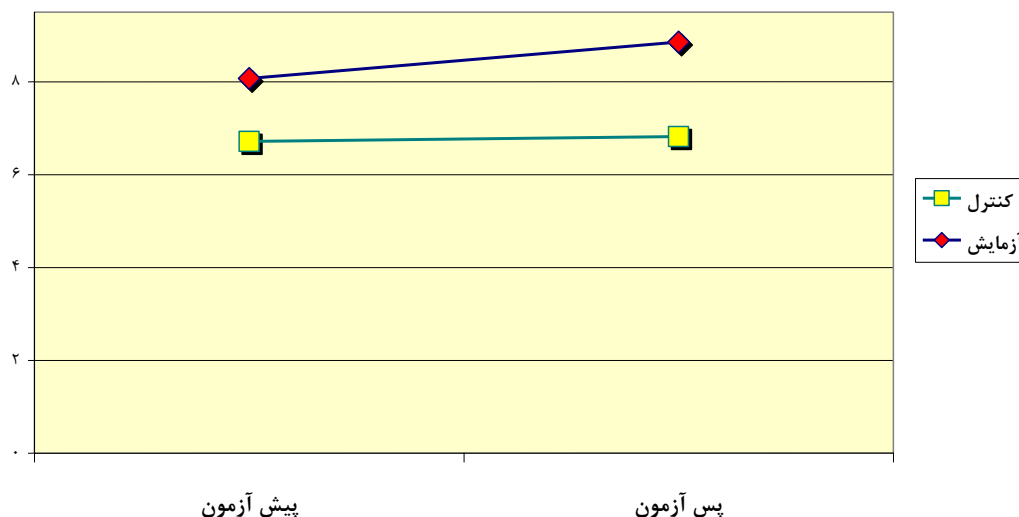
آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های دیداری بیش‌تر و موثرتر است.

در جدول زیر شاخص‌های توصیفی نمرات به دست آمده در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های کنترل و آزمایش شامل میانگین، حداقل و حداکثر، انحراف استاندارد و واریانس در سنجش مهارت‌های دیداری نشان داده شده است.

جدول ۴-ب: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های دیداری در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل

شاخص‌های توصیفی	آزمون	تعداد	میانگین	حداقل	حداکثر	انحراف استاندارد	واریانس
گروه کنترل	پیش‌آزمون	۲۸	۶.۷۱	۲	۸	۱.۵۸	۳
	پس‌آزمون	۲۸	۶.۸۲	۳	۸	۱.۰۶	۳۷
گروه آزمایش	پیش‌آزمون	۲۸	۸.۰۷	۵	۱۰	۱.۱۸	۲۲
	پس‌آزمون	۲۸	۸.۸۶	۷	۱۰	۰.۹۷	۷۲

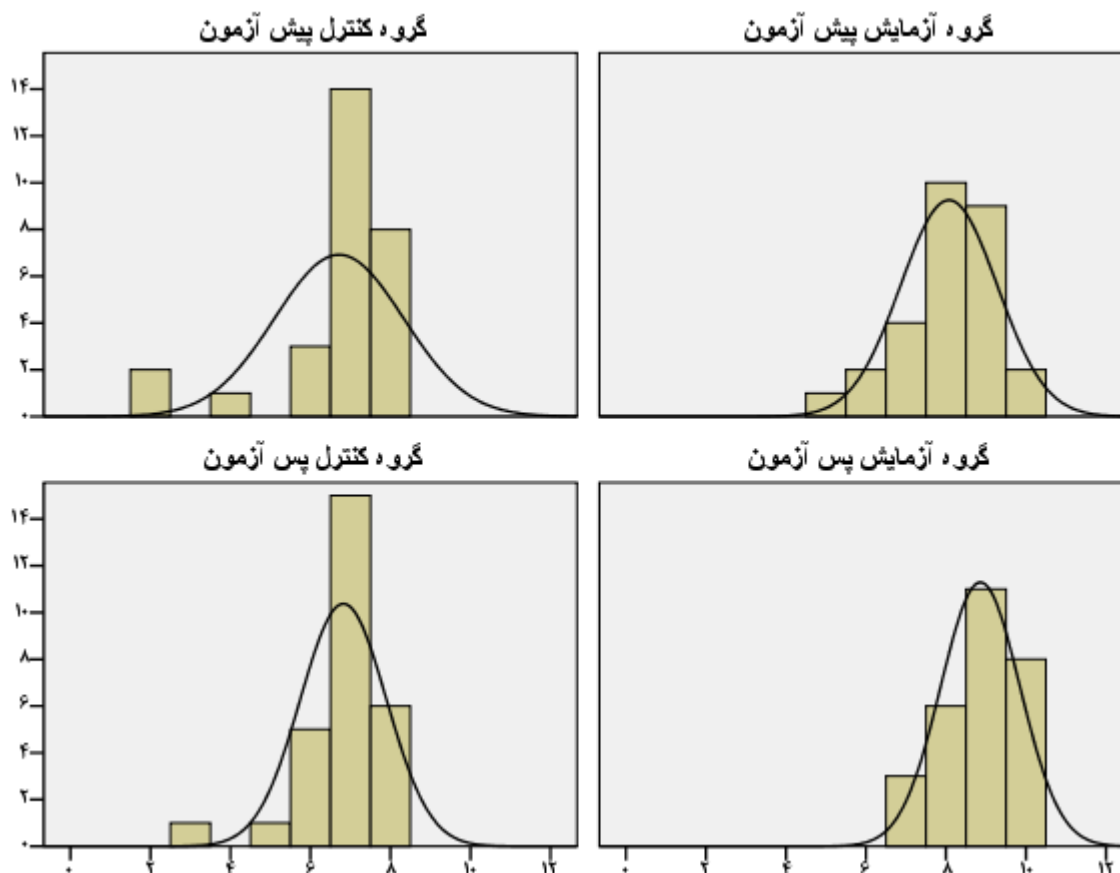
در جدول فوق تفاوت قابل توجهی در نمرات پیش‌آزمون در سنجش مهارت‌های دیداری مشاهده می‌شود. این تفاوت می‌توان ناشی از خطای اندازه‌گیری باشد. در عین حال در گروه کنترل میانگین نمرات تغییر محسوسی نداشته ولی در گروه آزمایش حداقل ۰.۸ نمره در میانگین تفاوت دیده می‌شود. در نمودار زیر شرایط دو گروه با در نظر گرفتن نمرات در پیش‌آزمون و پس‌آزمون نشان داده می‌شود.



نمودار ۴-ج: رشد مهارت‌های دیداری در گروه‌های کنترل و آزمایش

شواهد به دست آمده از آمار توصیفی نشان از رشد این دسته از مهارت‌ها در گروه آزمایش دارد.

برای تحلیل دقیق‌تر به بررسی تفاوت دو گروه در نمودار هیستوگرام به شرح زیر پرداخته می‌شود.



نمودار ۴-۵: هیستوگرام رشد مهارت‌های دیداری در گروه‌های آزمایش و کنترل

وضعیت نمرات در پیش‌آزمون گروه کنترل نشان می‌دهد شرایط شرکت‌کنندگان در آزمون غیر همگن بوده و دارای توزیع یکسانی نمی‌باشد. در پس‌آزمون نیز نمرات نشان می‌دهند، نمرات جابجایی خاصی نداشته‌اند.

در گروه کنترل وضعیت شرکت‌کنندگان نسبتاً هنجار است. و نمرات در پس‌آزمون دارای انتقال حدود یک نمره و حفظ الگوی توزیع صورت گرفته است. این موضوع نشان می‌دهد استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در رشد مهارت‌ای دیداری به صورت همگن موثر بوده و اثر آن از اثر کلاس‌های عادی به روش سخنرانی بیشتر است.

فرضیه سوم پژوهش: مهارت‌های کلامی

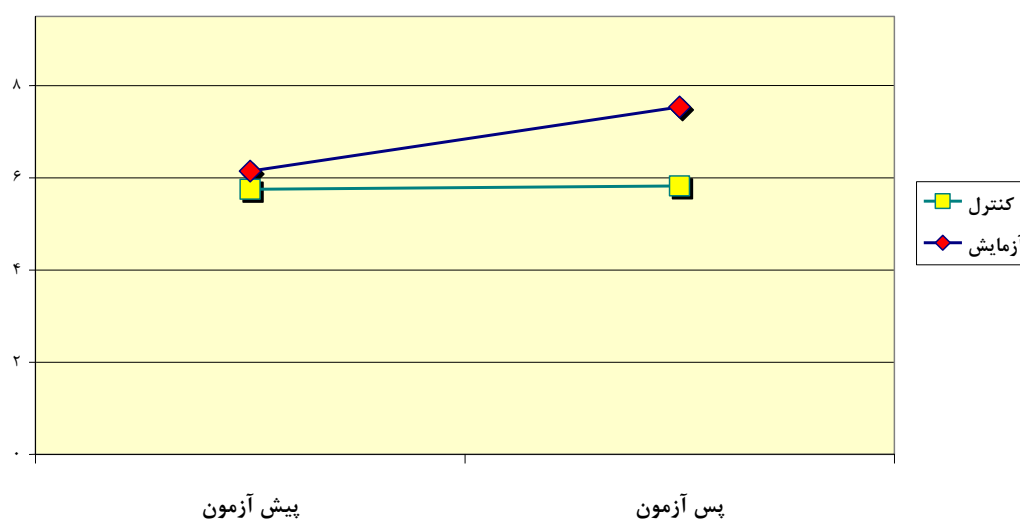
آموزش غنی شده به کمک نرم/افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های کلامی بیش‌تر و موثرتر است.

در جدول زیر شاخص‌های توصیفی نمرات به دست آمده در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های کنترل و آزمایش شامل میانگین، حداقل و حداکثر، انحراف استاندارد و واریانس در سنجش مهارت‌های کلامی نشان داده شده است.

جدول ۴-ج: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های کلامی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل

شاخص‌های توصیفی	آزمون	تعداد	میانگین	حداقل	حداکثر	انحراف استاندارد	واریانس
گروه کنترل	پیش‌آزمون	۲۸	۵.۷۵	۱	۸	۱.۷۶	۲
	پس‌آزمون	۲۸	۵.۸۲	۲	۸	۱.۴۴	۵۴
گروه آزمایش	پیش‌آزمون	۲۸	۶.۱۴	۴	۸	۱.۱۱	۳۹
	پس‌آزمون	۲۸	۷.۵۴	۶	۹	۱.۰۴	۱۲۵

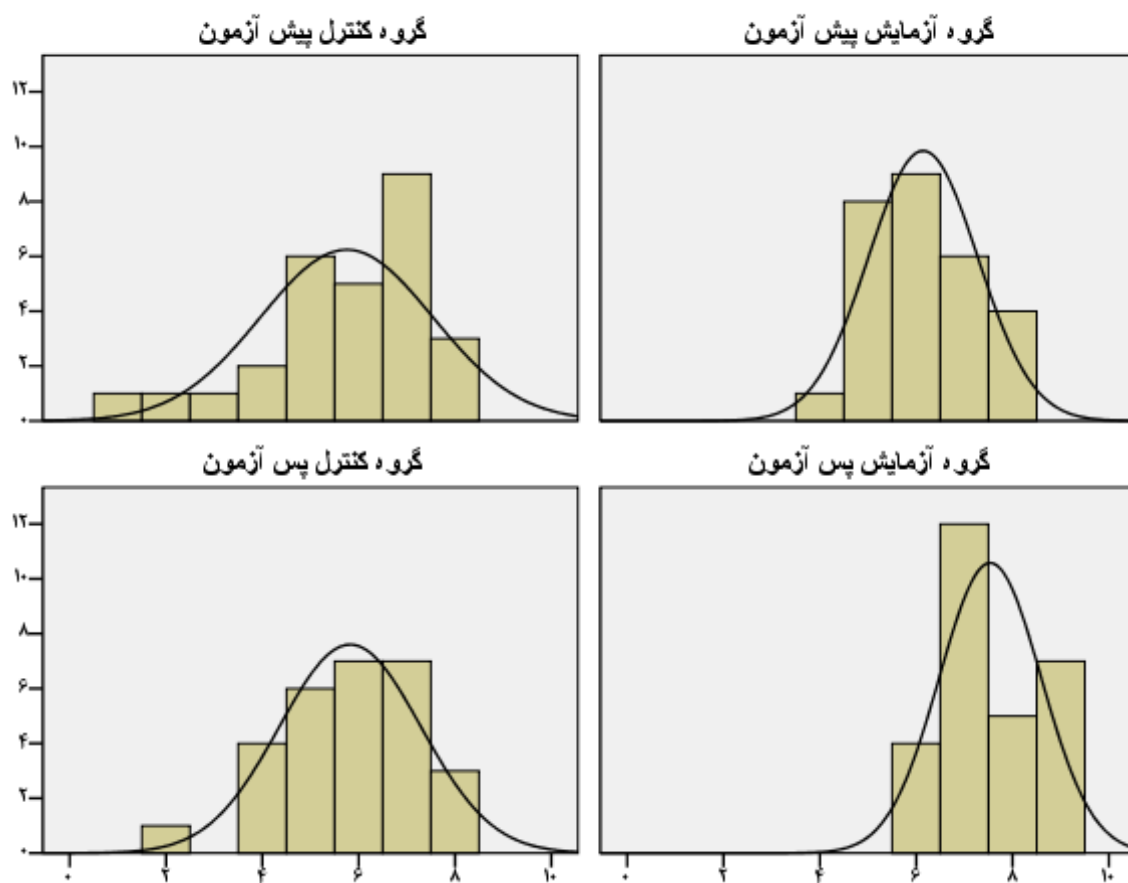
نتایج به دست آمده در آمار توصیفی نشان می‌دهد میانگین نمرات در گروه کنترل در مهارت‌های کلامی تغییر چندانی نداشته است. در حالی که در گروه آزمایش با وجود نزدیک بودن نمره‌ی پیش‌آزمون بیش از ۱.۴ نمره رشد وجود داشته است. در نمودار زیر شرایط رشد نمرات مربوط به مهارت‌های کلامی در دو گروه مشاهده می‌شود:



نمودار ۴-۵: رشد مهارت‌های کاربردی در گروه‌های کنترل و آزمایش

مطابق نمودار فوق می‌توان مشاهده کرد نمرات در گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل رشد قابل توجهی داشته است.

برای بررسی دقیق‌تر چگونگی رشد مهارت‌های کلامی در دو گروه، نمودار هیستوگرام در دو گروه و برای دو وضعیت پیش‌آزمون و پس‌آزمون در زیر نشان داده شده است:



نمودار ۴-و: هیستوگرام رشد مهارت‌های کلامی در گروه‌های آزمایش و کنترل

تغییرات قابل توجه در نمرات در پیش‌آزمون گروه کنترل بیشتر مربوط کاهش نمرات کم و زیاد و نرمال شدن نمرات می‌باشد و تغییر خاصی به لحاظ میانگین مشاهده نمی‌شود.

اما در گروه آزمایش به وضوح نمرات افزایش داشته و میانگین نسبت به پیش‌آزمون جابجایی دارد. این جابجایی بیشتر مربوط به افزایش نمرات متوسط می‌باشد.

با مقایسه‌ی نمودارهای فوق می‌توان نحوه‌ی رشد مهارت‌های کلامی را در دو گروه مشاهده کرد. برای استنباط کلی از میزان رشد لازم است از اصول آمار استنباطی استفاده شود.

فرضیه چهارم پژوهش: مهارت‌های ترسیمی

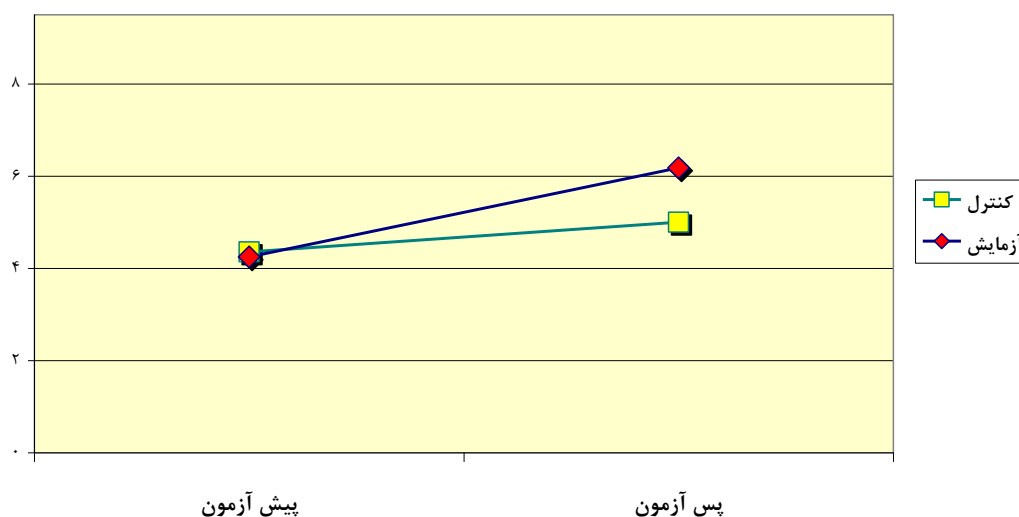
آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های ترسیمی بیش‌تر و موثرتر است.

در جدول زیر شاخص‌های توصیفی نمرات به دست آمده در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های کنترل و آزمایش شامل میانگین، حداقل و حداکثر، انحراف استاندارد و واریانس در سنجش مهارت‌های ترسیمی نشان داده شده است.

جدول ۴-۵: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های ترسیمی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل

شاخص‌های توصیفی	آزمون	تعداد	میانگین	حداقل	حداکثر	انحراف استاندارد	واریانس
گروه کنترل	پیش‌آزمون	۲۸	۳.۱۸	۲	۶	۱.۰۹	۸
	پس‌آزمون	۲۸	۳.۴۶	۲	۶	۰.۹۶	۱۴
گروه آزمایش	پیش‌آزمون	۲۸	۳.۱۴	۱	۵	۱.۰۸	۴۸
	پس‌آزمون	۲۸	۴.۸۶	۲	۸	۱.۴۱	۱۱۸

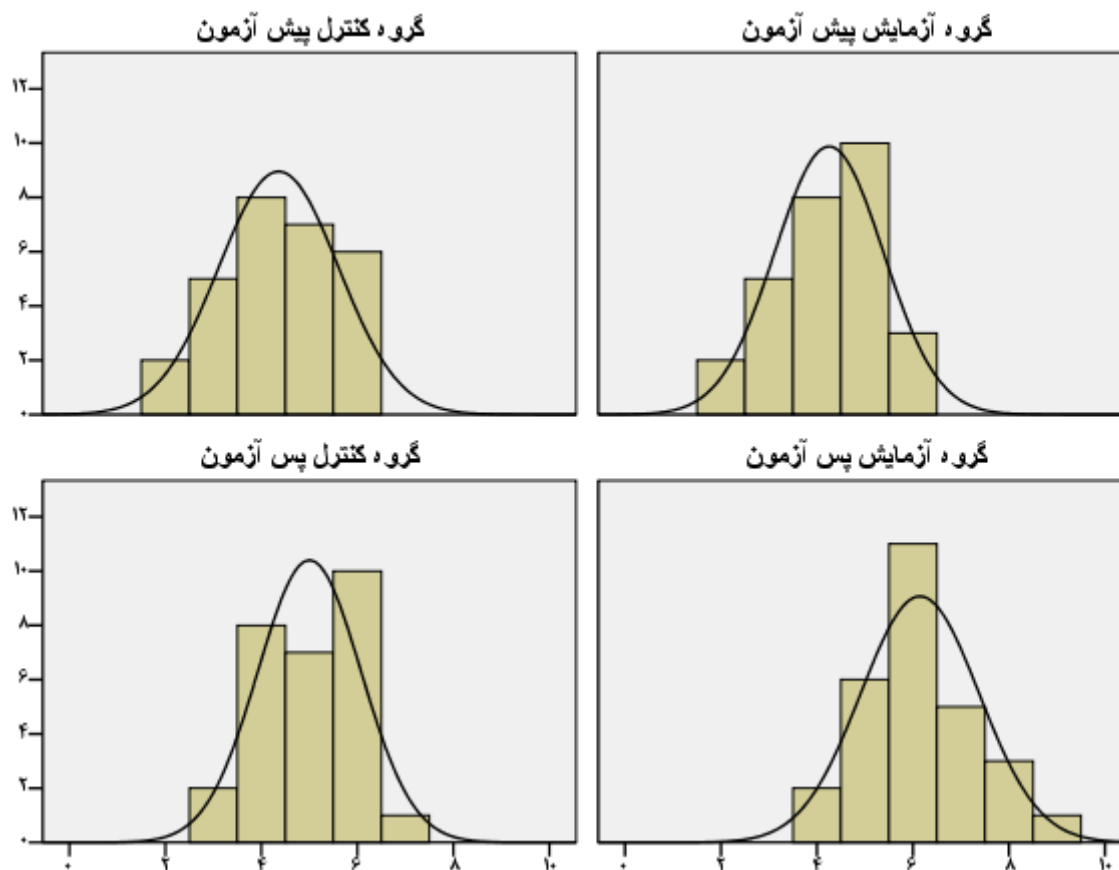
در سنجش مهارت‌های ترسیمی به وضوح مشاهده می‌شود نمرات در پیش‌آزمون دو گروه مشابه هم هست. اما در پس‌آزمون نمرات در گروه آزمایش بیش از ۱.۶ نمره پیشرفت داشته است. در نمودار زیر به صورت گرافیکی نحوه تغییرات قابل مشاهده است.



نمودار ۴-۵: رشد مهارت‌های ترسیمی در گروه‌های کنترل و آزمایش

نمودار فوق نشان می‌دهد استفاده از نرم‌افزارهای هندسه پویا در رشد مهارت‌های ترسیمی تاثیر قابل توجهی داشته است.

در نمودارهای هیستوگرام زیر به شکل دقیق تر می توان نحوه ی تغییرات را ملاحظه کرد



نمودار ۴-ح: هیستوگرام رشد مهارت های ترسیمی در گروه های آزمایش و کنترل

در نمودارهای سمت چپ واضح است که نمرات در پیش آزمون و پس آزمون دارای تغییرات جدی نیستند. اما در گروه آزمایش بدون تغییر در توزیع، میانگین دارای انتقال حدود ۱.۶ نمره افزایش است. این موضوع تاثیر مثبت استفاده از نرم افزار هندسه ی پویا را در رشد مهارت های ترسیمی نشان می دهد.

فرضیه پنجم پژوهش: مهارت‌های کاربردی

آموزش غنی شده به کمک نرم/افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های کاربردی بیش‌تر و موثرتر است.

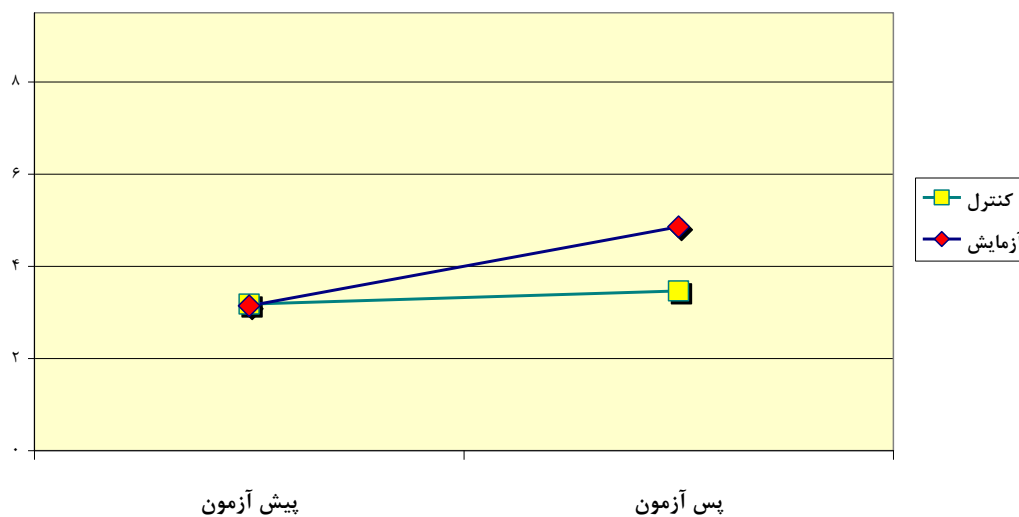
در جدول زیر شاخص‌های توصیفی نمرات به دست آمده در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های کنترل و آزمایش شامل میانگین، حداقل و حداکثر، انحراف استاندارد و واریانس در سنجش مهارت‌های ترسیمی نشان داده شده است.

جدول ۴-۵: شاخص‌های توصیفی مهارت‌های کاربردی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه‌های آزمایش و کنترل

شاخص‌های توصیفی	آزمون	تعداد	میانگین	حداقل	حداکثر	انحراف استاندارد	واریانس
گروه کنترل	پیش‌آزمون	۲۸	۳.۱۸	۲	۶	۱.۰۹	۱.۱۹
	پس‌آزمون	۲۸	۳.۴۶	۲	۶	۰.۹۶	۰.۹۲
گروه آزمایش	پیش‌آزمون	۲۸	۳.۱۴	۱	۵	۱.۰۸	۱.۱۶
	پس‌آزمون	۲۸	۴.۸۶	۲	۸	۱.۴۱	۱.۹۸

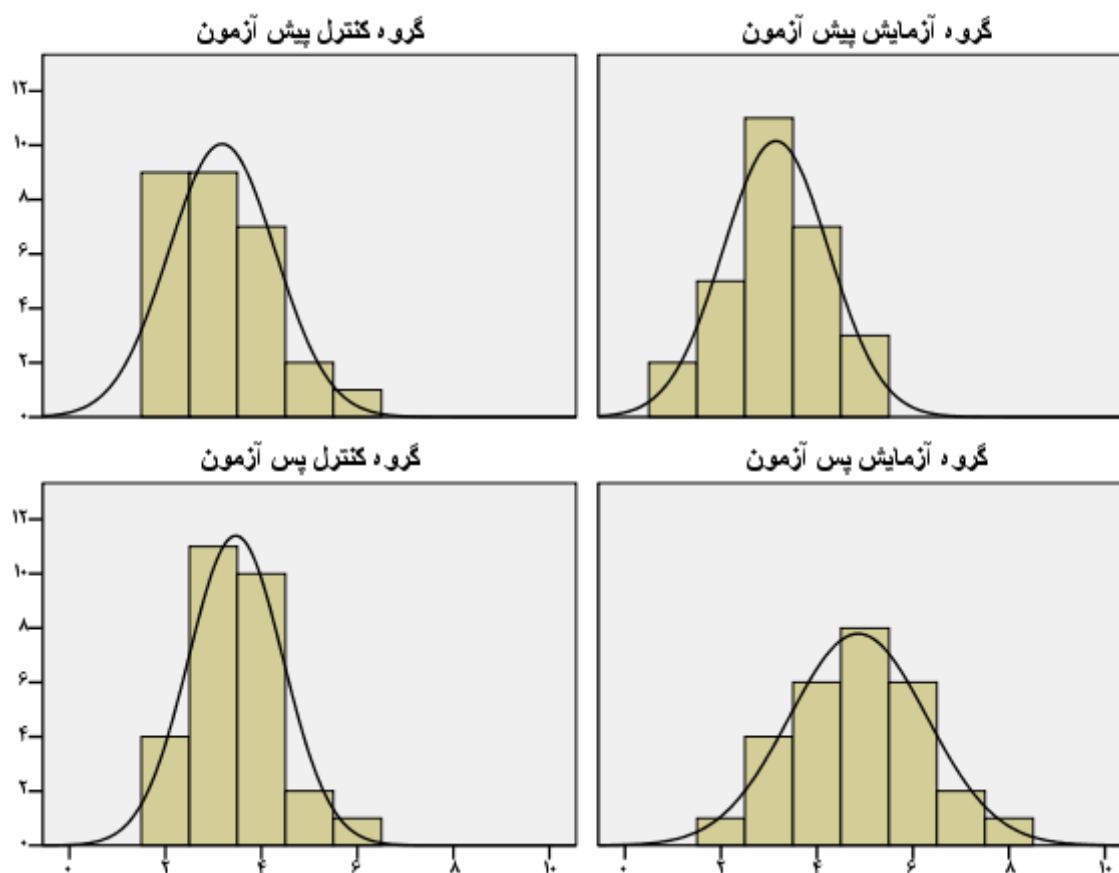
در پیش‌آزمون سنجش مهارت‌های کاربردی نیز تفاوت چندانی بین دانش‌آموزان در دو گروه مشاهده نمی‌شود. اما مطابق آمار فوق میانگین نمرات در گروه آزمایش حداقل ۱.۵ نمره پیشرفت داشته. این درحالی است که نمرات در گروه کنترل تنها ۰.۲۸ نمره پیشرفت داشته است.

نمودار زیر شمایل کلی این تغییرات را نشان می‌دهد.



نمودار ۴-ط: رشد مهارت‌های کاربردی در گروه‌های کنترل و آزمایش

برای بررسی دقیق چگونگی رشد مهارت‌های کاربردی در دو گروه از نمودارهای هیستوگرام زیر استفاده می‌کنیم.



نمودار ۴-ی: هیستوگرام رشد مهارت‌های کاربردی در گروه‌های آزمایش و کنترل

در نمودار سمت چپ مربوط به گروه کنترل رشد کمی در مهارت‌های کاربردی ملاحظه می‌شود. با این توضیح که دانش‌آموزان با نمرات خیلی پائین توانسته‌اند قدری نمره خود را افزایش دهند. اما در نمرات بالا تغییر عمده‌ای مشاهده نمی‌شود.

در نمودارهای سمت راست که مربوط به گروه کنترل می‌شود، ضمن افزایش قابل توجه میانگین در نمرات از پیش‌آزمون به پس‌آزمون، توزیع نسبتاً نرمال شده است.

لذا می‌توان مشاهده کرد، استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در رشد مهارت‌های کاربردی تاثیر بسزایی دارند.

۴.۱.۲ آمار استنباطی

آمار استنباطی به منظور رسیدن به نتیجه‌گیری نهایی بر اساس دقت مورد نظر صورت می‌گیرد. با توجه به طرح تحقیق که شامل ۵ خرده مقیاس با برگزاری پیش‌آزمون و پس‌آزمون بود، مناسب‌ترین آزمون، آزمون MANCOVA می‌باشد. برتری این آزمون نسبت به آزمون‌های دیگر مانند MANOVA در این است که در آزمون منکووا، تاثیر نمرات در پیش‌آزمون در نظر گرفته می‌شود.

به منظور استفاده از آزمون مانکووا، لازم است ۲ فروض اصلی مبنی بر همسانی ماتریس واریانس و کواریانس، و تجانس واریانس‌ها وجود داشته باشد. در ادامه به بررسی وجود این مفروضه‌ها خواهیم پرداخت.

الف) بررسی نرمال بودن چندمتغیری داده‌ها به وسیله‌ی آزمون باکس^۱ صورت گرفت. اگر چه آزمون باکس عملاً برای ماتریس واریانس و کواریانس صورت می‌گیرد. برقراری این ماتریس به طور غیر مستقیم نشان از نرمال بودن چند متغیری می‌باشد. بررسی این آزمون نشان داد که این مفروضه برقرار نیست. با این همه از آن جایی که مهم‌ترین مشکل عدم برقراری این مفروضه افزایش امکان خطای نوع اول است، پائین در نظر گرفتن آلفا این نقیصه را جبران می‌کند. از طرفی آزمون MANCOVA نسبت به این مفروضه به مقدار زیادی مقاوم است.

جدول ۴-و: آزمون باکس برای بررسی وجود همسانی ماتریس واریانس و کواریانس

Sig.	df2	df1	F	Box's M
۰.۰۰۶	۱۱۷۴۰.۷۴	۱۵	۲.۱۴۲	۳۵.۶۹۶

ب) برای تعیین همگونی و تجانس واریانس‌ها نیز از آزمون لوین^۲ استفاده شده است. نتایج به کارگیری این آزمون در جدول زیر آمده است. و نتایج نشان می‌دهد با در نظر گرفتن مناسب مقدار آلفا محدودیتی برای آزمون منکووا وجود ندارد.

جدول ۴-ز: آزمون لوین برای بررسی تجانس واریانس‌ها

Sig.	df2	df1	F	منبع
۰.۰۱۸	۵۴	۱	۵.۹۴۴	پس‌آزمون مهارت‌های منطقی
۰.۰۹۷	۵۴	۱	۲.۸۵۷	پس‌آزمون مهارت‌های دیداری
۰.۶۶	۵۴	۱	۰.۱۹۶	پس‌آزمون مهارت‌های کلامی
۰.۴۶۵	۵۴	۱	۰.۵۴	پس‌آزمون مهارت‌های ترسیمی
۰.۰۱۹	۵۴	۱	۵.۸۲۲	پس‌آزمون مهارت‌های کاربری

^۱ Box

^۲ Levene

با اطمینان از تایید مفروضه‌ها، آزمون MANCOVA اجرا شد. از میان چهار روش مشابه، دو روش ویلک^۱ و هتلینگ^۲ مورد استفاده قرار گرفت. که نتایج آن در جدول زیر ارائه شده است.

جدول ۴-ح: نتایج آزمون MANCOVA به شیوه‌ی ویلک و هتلینگ

اثر	مقدار	فرضیه df	خطای df	F	Sig.
خرده مقیاس‌ها	ویلک	۰.۳۴۲	۵	۴۵	۱۷.۳۰۹
	هتلینگ	۱.۹۲۳	۵	۴۵	۱۷.۳۰۹
پیش‌آزمون مهارت‌های منطقی	ویلک	۰.۷۸۷	۵	۴۵	۲.۴۳۹
	هتلینگ	۰.۲۷۱	۵	۴۵	۲.۴۳۹
پیش‌آزمون مهارت‌های دیداری	ویلک	۰.۷۴۶	۵	۴۵	۳.۰۶۲
	هتلینگ	۰.۳۴	۵	۴۵	۳.۰۶۲
پیش‌آزمون مهارت‌های کلامی	ویلک	۰.۸۳	۵	۴۵	۱.۸۵
	هتلینگ	۰.۲۰۶	۵	۴۵	۱.۸۵
پیش‌آزمون مهارت‌های ترسیمی	ویلک	۰.۳۲۶	۵	۴۵	۱۸.۵۷۱
	هتلینگ	۲.۰۶۳	۵	۴۵	۱۸.۵۷۱
پیش‌آزمون مهارت‌های کاربردی	ویلک	۰.۵۴۷	۵	۴۵	۷.۴۶۲
	هتلینگ	۰.۸۲۹	۵	۴۵	۷.۴۶۲
گروه	ویلک	۰.۲۷	۵	۴۵	۲۴.۳۹۵
	هتلینگ	۲.۷۱۱	۵	۴۵	۲۴.۳۹۵

مقدار F کل در مقایسه‌ی یادگیری مهارت‌های هندسی در گروه‌های کنترل و آزمایش، برابر با ۲۴.۳۹۵ به دست آمده است. بنابر این می‌توان استنباط کرد با اطمینان ۹۹ درصد بین گروه کنترل و آزمایش در یادگیری مهارت‌های هندسی تفاوت معنی‌داری وجود دارد.

همچنین مقدار F به دست آمده در خرده مهارت‌ها برابر با ۱۷.۳۰۹ با اطمینان ۹۹ ($\alpha = 0.01$) بیان‌گر این موضوع است که روند رشد مهارت‌ها در دو گروه آزمایش و کنترل تفاوت معنی‌داری وجود ندارد.

برای بررسی اثر آموزش بر هر یک از مهارت‌ها از نتایج دیگر آزمون در جدول صفحه‌ی بعد استفاده می‌شود.

¹ Wilks' Lambda

² Hotelling's Trace

جدول ۴-ط: نتایج آزمون MANCOVA

منبع	متغیرهای وابسته	مجموع مربعات	درجات آزادی	میانگین مربعات	F	Sig.
پیش_منطقی	پس_منطقی	۹.۷۸۱	۱	۹.۷۸۱	۴.۴۸۶	۰.۰۳۹
	پس_دیداری	۱.۵۲۹	۱	۱.۵۲۹	۱.۸۰۲	۰.۱۸۶
	پس_کلامی	۰.۷۵۶	۱	۰.۷۵۶	۰.۵۳۴	۰.۴۶۸
	پس_ترسیمی	۰.۰۱۳	۱	۰.۰۱۳	۰.۰۳	۰.۸۶۲
	پس_کاربری	۱.۴۱۳	۱	۱.۴۱۳	۱.۷۰۹	۰.۱۹۷
پیش_دیداری	پس_منطقی	۰.۰۲	۱	۰.۰۲	۰.۰۰۹	۰.۹۲۴
	پس_دیداری	۱.۸۰۳	۱	۱.۸۰۳	۲.۱۲۴	۰.۱۵۱
	پس_کلامی	۰.۴۲۱	۱	۰.۴۲۱	۰.۲۹۷	۰.۵۸۸
	پس_ترسیمی	۰.۱۶۶	۱	۰.۱۶۶	۰.۳۹۵	۰.۵۳۳
	پس_کاربری	۱.۳۷۲	۱	۱.۳۷۲	۱.۶۵۹	۰.۲۰۴
پیش_کلامی	پس_منطقی	۰	۱	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۹۹۲
	پس_دیداری	۰.۶۶۳	۱	۰.۶۶۳	۰.۷۸۱	۰.۳۸۱
	پس_کلامی	۴.۲۰۷	۱	۴.۲۰۷	۲.۹۷۱	۰.۰۹۱
	پس_ترسیمی	۰.۰۲۱	۱	۰.۰۲۱	۰.۰۴۹	۰.۸۲۶
	پس_کاربری	۱.۹۹۷	۱	۱.۹۹۷	۲.۴۱۴	۰.۱۲۷
پیش_ترسیمی	پس_منطقی	۲.۱۸۱	۱	۲.۱۸۱	۱	۰.۳۲۲
	پس_دیداری	۰.۰۰۹	۱	۰.۰۰۹	۰.۰۱۱	۰.۹۱۷
	پس_کلامی	۰.۷۶۶	۱	۰.۷۶۶	۰.۵۴۱	۰.۴۶۶
	پس_ترسیمی	۳۹.۰۵۳	۱	۳۹.۰۵۳	۹۲.۷۷۱	۰.۰۰
	پس_کاربری	۰.۱۲	۱	۰.۱۲	۰.۱۴۵	۰.۷۰۵
پیش_کاربردی	پس_منطقی	۰.۶۰۸	۱	۰.۶۰۸	۰.۲۷۹	۰.۶
	پس_دیداری	۰.۶۵	۱	۰.۶۵	۰.۷۶۵	۰.۳۸۶
	پس_کلامی	۰.۵۱۴	۱	۰.۵۱۴	۰.۳۶۳	۰.۵۵
	پس_ترسیمی	۰.۰۵۹	۱	۰.۰۵۹	۰.۱۳۹	۰.۷۱۱
	پس_کاربری	۲۹.۰۲۸	۱	۲۹.۰۲۸	۳۵.۱۰۲	۰.۰۰
گروه	پس_منطقی	۴.۹۰۵	۱	۴.۹۰۵	۲.۲۵	۰.۱۴
	پس_دیداری	۲۴.۷۴۵	۱	۲۴.۷۴۵	۲۹.۱۵	۰.۰۰
	پس_کلامی	۲۷.۴۹	۱	۲۷.۴۹	۱۹.۴۱۱	۰.۰۰
	پس_ترسیمی	۱۷.۷۸	۱	۱۷.۷۸	۴۲.۳۳۷	۰.۰۰
	پس_کاربری	۲۳.۱۱۹	۱	۲۳.۱۱۹	۲۷.۹۵۷	۰.۰۰
خطا	پس_منطقی	۱۰۶.۸۲۹	۴۹	۲.۱۸		
	پس_دیداری	۴۱.۵۹۷	۴۹	۰.۸۴۹		
	پس_کلامی	۶۹.۳۹۵	۴۹	۱.۴۱۶		
	پس_ترسیمی	۲۰.۶۲۷	۴۹	۰.۴۲۱		
	پس_کاربری	۴۰.۵۲۱	۴۹	۰.۸۲۷		
مجموع	پس_منطقی	۷۲۳	۵۶			
	پس_دیداری	۳۵۵۵	۵۶			
	پس_کلامی	۲۶۲۴	۵۶			
	پس_ترسیمی	۱۸۴۵	۵۶			
	پس_کاربری	۱۰۷۵	۵۶			
مجموع تصحیح شده	پس_منطقی	۱۳۷.۹۸۲	۵۵			
	پس_دیداری	۱۱۳.۵۵۴	۵۵			
	پس_کلامی	۱۲۶.۲۱۴	۵۵			
	پس_ترسیمی	۹۵.۵۵۴	۵۵			
	پس_کاربری	۱۰۵.۵۵۴	۵۵			

میانگین‌های اصلاح شده

در جدول زیر میانگین‌های اصلاح شده در دو گروه در هر یک از مهارت‌ها محاسبه شده است.

جدول ۴-ی: میانگین‌های تصحیح شده

متغیرهای وابسته		گروه	حدود اطمینان ۹۵ درصد	
			میانگین	خطای استاندارد
س_منطقی	گروه کنترل	۲.۸۷۶	۰.۳۰۹	کرانه پائین
	گروه آزمایش	۳.۵۸۸	۰.۳۰۹	کرانه بالا
س_دیداری	گروه کنترل	۷.۰۴۰	۰.۱۹۳	کرانه پائین
	گروه آزمایش	۸.۶۳۹	۰.۱۹۳	کرانه بالا
س_کلامی	گروه کنترل	۵.۸۳۶	۰.۲۴۹	کرانه پائین
	گروه آزمایش	۷.۵۲۱	۰.۲۴۹	کرانه بالا
س_ترسیمی	گروه کنترل	۴.۹۱۲	۰.۱۳۶	کرانه پائین
	گروه آزمایش	۶.۲۶۷	۰.۱۳۶	کرانه بالا
س_کاربری	گروه کنترل	۳.۳۸۸	۰.۱۹	کرانه پائین
	گروه آزمایش	۴.۹۳۳	۰.۱۹	کرانه بالا

نمودار زیر بر اساس میانگین‌های اصلاح شده و میزان تفاوت در گروه‌های کنترل و آزمایش نسبت به هر یک از

مهارت‌ها را نشان می‌دهد:



نمودار ۴-ک: مقایسه میانگین‌های تصحیح شده مهارت‌های هندسی در دو گروه کنترل و آزمایش

آزمون‌های تعقیبی

برای بررسی آزمون‌های تعقیبی و معنی‌دار بودن تفاوت در هر یک از خرده متغیرها از ANCOVA استفاده شد.

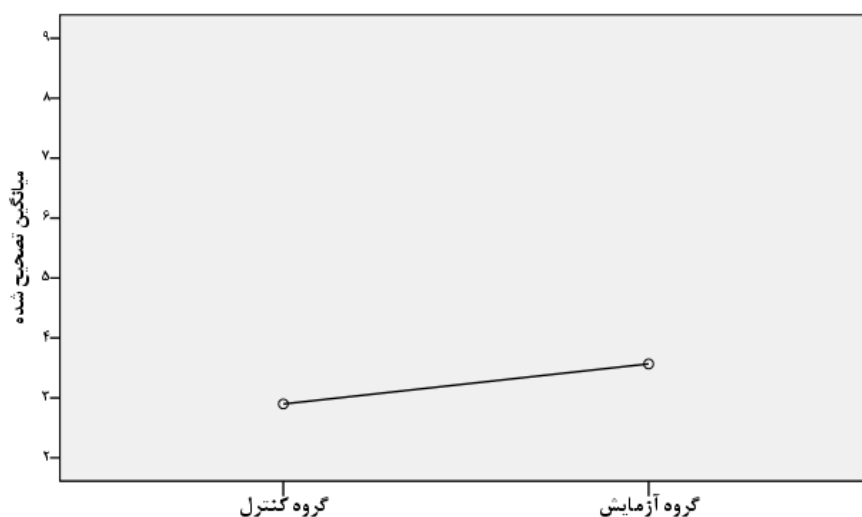
فرضیه اول پژوهش: مهارت‌های منطقی

جدول زیر نتایج آزمون آنکوا را برای بررسی اثر بخشی آموزش بر تقویت مهارت‌های منطقی را نشان می‌دهد:

جدول ۴-ک: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های منطقی

منبع	مجموع مربعات (SS)	df	میانگین مربعات (MS)	F	P
پیش‌آزمون مهارت‌های منطقی	۲۲.۹۳۳	۱	۲۲.۹۳۳	۱۰.۹۴۷	۰.۰۰۲
گروه	۶.۱۷۸	۱	۶.۱۷۸	۲.۹۴۹	۰.۰۹۲
خطا	۱۱۱.۰۳۲	۵۳	۲.۰۹۵		
مجموع	۷۲۳	۵۶			
مجموع تصحیح شده	۱۳۷.۹۸۲	۵۵			

با مقدار F برابر با ۲.۹۴۹ با اطمینان ۹۹٪ ($\alpha = ۰.۰۱$) می‌توان استنباط کرد بین یادگیری مهارت‌های منطقی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود ندارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی فرضیه‌ی اول پژوهش رد می‌شود.



نمودار ۴-ل: مقایسه رشد مهارت‌های منطقی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در ANCOVA

بنابر این استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر رشد مهارت‌های منطقی تاثیر معنی‌داری ندارد.

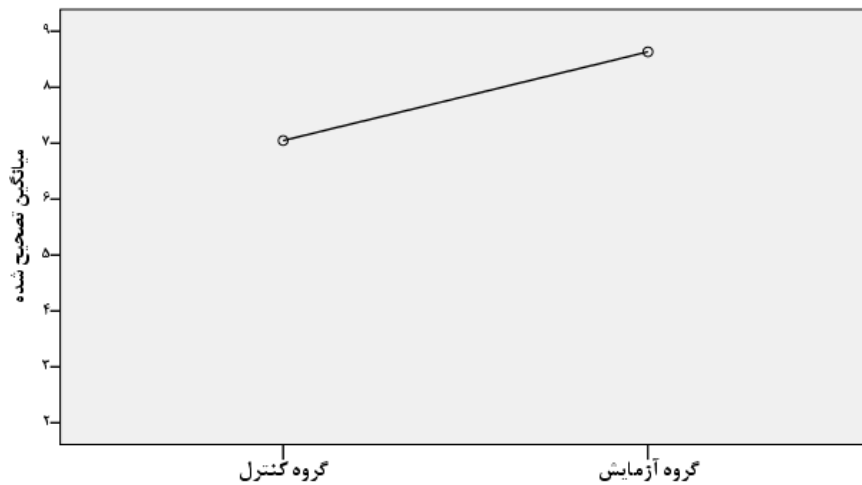
فرضیه دوم پژوهش: مهارت‌های دیداری

جدول زیر نتایج آزمون آنکوا را برای بررسی اثر بخشی آموزش بر تقویت مهارت‌های دیداری را نشان می‌دهد:

جدول ۴-ل: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های دیداری

منبع	مجموع مربعات (SS)	df	میانگین مربعات (MS)	F	P
پیش‌آزمون مهارت‌های دیداری	۱۱.۵۰۹	۱	۱۱.۵۰۹	۱۳.۸۵۵	۰.۰۰
گروه	۲۸.۳۶	۱	۲۸.۳۶	۳۴.۱۴۱	۰.۰۰
خطا	۴۴.۰۲۷	۵۳	۰.۸۳۱		
مجموع	۳۵۵۵	۵۶			
مجموع تصحیح شده	۱۱۳.۵۵۴	۵۵			

با مقدار F برابر با ۳۴.۱۴۱ با اطمینان ۹۹٪ ($\alpha = ۰.۰۱$) می‌توان استنباط کرد بین یادگیری مهارت‌های دیداری گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۲ پژوهش تایید می‌شود.



نمودار ۴-م: مقایسه رشد مهارت‌های دیداری بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA

لذا بر اساس آمار کمی به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های دیداری بیش‌تر و موثرتر است.

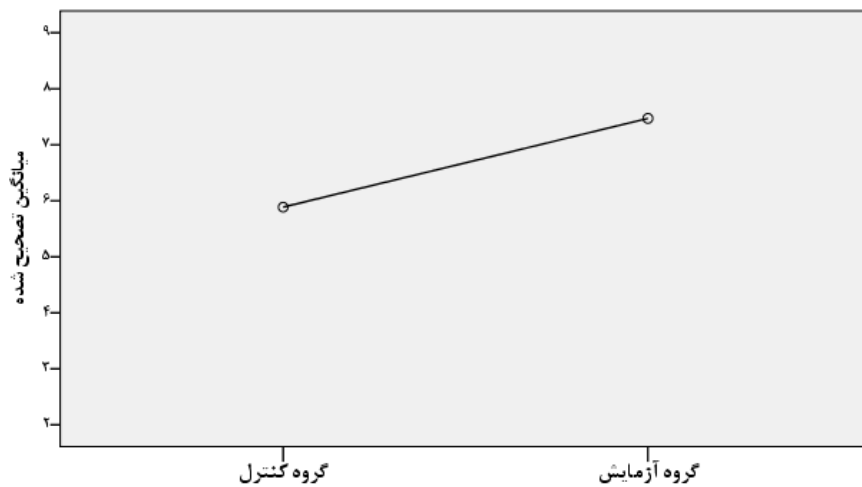
فرضیه سوم پژوهش: مهارت‌های کلامی

جدول زیر نتایج آزمون آنکوا را برای بررسی اثر بخشی آموزش بر تقویت مهارت‌های کلامی را نشان می‌دهد:

جدول ۴-م: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های کلامی

منبع	مجموع مربعات (SS)	درجات آزادی (df)	میانگین مربعات (MS)	F	P
پیش‌آزمون مهارت‌های کلامی	۱۲.۷۷۵	۱	۱۲.۷۷۵	۹.۳۶۵	۰.۰۰۳
گروه	۳۴.۵۰۱	۱	۳۴.۵۰۱	۲۵.۲۹۲	۰.۰۰۰
خطا	۷۲.۲۹۷	۵۳	۱.۳۶۴		
مجموع	۲۶۲۴	۵۶			
مجموع تصحیح شده	۱۲۶.۲۱۴	۵۵			

با مقدار F برابر با ۲۵.۲۹۲ با اطمینان ۹۹٪ ($\alpha = ۰.۰۱$) می‌توان استنباط کرد بین یادگیری مهارت‌های کلامی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۳ پژوهش تایید می‌شود.



نمودار ۴-ن: مقایسه رشد مهارت‌های کلامی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA

لذا بر اساس آمار کمی به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های کلامی بیش‌تر و موثرتر است.

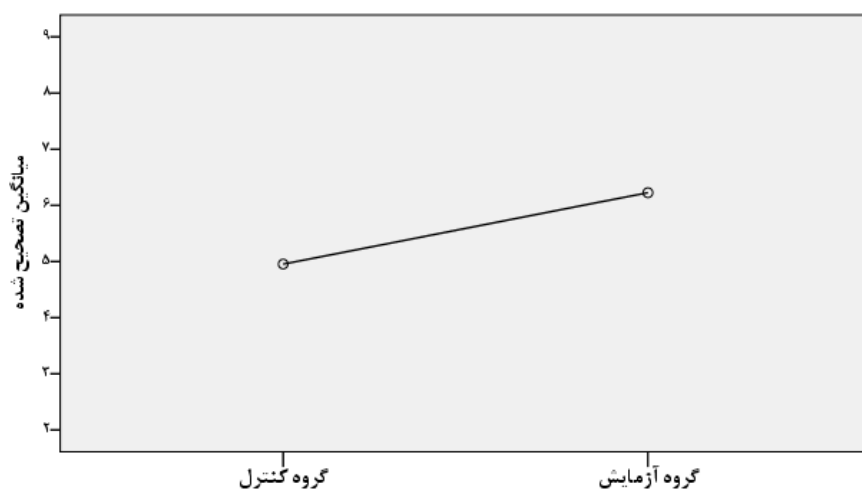
فرضیه چهارم پژوهش: مهارت‌های ترسیمی

جدول زیر نتایج آزمون آنکوا را برای بررسی اثر بخشی آموزش بر تقویت مهارت‌های ترسیمی را نشان می‌دهد:

جدول ۴-ن: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های ترسیمی

منبع	مجموع مربعات (SS)	درجات آزادی (df)	میانگین مربعات (MS)	F	P
پیش‌آزمون مهارت‌های ترسیمی	۵۵.۱۵۹	۱	۵۵.۱۵۹	۱۳۹.۵۵۹	۰.۰۰
گروه	۲۲.۵۷۷	۱	۲۲.۵۷۷	۵۷.۱۲۱	۰.۰۰
خطا	۲۰.۹۴۸	۵۳	۰.۳۹۵		
مجموع	۱۸۴۵	۵۶			
مجموع تصحیح شده	۹۵.۵۵۴	۵۵			

با مقدار F برابر با ۵۷.۱۲۱ با اطمینان ۹۹٪ ($\alpha = ۰.۰۱$) می‌توان استنباط کرد بین یادگیری مهارت‌های ترسیمی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۴ پژوهش تایید می‌شود.



نمودار ۴-۳: مقایسه رشد مهارت‌های ترسیمی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA

لذا بر اساس آمار کمی به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های ترسیمی بیش‌تر و موثرتر است.

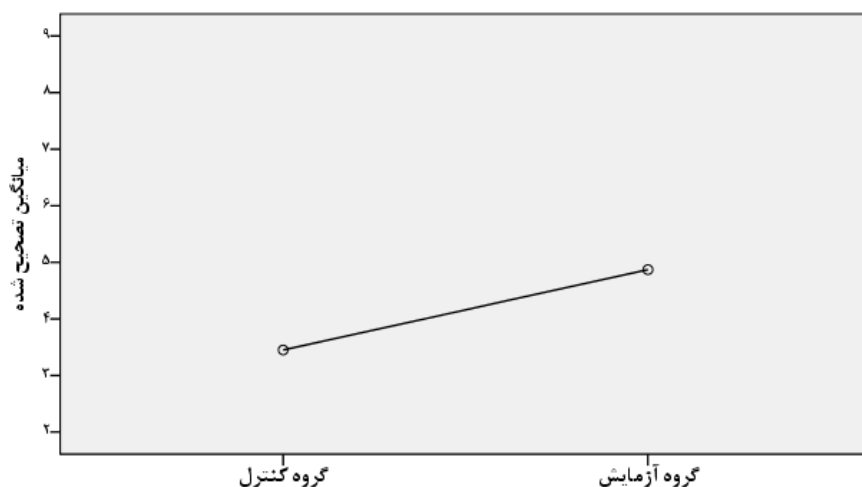
فرضیه پنجم پژوهش: مهارت‌های کاربردی

جدول زیر نتایج آزمون آنکوا را برای بررسی اثر بخشی آموزش بر تقویت مهارت‌های کاربردی را نشان می‌دهد:

جدول ۴-س: تحلیل آماری آزمون ANOCVA در مهارت‌های کاربردی

منبع	مجموع مربعات (SS)	df	میانگین مربعات (MS)	F	P
پیش‌آزمون مهارت‌های کاربردی	۳۵.۱۳۹	۱	۳۵.۱۳۹	۴۳.۰۵۶	۰.۰۰۰
گروه	۲۸.۱۹۸	۱	۲۸.۱۹۸	۳۴.۵۵۲	۰.۰۰۰
خطا	۴۳.۲۵۴	۵۳	۰.۸۱۶		
مجموع	۱۰۷۵	۵۶			
مجموع تصحیح شده	۱۰۵.۵۵۴	۵۵			

با مقدار F برابر با ۳۴.۵۵۲ با اطمینان ۹۹٪ ($\alpha = ۰.۰۱$) می‌توان استنباط کرد بین یادگیری مهارت‌های کاربردی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۴ پژوهش تایید می‌شود.



نمودار ۴-ع: مقایسه رشد مهارت‌های منطقی بر اساس میانگین‌های تصحیح شده در آزمون ANCOVA

لذا بر اساس آمار کمی به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های کاربردی بیش‌تر و موثرتر است.

۴.۲ تجزیه و تحلیل کیفی داده‌ها

در این بخش به بررسی مشاهدات و مستندات به دست آمده حین اجرای پژوهش پرداخته می‌شود. هدف اصلی این بخش تکمیل نتایج به دست آمده کمی در بخش قبل می‌باشد. در تجزیه و تحلیل کیفی هر یک روش‌های جمع‌آوری داده‌ها مطرح و اطلاعات آن‌ها ارائه می‌گردد. ابزارهای اندازه‌گیری و جمع‌آوری داده‌ها شامل صداها و فیلم‌های ضبط شده، مصاحبه‌ها و یادداشت‌های پژوهش‌گر و همکار وی است.

اطلاعات به دست آمده در قالب مشاهده‌ها، یادداشت‌ها، نظرسنجی و مصاحبه مطرح و مورد تحلیل قرار می‌گیرند. و در نهایت با تلفیق یافته‌های کمی در فصل پنجم نتیجه‌گیری به تفکیک هر یک از سوالات پژوهش مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

این بخش از بررسی‌ها صرفاً در گروه آزمایش انجام بر اساس شیوه‌ی مطالعه‌ی موردی^۱، مصاحبه‌های عمیق و مشاهدات گسترده از روش‌های تحقیق کیفی، انجام پذیرفت. در جمع‌آوری داده‌های کیفی به منظور برآورد جامع از تاثیرات استفاده از نرم‌افزار واکنش‌های عاطفی و انگیزشی دانش‌آموزان نیز مورد توجه قرار گرفت. این داده‌ها به کمک روش واقعه نگاری مستندسازی شد.

¹ Case Study

۴.۲.۱ بررسی چگونگی رشد مهارت‌های منطقی

دانش‌آموزان در دوره‌ی آموزشی به شکل‌های گوناگون فعالیت‌هایی را برای رشد مهارت‌های منطقی خود انجام می‌داند. پژوهش‌گر مشاهدات خود به صورت یادداشت با نظرات دانش‌آموزان تلفیق کرده است. سپس اقدام به تحلیل و تفسیر یک از وقایع پرداخته است، که شرح آن به صورت زیر است:

نظرسنجی

در نظرسنجی انجام شده مواردی به چشم می‌خورد که دانش‌آموزان در شرایط کاملاً عادی نظر صریح خود را از تجربه‌ای که داشته‌اند بیان می‌کردند. دو مورد زیر از این جمله‌اند:

نظری کمک کرد که ذهنم منطقی شود.

بیان صریح دانش‌آموز نشان می‌دهد وی تجاربی واقعی از منطقی شدن ذهن خود را به دست آورده است.

عبداللہی علت این‌که چرا این دو مثلث با هم مساوی است، در نرم‌افزار کشف شد.

مقصود دانش‌آموز این است که او در محیط نرم‌افزار تساوی مثلث‌ها را تجربه کرد.

مصاحبه

در مصاحبه‌ی صورت گرفته با دانش‌آموزان، آن‌ها به طور شفاف و راحت نظر خود را ابراز می‌کردند. در زیر به یک مورد اشاره شده است:

محقق آیا استفاده از نرم‌افزار در تقویت منطق، استدلال و اثبات کردن تاثیر داشته؟

قاسمی چون ما در نرم‌افزار می‌توانیم شکل‌ها رو تغییر دهیم خواسته‌هایمان در مسائل را می‌دیدیم. مثلاً در مثلث متساوی‌الساقین که باید دو ضلع مجاور برابر باشند، چون در نرم‌افزار می‌تونستیم تغییر دهیم اثبات آن برامون راحت‌تر بود نسبت به کاغذ.

درک شهودی دانش‌آموزان از مسائل و قانع شدن آن‌ها از درستی مسئله، موضوع اثبات را برای دانش‌آموزان را قابل فهم می‌کند. امکان تعامل با نرم‌افزار ارتباط دانش‌آموزان با مسائل را نیز بهبود می‌بخشید.

تأثیر متقابل مهارت‌ها

در جریان یادگیری با نرم‌افزار پژوهش‌گر متوجه شد، یادگیری هر یک مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان به دیگر مهارت‌ها مرتبط است. و هم بر دیگر مهارت‌ها تأثیر می‌گذارد و هم متأثر از آن‌هاست. برای نمونه مورد زیر از دانش‌آموز سوال شد.

۸۷/۱۱/۱۰ پیاده‌سازی شکل‌های هندسی ترکیبی، ذهن دانش‌آموزان را بسیار به خود مشغول می‌کرد. و در موارد بسیار آن‌ها برای کشیدن شکل لازم بود الگوریتمی را در نظر داشته باشند و از ابتدا فکر کرده عمل کنند.

این اتفاق حاکی از آن است که دانش‌آموزان برای انجام امور ترکیبی در ترسیم نیاز به رفتن به سطوح تفکر بالاتر در مدل ون‌هیله دارند.

محقق تا حالا شده شکلی رو ترسیم کنی و در حین آن از آن الهام بگیری برای این که آن را اثبات کنی؟

مشایخی‌راد بله من در ترسیم از نیم‌ساز استفاده کرده بودم و برای اثبات نیز از آن استفاده کنم.

تفسیر می‌توان نتیجه گرفته مراحل صحیح ترسیم یک شکل با اثبات آن می‌تواند در ارتباط باشد. لذا دانش‌آموزی که مهارت‌های ترسیمی خود را افزایش داده می‌تواند از آن برای رشد مهارت‌های منطقی نیز کمک بگیرد.

همچنین این تأثیر را می‌توان در ارتباط با مهارت‌های دیداری مشاهده کرد:

۸۷/۱۲/۱۵ در کلاس درس عادی دانش‌آموزی در حل مسائل پارامتری دچار مشکل شدند. معلم آن‌ها را به ارائه مثال هدایت کرد. و دانش‌آموزان با ارائه چند مثال دیداری به رابطه دست پیدا می‌کردند.

تخصیص یک رابطه عمومی و حل شدن حالت خاص مسئله، ارائه چند مثال دیگر و تعمیم کلی رابطه مراحل درک صحیح یک مسئله ریاضی است. استفاده از تخصیص و تقویت CA موجب فهم دانش‌آموز شد. این فرآیند در نرم افزارهای هندسه‌ی پویا تسهیل می‌شود. ارتباط مهارت‌های هندسی در جهت تقویت متقابل در فصل پنجم مورد بررسی بیشتر قرار می‌گیرد.

موارد فوق نمونه‌هایی از تأثیر گذاری استفاده از نرم‌افزارهای هندیه‌ی پویا بر مهارت‌های منطقی است.

۴.۲.۲ فرضیه دوم پژوهش: مهارت‌های دیداری

بازنمایی تصویری

مطابق مشاهدات ثبت شده، در بسیاری موارد که تمرین انجام شده در کلاس درس عادی در کارگاه مجدد انجام می‌شد و یا برعکس. دانش‌آموزان حضور ذهن نسبتاً خوبی از مسئله داشتند. طوری که مثلاً در کلاس درس عادی مراحل رسم در محیط نرم‌افزار را با دقت و با بیان کردن ابزارهای مورد استفاده قرار گرفته بر اساس تجسمی قوی مطرح می‌کردند. این موضوع آن‌قدر واضح و موثر بود که جزء یکی از برنامه‌های عادی کلاس مرور کارهای انجام شده در کلاس دیگر بود.

۸۷/۱۰/۱۲ بیشتر دانش‌آموزان در تطبیق فعالیت خود در کلاس درس و کارگاه رایانه و تجسم کارهایی که انجام داده بودند بدون آن که بخواهند چیزی را تعمداً حفظ کنند، تسلط کافی داشتند.

که این امر به صورت تعمدی توسط معلم انجام می‌گرفت و تاثیرات آموزشی فوق‌العاده خوبی در پی داشت. دانش‌آموزان در کلاس سنتی برای یادآوری فعالیت‌های خود در کارگاه از بازنمایی تصویری یا تجسمی برونر استفاده می‌کردند. به علت درگیری با شکل در محیط نرم‌افزار این بازنمایی از کیفیت فوق‌العاده خوبی برخوردار شده است.

حالت فلو

درگیر شدن دانش‌آموزان در کار با مسئله ارائه شده، به کرات در فرآیند آموزش مشاهده شد. نمونه‌ی زیر یکی از آن‌هاست:

۸۷/۱۰/۲۶ گاهی مشاهده می‌شود دانش‌آموزان زمان بسیاری تنها بر یک مسئله غور می‌کنند و به راستی مدت زمان گذشتن زمان را از دست می‌دهند.

تفسیر از دست رفتن زمان همان وضعیت فلو محسوب می‌شود. این امر موجب عمیق‌تر شدن تجارب یادگیری است.

مصاحبه

در گفتگویی با دانش‌آموزان میزان تاثیرگذاری بر تجسم که کی از مهارت‌های دیداری است پرسیده شد:

محقق آیا استفاده از نرم‌افزار در تجسم تاثیری داشته؟ آیا باعث شده تجسمت قوی بشه؟

نظری	ذهنم این جوری شده که وقتی یک چیزی رو در ذهنم تکان می‌دهم احساس می‌کنم یک جزء دیگه قفله و نمی‌شه تکان داد یا یک چیز دیگه را تکان می‌دهم اون یکی هم تکان می‌خوره. ذهنم این جوری شده.
تفسیر	فرآیندهای طبیعی تفکر در اثر تکرار فعالیت در محیط‌های دینامیکی از لحاظ منطقی رشد پیدا کرده است. جالب است که دانش‌آموز هم به لحاظ تجسمی رشد چشم‌گیری کرده و هم به لحاظ منطقی. مطابق نظریات یونگ تقویت هر یک از مهارت‌های منطقی بر مهارت‌های شهودی موثر است.
همچنین مورد زیر جزء سوالات پژوهش‌گر در مصاحبه بود:	
محقق	می‌تونی دینامیک شکلی رو که در کاغذ می‌بینی رو تجسم کنی؟
نظری	بله. در شکل داده شده اول شکل رو در ذهنم ثابت نگه داشتم بعد رأسش رو کم کردم. بعد دیدم قاعده بزرگ میشه. بعد اون رو هم کم کردم. طوری که ارتفاع عمود بر ساق رو بتونم ثابت نگه دارم.
تفسیر	تمرین تجسم فعالیت انجام شده در تقویت قوای بازنمایی تصویری تاثیر مثبت دارد.
پژوهش‌گر در حین یادگیری دانش‌آموزان متوجه شد گاهی ذهن تجسمی دانش‌آموزان از نرم‌افزار پیشی می‌گیرد. در سوالاتی این موضوع روشن گردید:	
محقق	آیا نمی‌شد این رو در نرم‌افزار انجام بدی؟
نظری	نتونستم. چون قاعده را نمی‌تونستم تنظیم کنم. اما در ذهنم تونستم.
تفسیر	گاهی فضاها و فیزیکی و حتی مجازی مانند نرم‌افزار دارای محدودیت‌هایی هستند که نمی‌توانند مانند ذهن موضوعات را تجسم کنند.
در سوالاتی دیگر محقق به بررسی تفاوت‌های ایجاد شده در ساختار ذهنی دانش‌آموزان می‌پردازد.	
محقق	تو چه تجربه‌ای در تجسم و مشاهده داشتی؟
مشایخی‌راد وقتی یک شکل رو در ذهن چند بار تکان می‌دادم باعث می‌شد در ذهنم تداعی بشه و بعد که می‌خواستم شکل رو تغییر بدم می‌فهمیدم که باید چه کاری انجام بدم.	
تفسیر	تمرین تجسم موجب شده است دانش‌آموز قبل از انجام عمل مراحل را تجسم کند.
موارد فوق همگی ناشی از موثر بودن فوق‌العاده استفاده از نرم‌افزار در تقویت مهارت‌های دیداری است.	

۴.۲.۳ فرضیه سوم پژوهش: مهارت‌های کلامی

لزوم توصیف

پیش از شروع آموزش دانش‌آموزان توجه خواصی به نوشتن نداشتند و لزومی هم به توضیح و توصیف در موضوع ترسیم نمیدیدند. در یادداشت زیر به این مورد اشاره شده است:

۸۷/۷/۱۸ دانش‌آموزان در کلاس عادی در رسم مثلث بدون استثناء هیچ توضیحی ننوشتند.

در ابتدای سال دانش‌آموزان ضرورتی به بیان مراحل ترسیم احساس نمی‌کنند. چرا که هنوز با ساختار علم و ارتباط آن با نوشتار، کلام و منطق آشنا نشده‌اند.

پژوهش‌گر برای بررسی اثر به کارگیری نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر رشد مهارت‌های کلامی، صراحتاً از دانش‌آموزان سوال کرد:

محقق آیا استفاده از نرم‌افزار در مهارت حرف زدن، توضیح دادن، به کارگیری درست ابزار و اصطلاحات و تلفظ درست اصطلاحات تاثیر دارد؟

مشایخی‌راد دانش‌آموزان در این محیط با اشکال به طور دقیق آشنا می‌شوند. و فهم درستی از اشکال پیدا می‌کنند.

تفسیر یادگیری اصطلاحات به صورت ناخودآگاه با تعدد استفاده از اشکال هندسی و ضرورت پیدا کردن ابزارها متناظر با نام مورد نظر موجب یادگیری اصطلاحات و به کارگیری کلامی آن‌ها می‌شود.

همچنین در سوالات دیگر به موضوع پرداخته شد:

محقق آیا کسی که با نرم‌افزار کار کرده است می‌تواند در کلاس بهتر توضیح دهد؟

مشایخی‌راد نرم‌افزار باعث می‌شود ما منطقی باشیم و نمی‌توانیم هر کاری را انجام دهیم. می‌فهمیم که مثلاً متوازی‌الاضلاع دقیقاً چی هست؟ در گفتمان نیز تاثیر دارد. چون مراحل در ذهن آدم حک می‌شه.

تفسیر ذهن منطقی شده، بازنمایی تصویری با کیفیت خوب زمینه را برای به کارگیری کلامی مفاهیم در محیط نرم‌افزاری به ویژه در فعالیت‌های گروهی را فراهم می‌آورد.

محقق امسال که با نرم‌افزار کار کردید راجع به مفاهیم بیشتر حرف زدید یا کمتر؟

مشایخی‌راد بیشتر حرف زدیم. موقعیت‌های حرف زدن بیشتر می‌شد.

تفسیر در کارگاه رایانه دانش‌آموزان در همه لحظات مشغول انجام ترسیم و گفتگو پیرامون آن هستند و این موجب تقویت مهارت‌های کلامی می‌شود.

تأثیر متقابل

همانند موارد قبل پژوهش‌گر در این مهارت نیز متوجه نوعی ارتباط متقابل بین مهارت‌های یادگیری شد. در زیر به چند نمونه اشاره می‌شود:

محقق این که بیشتر حرف زدید در اثبات بهتر تأثیر داشت؟

مشایخی‌راد وقتی بیشتر حرف می‌زدیم درکم از مسئله بیشتر می‌شد. برای این که مثلاً در کارگروهی با بیشتر حرف زدن بهتر می‌فهمیم.

تفسیر توسعه مهارت‌های کلامی موجب درک بهتر از مسئله می‌شود. و بالا رفتن درک، اثبات را راحت‌تر می‌کند.

همچنین هنگامی که یکی از دانش‌آموز متوجه روال اثبات برای مسئله‌ای نشده بود، معلم از او می‌خواهد آنچه را که از مسئله می‌داند بی‌تکلف بیان کند. دانش‌آموز کل مسئله را بیان می‌کند و بعد با تطبیق راه حل می‌بیند هر آن چه گفته با نوشته جبری مطابقت دارد.

تفسیر گویی بیان، به او کمک می‌کند با مفهوم عجین شود، عبارات جبری زبانی جدید برای دانش‌آموز محسوب می‌شود. او هنگامی که بیان خود را که بارها و بارها توانسته تکرار کند در مجاورت زبان جدید قرار می‌دهد با تکرار با زبان جدید ارتباط برقرار می‌کند.

البته این تمرین می‌بایست در نهایت ظرافت صورت گیرد. طوری که برای دانش‌آموز خیلی سخت نباشد که نتواند به پایان خوش این تطبیق برسد.

موارد فوق حاکی از تأثیرگذاری حضور دانش‌آموزان در محیط‌های نرم‌افزاری بر رشد مهارت‌های کلامی است.

۴.۲.۴ فرضیه چهارم پژوهش: مهارت‌های ترسیمی

پژوهش‌گر در مراحل نخست کار دانش‌آموزان با نرم‌افزار متوجه شد دانش‌آموزان در تغییر محیط ترسیمی بازخوردهایی از خود نشان می‌دهند. از آن جمله موارد زیر ثبت گردیده است.

۸۷/۷/۲۵ دانش‌آموزان برای رسم مثلث از کمان استفاده می‌کردند، اما بعد متوجه شدند که دایره‌ی کامل راحت‌تر این کار را انجام می‌دهد.

تفسیر: در محیط‌های سنتی، ابزار ترسیم پرگار بوده و به طور عادی به دلیل عدم ضرورت دانش‌آموزان از کشیدن کل دایره پرهیز می‌کردند. اما در محیط‌های نرم‌افزاری دیگر این محدودیت‌ها وجود ندارد.

۸۷/۷/۲۵ دانش‌آموزان در ابتدای کار با نرم‌افزار، قیدهای اضافی به مسئله وارد می‌کردند.
تفسیر: ورود دانش‌آموزان به حوزه‌ی پویا شرایط جدیدی را برای عدم وابستگی به قیود اضافه فراهم کرده است که این امر به تدریج اتفاق می‌افتد.

ارزشیابی:

پژوهش‌گر حین فرآیندهای یادگیری متوجه شد، شیوه‌های ارزشیابی تفاوت‌هایی با شیوه‌های سنتی دارد. یادداشت‌های زیر گویای این مطلب هستند.

۸۷/۸/۹ دانش‌آموزان مدت قابل توجهی را برای ترسیم شکل‌ها صرف می‌کردند اما معلم به راحتی می‌توانست با تکان دادن نقاط از درستی ترسیم مطلع شود.

۸۷/۸/۹ دانش‌آموزان در ابتدای کار با نرم‌افزار به جای ترسیم، اشکال را با استفاده از خطوط ساده می‌کشیدند. بعد از این که توسط معلم یا خودشان نقاطی از شکل جابجا می‌شد و ترکیب شکل از بین می‌رفت، متوجه اشتباه خود می‌شدند.

تقویت متقابل

پژوهش‌گر برای بررسی بیشتر نحوه‌ی تاثیر گذاری سوالاتی را از دانش‌آموزان در غالب مصاحبه پرسید:

محقق استفاده از نرم‌افزار چه تاثیری در بهتر شدن ترسیم در کاغذ تاثیری دارد؟
نظری چون در نرم‌افزار محدودیت‌هایی وجود دارد و رسم در این محیط باید منطقی باشد. بنابراین این در کاغذ هم باید ترسیم را منطقی انجام داد.
تفسیر این موضوع نمونه‌ای دیگر از تقویت متقابل مهارت‌های ترسیمی و منطقی است.

همچنین مهارت‌های ترسیمی دانش‌آموزان با یادگیری نمادها تقویت شد که نمونه‌ی زیر حاکی از این مطلب است.

۸۷/۱۰/۱۲ اغلب دانش‌آموزان برای انتخاب ابزارها با نمادهایی که در این خصوص وجود دارد، بدون وقفه

ارتباط برقرار کرده و ابزار مورد نظر را انتخاب می‌کنند

تفسیر این موضوع نمونه‌ای از تقویت متقابل مهارت‌های ترسیمی و کلامی است.

انگیزش

محقق برای بررسی انگیزه‌ی دانش‌آموزان در این حوزه نیز سوالی را مطرح نمود:

محقق آیا شده خودت خارج از برنامه تکالیف، خودت با برنامه کار کرده باشی؟

نظری بله، برای کشیدن رسم‌ها با برنامه کار می‌کردم.

نظری این موضوع نشان از علاقه و تمایل دانش‌آموزان در استفاده از نرم‌افزار به صورت غیر اجباری

است.

موارد فوق همگی حاکی از موثر بودن استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر یادگیری مهارت‌های ترسیمی

است.

۴.۲.۵ فرضیه پنجم پژوهش: مهارت‌های کاربردی

در ابتدای سال تحصیلی با بررسی نتایج پیش‌آزمون مشاهده شد، هنگامی که از دانش‌آموزان در مورد کاربرد هندسه سوال می‌شود، آن‌ها اغلب فکر می‌کردند کاربردهای هندسه شامل موارد زیر می‌شود:

- بعداً کاربرد دارد.
- در دانشگاه کاربرد دارد.
- می‌توانیم در چیدن اتاقمان از هندسه کمک بگیریم.
- کاربرد چندانی در زندگی الان ما ندارد.

فهم دانش‌آموزان از هندسه کلی و مبهم بود و دقیقاً نمی‌دانستند هندسه در زندگی امروز و آینده آن‌ها چه کاربردی دارد. آن‌ها حتی به وسایل ساخته شده در زندگی روزمره که با اصول هندسی ساخته شده و آن‌ها درس آن را خوانده بودند تا کنون توجه نکرده بودند.

مصاحبه

در پایان دوره‌ی آموزشی پژوهش‌گر برای بررسی کیفی تأثیرات استفاده از نرم‌افزار سوالات زیر را در قالب مصاحبه مطرح نمود:

محقق	آیا جایی را دیدی که در آن از مفهوم دینامیک استفاده شود؟
قاسمی	در بعضی وسایل ورزشی در پارک‌ها و یا ماشین‌هایی که در زندگی روزمره از آن‌ها استفاده می‌کنیم مثل ترازو.
تفسیر	دانش‌آموز مواردی جالب از کاربرد هندسه را می‌شناسد. و دو حوزه‌ی اهداف شناختی رشد کرده است.
محقق	استفاده از نرم‌افزار بر دیدن کاربردهای بیشتری از هندسه تأثیر دارد؟
قاسمی	می‌توانم. قدرت کارکرد باید بالاتر باشد. مثلاً کاری که ما انجام می‌دهیم در حد اشکال است.
تفسیر	دانش‌آموز به لزوم کاربرد در هندسه بر اساس درس‌هایی که خوانده پی برده است.

همچنین پژوهش‌گر به منظور ارزشمند دانستن موضوع برای دانش‌آموزان سوالاتی را مطرح می‌کند.

محقق	اگر ما بتوانیم تصویر یک قطعه فلزی را در نرم‌افزار وارد کنیم، ارزش داره مدل را در یک نرم‌افزار شبیه‌سازی کنیم؟
------	---

قاسمی چون در نرم افزار تجربه می کنیم. تجربه ای هم که در نرم افزار دارد بیشتر از تجربه اش در کاغذ است. پس تاثیرش هم بیشتر است.

تفسیر دانش آموز درک مناسبی از قابلیت نرم افزارهای هندسه ی پویا به دست آورده است.

یکی از دانش آموزان در فرآیند آموزش حس خود را راجع به استفاده از نرم افزار ابراز نمود.

قاسمی بعضی وقت ها یک چیزی هست برام جالبه، می رم در نرم افزار شبیه سازی می کنم و می بینم وقتی یک جزئی از شکل تکان می خورد یک جزء دیگر هم تکان می خورد.

تفسیر این موضوع نشان می دهد موضوع شبیه سازی از برنامه درسی اجباری پا فراتر نهاده و جزء ابزارهای تفکر دانش آموز قرار گرفته است.

پژوهش گر برای بررسی انگیزه ی دانش آموزان هنگام نمایش اپلت های آموزشی از کاربرد هندسه به دانش آموزان متوجه تمایل دانش آموزان به داشتن فایل های آماده شد.

۸۸/۱/۲۷ دانش آموزان از مشاهده تصاویر پویا به شکل اپلت بر روی صفحه ی رایانه لذت می بردند و بعضاً متعجب می شدند. و برخی از آنها درخواست کردند فایل آن را بگیرند.

تفسیر این موضوع نشان می دهد دانش آموزان در حوزه ی اهداف عاطفی نیز رشدهای چشم گیری را داشته اند.

موارد فوق نشانند می دهد استفاده از نرم افزارهای هندسه ی پویا بر رشد مهارت های کاربردی تاثیر مثبتی دارد.

مصاحبه با دانش آموزان در مورد برنامه آموزشی

در ادامه مصاحبه به مدت ۱۵ دقیقه نظر عمومی دانش آموزان در رابطه با برنامه‌ی اجرا شده پرسیده شد. که شرح آن به صورت زیر است:

کلیات برنامه

- پژوهش‌گر: برخورد بچه‌ها چگونه بوده است؟
 - بعضی از بچه‌ها خوششان نمی‌آمد. علتش هم نمی‌دونم. بعضی از بچه‌ها هم علاقه مند شدند و خوششان می‌آمده. در نتیجه ذهنشان منطقی شده.
- پژوهش‌گر: کسی رو سراغ داری بدون اینکه من بدونم خودش در منزل له خاطر سرگرمی برای خودش کار کرده باشه.
 - نظری: GeoGebra نه ولی 3D MAX و Maya کار می‌کنند.
- پژوهش‌گر: نظرتون راجع به نرم‌افزار جئوجبرا چیه؟
 - مشایخی‌راد: این نرم‌افزار برای من جنبه تفریحی دارد. برای به دست آوردن فرمول‌ها خوب است. برای طراحی وسیله‌هایی که در آن‌ها اهرم به کار می‌رود نیز به درد می‌خورد.
 - نظری: برای اثبات خوبه، برای رسم کردن

پیشنهاد برای سال آینده

- نظری: خوبه فقط اختیاری باشه. کمک به بالاتر رفتن درک بچه می‌کند. بهتر می‌توانند اثبات کنند.
- مشایخی‌راد: کشیدن رسم‌های کتاب در نرم‌افزار. دقیق تر هم هست.
- قاسمی: اول برنامه یک آموزش گذاشته شود. من خودم در کلاس یاد گرفتم بعضی قسمت‌ها را هم خودم یاد گرفتم.
- نظری: در درس‌های دیگر هم کمک بگیریم. مثلاً فیزیک.
- نظری: محیط برنامه سرد و مانند کاغذ بود. اگر حالت برنامه زیباتر و سه بعدی باشه بهتر است.
- پژوهش‌گر: نظر پدر و مادرهاتون چیه؟
 - نظری: اول درس‌هامون رو انجام بدیم.
 - مشایخی: خوشحال هم می‌شوند.
 - قاسمی: خبر ندارند.

پیشنهاد دانش آموزان برای سال آینده

- پژوهش‌گر: نظر اولیاء شما در مورد استفاده از نرم‌افزار در خانه چیه؟
 - نظری: اول درس‌هامون رو انجام بدیم.
 - مشایخی: خوشحال هم می‌شوند.
 - قاسمی: خبر ندارند.

۴.۳ یافته‌های فرعی

با توجه به این که هنگام انجام پژوهش، همکار پژوهش‌گر در اغلب برنامه همراه بود، یادداشت‌ها و مشاهدات در جلسات بعد از کارگاه به دقت و منظم تدوین و تنظیم می‌شد. تدوین یادداشت‌ها به صورت دقیق و عمیق مستندسازی می‌شدند. این مشاهدات در سه بخش مسائل انگیزشی، مسائل اجتماعی و نحوه‌ی تعامل با نرم‌افزار دسته‌بندی شد که حاصل آن به شرح زیر است:



۴.۳.۱ مسائل انگیزشی

در محیط کارگاه رایانه بیشترین فعالیت توسط دانش‌آموزان صورت می‌گرفت. در چنین شرایطی دانش‌آموزان از سطح برانگیختگی یکسانی برخوردار نبودند.



مشاهدات صورت گرفته در این خصوص به شرح زیر آمده است:

ک ارگاه	تاریخ	مشاهده
۵	۸۷/۹/۷	دانش‌آموزان اغلب علاقه‌مند بودند شکل‌های خود را ذخیره کنند. و در مواردی که به آن‌ها گفته می‌شد لازم به ذخیره‌سازی نیست، ناراحت می‌شدند و خود اقدام به ذخیره کردن فایل‌ها می‌کردند
۵	۸۷/۹/۷	بارها توسط دانش‌آموزان از معلم درخواست شد برای درک درست مسئله برویم کارگاه رایانه و مسائل را آن جا شبیه‌سازی کنیم.
۶	۸۷/۹/۲۱	دانش‌آموزان توانا و سطح بالای کلاس بدون این که از کلاس عادی مشکلی داشته باشند، نسبت به کارگاه‌های رایانه ابراز علاقه می‌کردند.
۶	۸۷/۹/۲۱	در روزی که از دانش‌آموزان در ترسیم رکوردگیری می‌شد، آن‌ها هنگام خروج از کارگاه، با شوق وصف ناپذیری خارج می‌شدند.
۷	۸۷/۱۰/۵	دانش‌آموزان خوش استعداد در کلاس‌های عادی، در کار با نرم‌افزار بسیار خوب عمل می‌کردند و سریع یادگرفته و فعالیت‌ها را زودتر از بقیه انجام می‌دادند.
۷	۸۷/۱۰/۵	برخی دانش‌آموزان بعد از سه ماه کار آموزشی برای زیاد شدن کارگاه‌ها ابراز تمایل می‌کردند. افرادی که به طور عمومی از وضعیت یادگیری پائین‌تری در ریاضی برخوردار بودند بیشتر بود.
۸	۸۷/۱۲/۱۲	دانش‌آموزانی که در کلاس نسبت به بقیه عقب می‌افتادند، تا هر حد که پیش می‌رفتند کفایت می‌کرد و دچار اضطراب نمی‌شدند. و اغلب تمایل داشتند به فعالیت خود ادامه دهند.

۴.۳.۲ مسائل اجتماعی

دانش‌آموزان در کارگاه رایانه در گروه‌های دو نفره فعالیت می‌کردند. لذا دانش‌آموزان مجبور بودند برای انجام فعالیت‌های تعریف شده به نوعی تعامل و تقسیم کار داشته باشند. این موضوع خود به فرآیند یادگیری کمک می‌کرد.

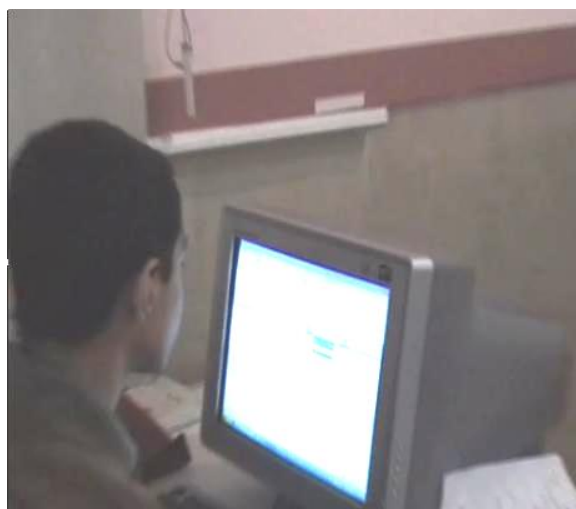


برخی مشاهدات در این خصوص در جدول زیر ارائه شده است:

کارگا ه	تاری خ	مشاهده
۴	۸۷/۸/۲۳	دانش‌آموزان با قرارگیری در گروه‌ها در انجام فعالیت‌ها نسبتاً همکاری خوبی داشتند و به موقع جای خود را برای ترسیم عوض می‌کردند. در موارد بسیار برای انجام و حل مسائل به بحث و مشورت می‌پرداختند.
۶	۸۷/۹/۲۱	دانش‌آموزان تمایل داشتند خود ماوس را در دست بگیرند. و این موضوع برخی موارد موجب اختلاف بین آن‌ها می‌شد.
۷	۸۷/۱۰/۵	هنگام انجام فعالیت‌های گروهی، میزان گفتگوی دانش‌آموزان پیرامون مسائل بسیار زیاد می‌شد.
۸	۸۷/۱۲/۱۲	برخی دانش‌آموزان با هوش بالا زودتر از بقیه کار را تمام می‌کردند. و فرد دیگر گروه از انجام فعالیت‌ها باز می‌ماند. که با هدایت معلم، شرایط یادگیری فرد دیگر فراهم شد.

۴.۳.۳ تعامل با نرم افزار

دانش‌آموزان هنگام فعالیت در محیط‌های نرم‌افزاری شرایط متفاوتی از یادگیری هندسه را تجربه می‌کردند. و مقایسه‌ی آن‌ها با شیوه‌های سنتی یادگیری هندسه (هندسه‌ی ایستا) شرایط جدیدی را به وجود می‌آورد که همگی آن‌ها به گونه‌ای در شناخت واقعیت موجود در اشکال کمک می‌کرد.



شرح مستندات در این خصوص در ادامه آمده است:

کارگاه	تاریخ	مشاهده
۳	۸۷/۸/۹	دانش‌آموزان در برخی موارد قادر نبودند، میان ویژگی‌های انحصاری جئوجبرا و ویژگی‌های ریاضی اشکال هندسی تمایز قائل شوند.
۴	۸۷/۸/۲۳	نرم‌افزار تقریباً همه نیازهای دانش‌آموزان برای ترسیم را پیش‌بینی کرده بود. مانند انواع روش رسم و علائق گذاری‌های متداول روی اشیاء و غیره.
۵	۸۷/۹/۷	دانش‌آموزان ابتدای کلاس‌های عادی اغلب نسبت به استفاده از نرم‌افزار سوال داشتند. و با پرسیدن سوال خود، و شنیدن جواب به صورت شفاهی، بلافاصله متوجه روش کار می‌شدند.
۶	۸۷/۹/۲۱	برخی اوقات دانش‌آموزان هنگام بررسی اشکال از پیش رسم شده متوجه می‌شدند که اگر حرکت اشکال را محدود کنند، بهتر می‌توانند ویژگی‌های آن را دریابند.
۷	۸۷/۱۰/۵	نرم‌افزار جئوجبرا این امکان را فراهم می‌کند تا دانش‌آموزان همزمان طول، عرض و جهت یک مستطیل را تغییر دهند. دانش‌آموزان دریافتند اگر تنوع حرکات را محدود کنند راحت‌تر می‌توانند به کار خود ادامه دهند. آن‌ها جهت مستطیل و یک جفت از اضلاع را ثابت نگه داشتند. با این روش توانستند ویژگی‌های هندسی این شکل را تشخیص دهند.
۸	۸۷/۱۲/۱۲	یکی از موضوعاتی که برای دانش‌آموزان از جذابیت خاصی برخوردار بود، ماکرو نویسی و تولید ابزار سفارشی بود.

۴.۳.۴. نظر سنجی

در انتهای سال تحصیلی یک نظر سنجی ساده در میان دانش‌آموزان صورت گرفت. هدف اصلی این نظر سنجی بررسی اثر بخشی نرم‌افزار نسبت به مباحث آموزشی بود. در این نظر سنجی، سوال مورد نظر در بین سه سوال دیگر آورده شده بود. طوری که دانش‌آموزان نسبت به پاسخ خود در نحوه تاثیر نرم‌افزار در یادگیری، به طور عادی پاسخ دهند. از طرفی دانش‌آموزان با این که در فرم نظردهی نام خود را می‌نوشتند، اما در ارائه نظر تحت فشار نبودند و نظر واقعی خود را بروز می‌دادند. در جدول زیر نظرات دانش‌آموزان به سوال مذکور ثبت گردیده است.

جدول ۴-ع: جدول تحلیل نظرات دانش‌آموزان در خصوص تاثیر نرم‌افزار در یادگیری مباحث مختلف درسی

نام خانوادگی	مثبت قائم‌الزاویه	توازی	زاویه و مثلث	چهار ضلعی‌ها	مساحت	تقارن	حجم
آقا خانی	✓	✓	✓				
آقا سید عبد الله	✓						
پرهیز کار							
پنجه شاهی	✓						
پور طاهر							
جوادیان				✓			
حبیبی							
حجتی				✓			
حسینی نسب							
حیدری							
شیرازیان	✓						
ضابطی				✓			
عارفی پور	✓	✓	✓	✓			
عبداللهی نسب							
عبداللهی نسب	✓		✓				
قاسمی	✓	✓	✓				
لعل فام	✓	✓	✓				
محرری				✓			
محسنی			✓				
محمدیان	✓			✓			
مرصوسی	✓						
مشایخی‌راد	✓						
منتظمی	✓			✓			
میر شفیعی			✓	✓			
نادری‌فر				✓			
نراقیان	✓		✓	✓			
نظری							
وحید							
مجموع	۱۳	۴	۸	۱۰	۰	۰	۰

در نظرسنجی ۱۰ درصد دانش‌آموزان اعلام کردند نرم‌افزار برای آن‌ها جنبه سرگرمی داشته است. و ۵ مورد اشاره کرده‌اند تاثیر نداشت. دانش‌آموزان در نظرسنجی در پاسخ به سوالی که تاثیر استفاده از نرم‌افزار را نسبت به موضوع درسی سوال می‌کرد به مباحث مختلفی اشاره کردند. تاکید دانش‌آموزان بر مباحث مطرح شده با برنامه‌ی آموزشی مطابق جدول ۳-أ، در جدول زیر مورد مقایسه قرار گرفته است:

جدول ۴-ف: محاسبه ضریب همبستگی جلسات آموزش و تاثیرگذاری در یادگیری در نظر سنجی از دانش‌آموزان

ردیف	تعداد جلسات	تاثیر قابل توجه	مجدور تعداد جلسات	مجدور تاثیر قابل توجه	AB
مثث قائم‌الزاویه	۳	۱۳	۹	۱۶۹	۳۹
توازی	۲	۴	۴	۱۶	۸
زاویه و مثث	۱	۸	۱	۶۴	۸
چهارضلعی‌ها	۲.۵	۱۰	۶.۲۵	۱۰۰	۲۵
مساحت	۰.۵	۰	۰.۲۵	۰	۰
تقارن	۰.۵	۰	۰.۲۵	۰	۰
حجم	۰.۵	۰	۰.۲۵	۰	۰
جمع	۱۰	۳۵	۲۱	۳۴۹	۸۰

$$r_{AB} = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$r_{AB} = \frac{7 \times 80 - 10 \times 35}{\sqrt{[7 \times 21 - (10)^2][7 \times 349 - (35)^2]}}$$

$$r_{AB} = \frac{560 - 350}{\sqrt{[47][1218]}}$$

$$r_{AB} = \frac{210}{239.3} = 0.88$$

ضریب همبستگی ۸۸ درصد نشان می‌دهد، یادگیری موضوعات آموزشی در بخش‌هایی که از نرم‌افزار بیشتر استفاده شده، در ذهن دانش‌آموزان ماندگارتر بوده است.

فصل پنجم: بحث و نتیجه‌گیری از یافته‌های پژوهش

مقدمه:

این فصل مشتمل بر بحث و بررسی یافته‌ها و نتیجه‌گیری، محدودیت‌های پژوهش و ارائه پیشنهادهایی برای معلمان و محققین در خصوص هندسه‌ی پویا می‌باشد. در این فصل فرضیات تبیین و تفسیر شده در این قسمت، مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند و با ادبیات تحقیق پیوند داده می‌شوند. سپس نتایج حاصله از پژوهش با توجه به پیشینه‌ی نظری تبیین می‌گردد. هدف پژوهش بررسی یادگیری مهارت‌های هندسی در محیط آموزشی غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا و مقایسه آن با کلاس‌های سنتی در دوره راهنمایی تحصیلی پایه دوم بوده است.

دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی در مدارس دچار مشکلات عدیده‌ای هستند. نتایج به دست آمده در آزمون تیمز حاکی از این ضعف در یک مقایسه‌ی جهانی بود. به ویژه در ایران ایم مشکل تشدید شده است. دانش‌آموزانی که در یادگیری ریاضی دچار مشکل می‌شوند با انتخاب رشته‌ای علوم انسانی، صورت مسئله‌ی خود را پاک می‌کنند. لذا در آن رشته‌های نیز نمی‌توانند توفیقات چندانی به دست آورند. علت عمده مشکل در آموزش ریاضی بیش از حد انتزاعی شدن مفاهیم ریاضی است. به طوری که همواره در آموزش ریاضی دانش‌آموزان بدون مشاهده و درک تجربی از مفاهیم ریاضی همواره با چالش‌های فروانی روبرو بودند.

متأسفانه برنامه‌ریزان درسی در درس ریاضی که مهد تفکر منطقی است عموماً از تفکر شهودی غافل شده‌اند و غایت یادگیری را تقویت بعد تجربیدی دانش‌آموزان قرار داده‌اند. به عنوان مثال در مدل یادگیری ون‌هیل^۵ گام یادگیری از مفاهیم عینی^۱ و مفاهیم انتزاعی^۲ در نظر گرفته شده است. ساختار منطقی هندسه اقلیدسی بسیاری از یادگیرندگان را به وحشت می‌اندازد. اما معلمان و دانش‌آموزان مجبورند از این ساختار پیروی کنند.

برای بررسی این مشکل، پژوهش‌گر مطالعاتی را در خصوص نظریه‌های یادگیری به خصوص در حوزه ریاضی انجام داد و به این نتیجه رسید می‌توان این مشکل را با استفاده از محیط‌هایی که در آن دانش‌آموزان فرصت بیشتری برای تجربه کردن ریاضی را دارند بر طرف نمود. بهترین گزینه برای این موضوع، استفاده از نرم افزارهای هندسه پویا است. این نوع از نرم افزارها، در سال‌های اخیر دستاوردهای چشم گیری به ارمغان آورده است.

این نرم‌افزارهای می‌توانند در توسعه مهارت‌های یادگیری در درس ریاضی به خصوص هندسه تاثیر ویژه‌ای داشته باشند. از آن جمله می‌توان به مهارت‌های منطقی اشاره کرد. ذهن دانش‌آموز در برقراری ارتباط با این نرم‌افزار، به گونه‌ای نظم پیدا می‌کند و مطابق دیگر الگوهای رایانه‌ای اصطلاحاً ساختار الگوریتمی پیدا می‌کند.

¹ Concreate

² Abstract

از دیگر فواید این نرم‌افزارها تاثیرگذاری آن بر قوای مشاهده‌ای دانش‌آموزان است. دانش‌آموزان در این محیط دائماً با جلوه‌های متعددی از اشکال در ارتباطند و تعبیر بصری فراوانی را مشاهده و ادراک می‌کنند. قوه‌ی تجسم آن‌ها قوی شده و نسبت به صحت ظاهری قضایای هندسی بهتر قانع می‌شوند.

از ویژگی‌های این دسته از نرم‌افزارها، امکانات ساده و متعدد آن‌ها برای شبیه‌سازی مفاهیم هندسی و ایجاد موقعیت‌های تعامل کاربر با نرم‌افزار است. در این شرایط دانش‌آموز مخاطب مطمئنی برای گفتگو حول موضوع ریاضی می‌یابد و با نرم‌افزار طرح تعامل و گفتگوی علمی می‌ریزد. هر آم چه سوال دارد در آن شبیه‌سازی می‌کند و به آثار مشاهده شده در آن دقت می‌کند. لذا در این محیط قوای کلامی دانش‌آموزان تقویت می‌شود.

امکانات متنوع تعبیه شده در نرم‌افزار این امکان را برای دانش‌آموزان فراهم می‌آورد تا اغلب شکل‌های هندسی را با رعایت اصول هندسی در ترسیم در محیط نرم‌افزار به صورت دینامیک و پویا پیاده‌سازی کنند. در این محیط دانش‌آموزان بسیاری از فعالیت‌های کلاس درس خود را در کلاس‌های سنتی به شیوه‌ای متکامل‌تر در این محیط تجربه می‌کنند. لذا امکان رشد مهارت‌های ترسیمی با کمک نرم‌افزارهای هندسه پویا فراهم می‌شود.

دانش‌آموزان اغلب تصور می‌کنند هندسه در آینده‌ای دور برای آن‌ها کاربرد دارد. و توجه خاصی به موارد کاربردی از اصول هندسی در محیط اطراف خود ندارند. در چنین شرایطی، محیط‌های نرم‌افزاری امکاناتی را فراهم می‌کنند که دانش‌آموزان بتوانند خود به اجرای مدل‌های کاربردی از هندسه دست بزنند. یا مدل‌های از پیش طراحی شده را در محیط‌های پویا مشاهده و نحوه استفاده از قوانین هندسی را در وسائل زندگی مشاهده کنند.

در مجموع می‌توان گفت نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا می‌توانند در یادگیری مهارت‌های هندسی شامل مهارت‌های منطقی، دیداری، کلامی، ترسیمی و کاربردی تاثیر مثبتی داشته باشند.

این پژوهش‌گر برای بررسی این موضوع طرحی را در دو کلاس درس در قالب گروه آزمایش و کنترل با جمعیت ۲۸ نفر در هر کلاس در نظر گرفت و در گروه آزمایش در طول یک سال تحصیلی برنامه آموزشی خود را با استفاده از نرم‌افزارهای هندسه پویا به اجرا درآورد. در دوره آموزشی ۱۰ کارگاه آموزشی در سایت رایانه‌ای مدرسه به جای کلاس‌های عادی به اجرا درآمد. همچنین دانش‌آموزان موظف بودند تکالیف عادی خود را در محیط نرم‌افزار نیز شبیه‌سازی کنند. طوری که در انتهای سال هر دانش‌آموز حداقل ۷۰ فایل شبیه‌سازی شده از مسائل هندسه به معلم خود تحویل داد.

پیش از شروع آموزش از هر دو گروه پیش‌آزمون به عمل آمد و پس از آن نیز پس‌آزمون برگزار شد. نتایج کمی نشان داد استفاده از نرم‌افزار هندسه‌ی پویا به جز در مهارت‌های منطقی، در مهارت‌های دیگر تاثیر معنی‌داری گذاشته

است. از طرفی یافته‌های کیفی تاثیر مثبت استفاده از نرم‌افزار را بر کلیه مهارت‌ها مورد تایید قرار داد. این نتایج با تحقیقات انجام شده سازگار بود.

از نتایج این پژوهش وجود تاثیرات متقابل بین مهارت‌های یادگیری بود. پژوهش‌گر متوجه شد، تقویت هر یک از مهارت‌های هندسی بر تقویت مهارت دیگر موثر است. پژوهش‌گر همچنین به اثر انگیزه‌ی دانش‌آموزان در یادگیری پی برد. از دیگر نتایج این پژوهش توجه به تلفیق حوزه‌های مختلف در اهداف یادگیری شامل اهداف شناختی، عاطفی و مهارتی است. طوری که توجه معلم به این سه حوزه بهره‌ی یادگیری را افزایش خواهد داد.

۵.۱ بحث و بررسی یافته‌ها

شیوه قدیمی تدریس، آمرانه و معلم محور است، شیوه جدید تدریس، منعطف و دانش‌آموز محور است. در زمان‌های قدیم، معلم در مرکز یا جلوی کلاس بود. همه به او و چیزی که می‌گفت، نگاه می‌کردند. امروزه، تک تک دانش‌آموزان باید در مرکز کلاس باشند، و باید اجازه داشته باشند که هر ایده خوبی را که به ذهن‌شان می‌رسد، انجام دهند. باید به آن‌ها اجازه داد تا این‌ها را به روش خودشان و به تنهایی یا در گروه‌های کوچک، دنبال کنند. از طرفی در این محیط‌های آموزشی، به دلیل اشباع راه‌های آغاز و انتخاب، دانش‌آموزان با سبک‌های متفاوت یادگیری، خود راه را برای یادگیری انتخاب می‌کنند. و پس از طی مراتبی حتی قادر به توان‌مندسازی خود در حیطه‌های دیگر یادگیری که تا کنون در آن مستعد نبودند، از روی انتخاب و میل به رشد شخصی همت می‌گمارند. در یک چنین کلاس منعطف و دانش‌آموز محوری، هر گروه از بچه‌ها کار متفاوتی انجام می‌دهد.

هنگامی که دانش‌آموزان در محیط غنی یادگیری قرار می‌گیرند و معلم متبحر به هدایت آن‌ها در یادگیری می‌پردازد، بسیاری از سنت‌های یادگیری دیگر مورد اقبال نیست، دانش‌آموز اختیار نرم‌افزار را بر عهده دارد و بر اساس استعدادها و تمایلات خود عمل می‌کند. عمل دانش‌آموزان متفاوت بوده و ضرورتی به اجباری بودن همه فرآیند آموزشی نیست. در این محیط برخی زودتر به نتیجه می‌رسند و برخی دیرتر. برخی اعتقاد به استفاده از نرم‌افزار ندارند و برخی مشتاق هستند. برخی ترجیح می‌دهند ابتدا مسائل را اثبات کنند، سپس شبیه‌سازی کنند و برخی بر عکس. تفاوت‌های فردی، سبک‌های یادگیری مختلف و هوش‌های گوناگون دال بر ضرورت وجود نوعی هدایت هوشمند در کلاس می‌باشد. به دلیل غنی بودن کلاس‌هایی از این دست، دانش‌آموزان فرآیندهای آموزشی را به نهایت خود می‌رسانند و گرایش‌های آن‌ها در فرآیندهای AC و CA دائماً جا عوض می‌کنند. مسائل اغلب باز پاسخ هستند. یادگیری دانش‌آموزان در این محیط‌ها بیشتر شبیه انجام یک بازی است. آن‌ها بازی می‌کنند و ایده‌های خود را در حین بازی، رشد و توسعه می‌دهند. حتی اغلب مشاهده می‌شود که دانش‌آموزان این نوع یادگیری‌ها را به دلیل سادگی و جذابیت جزء درس محسوب نمی‌کنند. در حالی که کلیه مفاهیم درسی را آموخته‌اند. برای کنترل این موضوع تنظیم برنامه درسی تلفیقی پیشنهاد می‌شود.

با استفاده از برنامه‌ی درسی مبتنی بر هندسه‌ی پویا در دوره راهنمایی، دانش‌آموزان به مفاهیم هندسی نزدیک شده و تجارب شخصی فراوانی از آن به دست می‌آورند. در این صورت، سوالات فراوان برای آن‌ها پیش خواهد آمد. چرا که در چنین شرایطی، هر هنگام که مفهوم انتزاعی مورد بحث قرار گیرد، دانش‌آموز مثال‌های متعددی از مصداق‌های آن مفهوم را در ذهن دارد و به یقین یادگیری او معنادار و عمیق خواهد شد. استفاده از برنامه‌های هندسه‌ی پویا در دوره‌ی راهنمایی به تعدیل هندسه مبتنی بر فرضیه‌های استنتاجی کمک خواهد کرد. ولی آن را از میان نمی‌برد.

مطالعات مربوط به نقش کنترل معلم و حق انتخاب دانش‌آموز در روش یادگیری، نشان می‌دهد که خود انگیزختگی در دانش‌آموزان زمانی بروز می‌کند که آنان در انتخاب فعالیت‌ها و مباحث مورد علاقه خود، آزادی عمل داشته باشند.

در شیوه‌ی آموزشی مطرح شده در پژوهش حاضر، شبیه‌سازی مسائل ریاضی در یادگیری تاثیر بسزایی دارد. شبیه‌سازی بیشترین تاثیر را در تقویت مهارت‌های دیداری دارد. مهارت‌های دیداری مربوط به نیم‌کره راست مغز می‌شود. تقویت آن خود موجب رشد نیم‌کره دیگر شده و لذا مهارت‌های منطقی نیز تقویت می‌شوند. استفاده از شبیه‌ساز رایانه‌ای برای توسعه این مهارت‌ها به شکل مستقیم و یا با استفاده از تجارب و مفاهیمی که از به کارگیری این نرم‌افزار به دست می‌آوریم می‌تواند کارساز باشد.

معلمی با استفاده از نرم‌افزار متوجه این نکته شود که دانش‌آموز با دیدن مثال و دست‌کاری آن یک مفهوم انتزاعی را بهتر متوجه می‌شود. لذا در این تحقیق معلم مذکور فرصت پیدا خواهد کرد در کلاس سنتی خود حتی بدون استفاده از نرم‌افزار با زدن مثال سنتی، و یا ایجاد تجسمی از کار با نرم‌افزار مفهوم را بهتر آموزش دهد. بنابر این در تحقیق حاضر ابزار کمک آموزشی دو کاربرد دارد یکی کاربرد ابزاری مستقیم که منجر به کسب مهارت‌های خاص توسط دانش‌آموز می‌شود و دیگری توجه دادن به معلم نسبت به شیوه‌های آموزش که مفاهیم آن را در کلاس عادی نیز می‌توان مورد استفاده قرار داد.

معلمی که در این محیط آموزش داده باشد و با هیجانات واقعی دانش‌آموزان مواجه شده باشد، در کلاس درس عادی خود نیز سعی در انتقال مفهوم آموزشی به روش رفتارگرایی نخواهد کرد. معلمی که این فزاینده‌گی را تجربه کرده است، در کلاس درس خود دائماً سعی می‌کند هر آن چه از تصاویر گرافیکی بهره می‌برد، معادل جبری آن را معرفی کرده و بالعکس هر کجا ممکن است تعبیر هندسی مفهوم جبری را ارائه دهد. لذا پژوهش‌گر معتقد است محیط‌های نرم‌افزاری شرایطی را برای یادگیری فراهم می‌آورد که نظریه‌های یادگیری نمود کامل‌تری پیدا می‌کنند.

۵.۱.۱ فرضیه‌ی اول پژوهش: مهارت‌های منطقی

آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های منطقی مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

به لحاظ کیفی دانش‌آموزان گروه آزمایش در انتهای دوره در انجام فعالیت‌های منطقی نسبت به دانش‌آموزان گروه کنترل تفاوت داشتند. داده‌های کیفی با میانگین مشاهده شرکت کنندگان، مطالعه ابزار، مصاحبه با برخی شرکت کنندگان و تحلیل کیفی از قضایا ساخته شده توسط دانش‌آموزان جمع‌آوری شدند. در هر یک از محیط‌های آموزشی، تحلیل کیفی بر موارد زیر تمرکز کرده بود:

- (۱) فهم دانش‌آموزان از قضایا و و اثبات کردن،
- (۲) کارایی دانش‌آموزان در هر یک از محیط‌ها،
- (۳) نوع زبان مورد استفاده قرار گرفته در فرضیه سازی،
- (۴) توانایی یافتن مثال در نرم‌افزارهای هندسه پویا،
- (۵) تکنیک در گینگ مورد استفاده قرار گرفته توسط شرکت کنندگان از نرم‌افزارهای هندسه پویا،
- (۶) اقتناع دانش‌آموزان در خروجی گرفته شده از نرم‌افزارهای هندسه پویا

تفاوت یادگیری در دانش‌آموزان بر اساس طبقه‌بندی بلوم به شکل زیر است: دانش‌آموزان در یادگیری حوزه‌ی شناختی اشراف بهتری داشتند و در نوشتار آن‌ها این موضوع دیده می‌شد. به لحاظ عاطفی نیز دانش‌آموزان نسبت به اثبات مسائل علاقه‌مندی بیشتری از خود نشان می‌دادند. دانش‌آموزان نسبت به درستی مسئله قانع شده‌اند و به لزوم اثبات پی می‌برند. موس^۱ (۲۰۰۰) در تایید این مطلب می‌گوید:

دانش‌آموزانی که دوره آموزشی خود را با استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا سپری کرده‌اند علاقه‌مندی بیشتری نسبت به استفاده از نرم‌افزار به عنوان یک ابزار شناختی برای فرمول بندی قضایای استدلالی دارند.

مهارت‌های حسی- حرکتی دانش‌آموزان نیز در حوزه‌ی مهارت‌های منطقی به دلیل کثرت استفاده رشد کرده بود.

دیگر تحقیقات انجام گرفته در این زمینه بر این سوال حیاتی متمرکز است که آیا فرصت‌هایی که توسط محیط‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا پیشنهاد می‌شود برای دیدن ویژگی‌های ریاضی که به شکل بسیار ساده‌ای ممکن است کاهش یابد و یا به طور کلی جایگزین هر نوع نیازی به اثبات کردن شود. یا این که این گونه تسهیلات ممکن است راه‌های پر معنای جدیدی برای ارتقاء سطح درک از نیاز به اثبات قواعد آن باز کند. تعدادی از تحقیقات انجام

¹ Moss

گرفته مانند تحقیقات موریتی و جونز از تقویت توان اثبات کردن حکایت می کنند. دانش آموزان از این طریق استفاده از رایانه در اثبات ها پیش قدم می شود. ولی بیشتر به شکل دلایل توجیهی خواهد بود تا استدلال های رسمی. بسیاری از استدلال های کلاسیک در حالت ترسیمی می تواند به تصویر کشیده شود.

گیلیس^۱ (۲۰۰۵) در پژوهش خود به مقایسه محیط های یادگیری ایستا^۲ و پویا^۳ پرداخت و نتایج خود را هم به صورت کمی و هم به صورت کیفی مورد سنجش قرار داد. نتایج به دست آمده در بررسی وی حاکی از وجود تفاوت معنادار در دو محیط آموزشی ایستا و پویا به شرح زیر است.

- (۱) دانش آموزانی که در محیط مبتنی بر نرم افزارهای هندسه ی پویا آموزش دیده بودند ارتباط بیشتری بین قضایا پیدا می کردند، اشتباه های کمتری در استفاده از قضایا داشتند
- (۲) آن ها نسبت به درستی قضایا بیشتر قانع می شدند.

تقویت مهارت های منطقی بر اثر تقویت دیگر مهارت های هندسی

بر اساس مشاهدات صورت گرفته تقویت هر یک از مهارت های هندسه بر تقویت مهارت های منطقی به گونه ای تاثیر می گذارد. مطابق با فرآیندهای هندسه پس از طی شدن آگاهانه فرآیند CA، فرآیند مقابل آن یعنی فرآیند AC، فعال می گردد. در این حالت دانش آموز با مشاهده ی مثال های متنوع دیده شده، تمایل پیدا می کند رابطه ای منطقی پیدا کند و اصطلاحاً قانونی کشف کند. از طرفی دانش آموز در این حالت نسبت به درستی مسائل آگاهی پیدا کرده و به اندازه ی کافی قانع می شود. بنابر این زمینه ی مساعدی را برای رشد مهارت های منطقی فراهم می آورد. یادگیری مهارت های منطقی به خصوص مهارت اثبات کردن نیز، مستلزم داشتن ادبیات تخصصی و تسلط بر نوشتار نمادین است. از طرفی در بیان افرادی که از مهارت های کلامی زیادی برخوردار هستند، می توان متوجه ریتم، نظم، ساختارهای کلامی و ادبی شد. لذا در آن ها زمینه رشد منطقی فراهم شده است. و زبان به کارگرفته شده در فرضیه سازی، در محیط های پویا به تفاوت قابل توجهی و بازتابی از خود محیط است. از طرفی برای رسیدن به مهارت های منطقی سطح بالا استفاده از ادبیات امری ضروری و اجتناب ناپذیر است. از طرفی با انجام ترسیم های متعدد به ویژه در محیط های هندسه پویا، به دلیل وجود محدودیت هایی که از اصول نرم افزاری ناشی می شود، ذهن دانش آموز منطقی می شود. و ذهنی که با کاربردهای متعدد آشنایی داشته و به طراحی و ساخت تجهیزات صنعتی مبتنی بر اصول هندسی تسلط پیدا کرده است، برای توسعه کار خود به یادگیری اصول طراحی و رشد ذهن منطقی خود علاقه مند خواهد شد. در مجموع می توان نتیجه گرفت رشد دیگر مهارت های هندسه بر مهارت های منطقی تاثیر مثبتی می گذارد.

¹ Gillis

² Static

³ Dynamic

پژوهش گر برای اطمینان از نتایج به دست آمده نظر کارشناس آموزش ریاضی را جویا شد. بخش علی زاده در این خصوص توضیح می دهد:

محقق به نظر شما استفاده از نرم افزارهای هندسه ی پویا چگونه بر ارتقاء مهارت های منطقی دانش آموزان تاثیر می گذارد؟

کارشناس دانش آموزان با درک بهتر مسئله و مشاهده صورت هندسی و دیداری مسئله باور بیشتری پیدا می کنند. در مراحل اثبات سه مرحله اصلی وجود دارد. توجیه، استدلال و اثبات نمادین. نرم افزار دانش آموزان را در مرحله نخست یاری می رساند که این خود پایه صعود به مراحل بالایی می باشد.

محقق به نظر شما دانش آموزان چگونه اثبات مسائل را انجام می دهند بدون آن که به فهم درستی از مسئله دست پیدا کرده باشند؟ و آیا نرم افزار می تواند در این خصوص نقشی ایفاء کند؟

کارشناس دانش آموزان اغلب اثبات ها را به شکل طوطی وار حفظ می کنند و بسیاری از آن ها به معنای واقعی به سطح اثبات نمی رسند.

محقق در کتاب های درسی بیشتر به اثبات پرداخته می شود و به دانش آموزان کمتر فرصت داده می شود تا خود تجربه هایی از ریاضی به دست آورند. در این خصوص چه باید کرد؟

کارشناس اهداف این گونه در کتاب های درسی وجود ندارد و تنها در کتاب جدیدالتالیف ریاضی ۱ دبیرستان فعالیت های موردی با این نوع روی کرد آورده شده است. به عنوان مثال از دانش آموز خواسته می شود قبل از حل جبری تحلیل هندسی خود را از نمودار ارائه دهند. یا در دستگاه معادلات نمونه هایی از این دست وجود دارد که دانش آموزان را به داشتن یک بینش و بصیرت علمی سوق می دهد.

از نتایج کمی تفاوت معنی داری در این خصوص به دست نیامد. از دلیل تفاوت به دست آمده از نتایج آمار کمی و کیفی می تواند موارد زیر را بر شمرد:

(۱) عدم روایی کافی در آزمون های کمی در سنجش مهارت های منطقی

باید به این نکته توجه داشت که اثبات به صورت رسمی تنها بخشی از مهارت های منطقی محسوب می شود. از دیگر عوامل موثر در مهارت های منطقی، نظم فکری، درک مفهوم زمان، الگوریتم و ... نیز هست. آزمون برگزار شده برخی از این مهارت ها را نتوانسته اندازه بگیرد.

(۲) عدم تاکید کافی در فرآیند پژوهش در خصوص تقویت مهارت های منطقی

شیوه محقق برای تقویت مهارت های منطقی، حفظ برنامه های سنتی در این خصوص و تقویت از طریق فرآیندهای تفکر بود که نتایج به دست آمده چشم گیری به دست نیامد.

(۳) تفاوت در پیش آزمون دو گروه کنترل و آزمایش

طبق جدول ۴-ا، پیش‌آزمون در گروه کنترل و آزمایش بر خلاف دیگر مهارت‌ها دارای تفاوت معناداری است.

در نتیجه با وجود وجود مبنای نظری در خصوص تقویت مهارت‌های منطقی و شواهد به دست آمده در این خصوص به دلیل معنی‌دار نبودن نتایج تحلیل از آزمون‌های آماری، پژوهش‌گر نمی‌تواند فرضیه اول را تایید شده در نظر بگیرد و پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های بعدی، با رفع نقائص، تلاشی جدی برای به دست آوردن معناداری در تقویت یادگیری مهارت‌های منطقی در آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزار صورت گیرد.

سابرامانیان^۱ (۲۰۰۵) با پژوهش بر ۱۳۲۵ دانش‌آموز دبیرستان در چهار مدرسه، دانش‌آموزان در ۲ پیش‌آزمون و ۲ پس‌آزمون یکی مربوط به تفکر منطقی و یکی اثبات. وی تفاوت عمده‌ای در اثر استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر اثبات پیدا نکرد. اما تفاوت جزئی در تفکر منطقی یافت. هم‌چنین وی دریافت استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر دانش‌آموزان سطح بالا در یادگیری اثبات در پس‌آزمون تاثیراتی داشته است. مویر^۲ در بررسی خود با نرم‌افزار اسکچ‌پد تفاوت چندانی در افزایش سطح تفکر در مراحل ون هیل نیافت.

در مجموع همان‌طور که از نتایج جدول جدول ۴-ک مشاهده می‌شود، آزمون آنکوا نشان می‌دهد، بین یادگیری مهارت‌های منطقی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود ندارد. بنابراین با وجود رشد مختصر در یادگیری مهارت‌های منطقی بر اساس اطلاعات آماری کمی و وجود شواهدی کیفی متعددی در خصوص تاثیرگذاری بر مهارت‌های منطقی دانش‌آموزان وجود دارد. فرضیه‌ی اول پژوهش تایید نمی‌شود.

¹ Subramanian

² Moyer

۵.۱.۲ فرضیه دوم پژوهش: مهارت‌های دیداری

آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های دیداری مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

دانش‌آموزان در پیش‌آزمون نشان دادند محدودیت‌های زیادی در خصوص تجسم دارند. همچنین آن‌ها اغلب در مورد پدیده‌ی پروتوتایپ دچار مشکلاتی هستند و اصطلاحاً به نحوه‌ی قرار گیری شکل وابسته هستند. پس از طی دوره‌ی آموزشی دانش‌آموزان گروه آزمایش رشد قابل توجهی داشتند که بر اساس طبقه‌بندی بلوم می‌توان یادگیری آن‌ها را به صورت زیر تبیین کرد.

دانش‌آموزان در حوزه‌ی اهداف شناختی قادر به تشخیص درستی از اشکال هندسی بودند و توانایی تجسم بسیار خوبی پیدا کرده بودند. به طوری که در کلاس درس عادی مراحل رسم در محیط نرم‌افزار را با دقت و با بیان کردن ابزارهای مورد استفاده قرار گرفته بر اساس تجسمی قوی مطرح می‌کردند. بر اساس نظریه‌ی برونر آن‌ها در بازنمایی تصویری به حد بالایی از توانمندی رسیده بودند. دانش‌آموزان بدون زحمت مطالب را یاد می‌گرفتند و حفظ می‌شدند. به لحاظ عاطفی نیز نسبت به موضوعات و به خصوص وضعیت‌های انیمیشن ابراز علاقه‌ی فراوان می‌کردند. در حوزه‌ی حسی حرکتی نیز دارای مهارت‌های کافی شده بودند. به تعبیر خود آن‌ها ذهنشان جئوجبرایی شده بود!

تقویت مهارت‌های دیداری متاثر از تقویت دیگر مهارت‌های هندسی

بر اساس مشاهدات صورت گرفته تقویت هر یک از مهارت‌های هندسه بر تقویت مهارت‌های دیداری به گونه‌ای تاثیر می‌گذارد. به این ترتیب که با مهارت‌های منطقی که دانش‌آموز پیدا کرده، دست به تشکیل روابط پیچیده در حوزه اشکال فضایی می‌زند. از نمونه‌ی این اثرات می‌توان طراحی و تولید انیمشین و بازی‌های ساده هندسی نام برد. از طرفی ایجاد نظم فکری در قضایای حساب و هندسه، می‌تواند موجب برانگیختن حس زیبایی شناختی انسان شود.^۱ (صیادی) این حس که از ابعاد هوش هیجانی است تاثیرات بسزایی در تقویت مهارت‌های دیداری دارد. از طرفی افرادی که از مهارت‌های کلامی بالایی برخوردار هستند، عموماً، به حیطه ادبیات و هنر علاقه‌مندی نیز دارند. لذا به طور طبیعی دارای مهارت‌های دیداری بهتری نیز هستند. با این توصیف هر فردی که به شکل مناسبی مهارت‌های کلامی خود را ارتقاء دهد، خود به خود به لحاظ دیداری نیز رشد خواهد کرد. و فردی که مهارت ترسیم را به دست آورده یا در جهت کسب آن در تلاش است، با دیدن هر شکل هندسی کلیه فرآیندهای ترسیمی آن را تشخیص داده و تجسم خواهد کرد. افرادی هم که تجربه‌های ترسیمی فراوانی دارند، با هدایت آگاهانه می‌توان آن‌ها را ترغیب به توصیف تصویری عملیات ترسیمی کرد که این موجب رشد مهارت‌های دیداری می‌شود. و نهایتاً دانش‌آموزی که با تعداد زیادی

از کاربردهای هندسی آشنا شده است، نحوه عملکرد آن‌ها را تشخیص می‌دهد دائماً در پی طراحی‌های جدید به صورت ذهنی خواهد بود. از طرفی با دیدن کاربردهای مختلف هندسه در زندگی واقعی و در صنعت دائماً شیوه عمل و دستگاه‌ها را در ذهن تجسم خواهد کرد.

هودانبوسی^۱ (۲۰۰۱) در پژوهش خود بین ۲۷۳ نفر از دانش‌آموزان پیاپی اول دوره دبیرستان و مقایسه یادگیری آن‌ها با محیط‌های آموزشی مبتنی بر نرم‌افزار هندسه‌ی پویا دریافت که بهره‌ی یادگیری در محیط‌های نرم‌افزار از محیط‌های بدون نرم‌افزار بیشتر است. وی عوامل اصلی آن را در بازخورد سریع هنگام ترسیم در نرم‌افزار و توجه به فرآیندهای دیداری دانست.

برای بررسی نحوه‌ی تاثیر استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا نیز کارشناس آموزش ریاضی این گونه توضیح می‌دهد:

استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا قدرت تجسم رو بالا می‌برد. یکی از دانش‌جویانی که در تحقیق مشابه از نرم‌افزار میپل^۲ برای یادگیری انتگرال دوگانه استفاده کرده بود، ذهنم میپلی شده. در واقع عملیات نرم‌افزاری در ذهن شکل می‌گیرد. موجب تقویت پیش‌بینی و حدس می‌شود، پیدا کردن الگوها برای روابط و موجب پیدا کردن برآورد از روابط جبری می‌شود.

وی در خصوص نقش تجسم در یادگیری نیز چنین می‌گوید:

دو نوع فرآیند تجسمی وجود دارد. تصور و تصویر گرفتن. هر دوی این موارد می‌تواند در یادگیری مورد استفاده قرار گیرد. دانش‌آموز با حواس پنج‌گانه خود یک نوع دید نسبت به مسئله پیدا می‌کند. بنابر این بصیرت تنها با چشم اتفاق نمی‌افتد. دانش‌آموز پس از طی مراتبی می‌تواند تصویر ذهنی خود را از حس‌های فیزیکی خود تا حدی مستقل کند. و تصویری در ذهن خود تجسم کند که مستقل از حواس باشد. در واقع ما در موسیقی نیز نوعی تجسم داریم.

در مجموع مطابق جدول ۴- ل بین یادگیری مهارت‌های دیداری گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۲ پژوهش تایید می‌شود. شواهد به دست آمده در حین پژوهش نیز فرضیه‌ی ۲ را تایید می‌کنند.

¹ Hodanbosi

² Maple

۵.۱.۳ فرضیه‌ی سوم پژوهش: مهارت‌های کلامی

آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های کلامی مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

نتایج کمی به دست آمده در پیش‌آزمون در دو گروه ضعف قابل توجه دانش‌آموزان در حوزه‌ی مهارت‌های کلامی را نشان می‌دهد. دانش‌آموزان در آن مرحله حتی لزومی به ارائه توضیح در مورد کارهایی که انجام می‌دهند نمی‌دیدند. گروه آزمایش پس از طی دوره‌ی آموزشی موفقیت‌های چشم‌گیری در این خصوص به دست آورده است. که در قالب حوزه‌های تفکیک شده اهداف یادگیری بلوم ارائه می‌گردد.

زبان دانش‌آموزان در پایان دوره کاملاً باز شده بود و نسبت به بیان اصطلاحات تسلط خوبی داشتند. از طرفی در توضیح فعالیت‌هایی که انجام می‌دادند مشکل خاصی نداشتند. آن‌ها از دلایل این رشد را استفاده‌ی مکرر از اصطلاحات و وجود موقعیت‌های فراوان گفتگو می‌دانستند. در حوزه‌ی اهداف عاطفی نیز دانش‌آموزان به بیان توضیحات راغب بودند و به موضوع توصیف توجه کردند. بر اساس شواهد صورت گرفته آن‌ها به تاثیر همراه شدن توصیف در کنار اثبات صراحتاً اذعان داشتند. به لحاظ حسی - حرکتی نیز به دلیل تکرار استفاده دانش‌آموزان از مهارت‌های خوبی برخوردار بودند.

تقویت مهارت‌های کلامی متاثر از تقویت دیگر مهارت‌های هندسی

بر اساس مشاهدات صورت گرفته تقویت هر یک از مهارت‌های هندسه بر تقویت مهارت‌های کلامی به گونه‌ای تاثیر می‌گذارد. به این ترتیب که با توسعه مهارت‌های منطقی و نظم ذهنی، امکان رشد مهارت‌های کلامی نیز به وجود می‌آید. این موضوع توسط صیادی به این شکل تایید می‌شود:

از عوامل مهم در تقویت ادبیات وجود ریتم و ادراک صحیح از زمان است. (صیادی)

هاداس و هرشکودیتس (۱۹۹۹) معتقدند تنها چیزی که باعث ترغیب دانش‌آموزان در اثبات می‌شود، توضیح مساله است. آن‌ها اعتقاد دارند فعالیت تفسیر مطالب باعث می‌شود دانش‌آموزان در یادگیری خود فعال‌تر شوند. آن‌ها در تحقیق خود اعلام می‌دارند:

عدم اطمینان شاخصه‌ای مهم است که از عدم توانایی دانش‌آموزان در تکمیل تفسیر ناشی می‌شود.

ممکن است پایان بردن یک ترسیم به نظر ممکن بیاید اما در واقع این طور نیست.

بسیاری از دانش‌آموزان هنگام بیان یک اثبات یا فرآیند یا تصویر ذهنی خود از یک مسئله هندسی تصویر ذهنی را در ذهن مجسم کرده و با دیدن دائم این تصویر توصیف خود را تدریجاً تکمیل خواهند کرد. که این موضوع نشان از تاثیر گذاری مهارت‌های دیداری بر مهارت‌های کلامی است. از طرفی دانش‌آموزان هنگام کار با وسایل رسم چه به صورت مجازی چه واقعی، از اصطلاحات مختلف هندسی بهره می‌گیرند. و این موجب می‌شود به سطوح مورد انتظار در مهارت‌های کلامی برسند. همچنین در صورتی که از دانش‌آموزانی که تجارب زیادی در انجام ترسیم دارند، بخواهیم که مراحل ترسیم را بازگو کنند، رشد مهارت‌های کلامی امکان پذیر خواهد شد. استفاده از اصطلاحات فنی دستگاه‌ها موجب تقویت مهارت‌های کلامی می‌شود.

بخش‌علی‌زاده نظر خود را در خصوص نقش زبان و تقویت مهارت‌های کلامی چنین مطرح می‌کند.

ویگوستکی و پیائزه در مورد نقش زبان /اختلاف نظر دارند. ویگوستکی معتقد است زبان ابزار تفکر است و پیائزه معتقد است زبان به تفکر کمک می‌کند. در اینجا نرم‌افزار به مثابه یک زبان تلقی می‌گردد. در خصوص باید مطالعات گسترده‌تری صورت گیرد.

در مجموع مطابق جدول ۴- م بین یادگیری مهارت‌های کلامی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۳ پژوهش تایید می‌شود. شواهد به دست آمده در حین پژوهش نیز فرضیه‌ی ۳ را تایید می‌کنند.

۵.۱.۴ فرضیه‌ی چهارم پژوهش: مهارت‌های ترسیمی

آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های ترسیمی مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

مطابق نتایج به دست آمده از تجزیه و تحلیل کیفی داده‌ها دانش‌آموزان در ابتدای سال تحصیلی، در در انجام ترسیم شکل‌های هندسی وابستگی‌های اضافه‌ای را به ترسیم وارد می‌کردند و با اصول ترسیم آشنایی کافی نداشتند. نتایج کمی در پیش‌آزمون نیز این موضوع را تایید می‌کند.

پس از دوره‌ی آموزشی، دانش‌آموزان گروه آزمایش تجارب مختلفی از ترسیم را کسب کردند و در مقایسه با گروه کنترل، پیشرفت‌های چشم‌گیری داشتند. این رشد را بر اساس حوزه‌های اهداف بلوم مورد بحث قرار می‌دهیم. دانش‌آموزان با استفاده‌ی وافر از وسائل رسم در دو محیط واقعی و مجازی، نسبت به اصول هندسی در ترسیم کاملاً آشنا شدند و بعضاً می‌توانستند مراحل رسم را به طور ذهنی انجام دهند. از لحاظ عاطفی نیز با انگیزه‌های شخصی در منزل رسم‌های کتاب را انجام می‌دادند و نسبت به انجام آن هیجان زده می‌شدند. از طرفی آن‌ها پس از مدتی کار با نرم‌افزار در پیاده‌سازی ترسیم‌های هندسی سرعت عمل بالایی پیدا کرده بودند. وجود ابزارهای ترسیم فراوان نیز به آزادی عملی آن‌ها کمک کرده و نحوه برخورد و عملکرد دانش‌آموزان بر ادراکات ریاضی دست‌آوردهای غیر منتظره‌ی ریاضی‌ای را ایجاد کرده است.

تقویت مهارت‌های ترسیمی متأثر از تقویت دیگر مهارت‌های هندسی

بر اساس مشاهدات صورت گرفته تقویت هر یک از مهارت‌های هندسه بر تقویت مهارت‌های ترسیمی به گونه‌ای تاثیر می‌گذارد. چرا که انجام یک ترسیم صحیح مستلزم داشتن نظم و دقت و الگوریتم پیاده سازی است. فردی که منطقی می‌اندیشد قادر خواهد بود در ترسیم‌های خود اصول منطقی را به درستی انجام داده و امکان انجام ترسیم‌های ترکیبی را نیز پیدا می‌کند. افراد با داشتن مهارت‌های دیداری در حد بالا پیش از اجرای طرح ترسیم خود قادر خواهند بود سناریوی اجرایی ترسیم را تجسم کنند. از طرفی شناخت اصطلاحات فنی، و تسلط بر توصیف‌های هندسی امکان توسعه این مهارت را افزایش می‌دهد. و شخصی که به حد مناسبی از مهارت‌های کاربردی رسیده باشد، می‌تواند در یادگیری کاربردهای هندسی دست به پیاده سازی مدل دستگاه مورد نظر زده و پیش از ساخت دستگاه آن را بیازماید. یکی از مهم‌ترین فعالیت‌های جذاب آموزشی، ساخت دستگاه‌های ترسیمی است. مانند بیضی‌کش و پانتوگراف. علاقه‌مندان به مهارت‌های کاربردی به اصول ترسیمی مراجعه کرده و مهارت‌هایی در این خصوص کسب می‌کنند.

در ارزشیابی فعالیت‌ها یکی از معیارها در سنجش این مهارت سرعت عمل دانش‌آموزان بود. که نتایج شگفت‌آوری در این حوزه در پس‌آزمون به دست آمد. از دلایل موفقیت دانش‌آموزان امکان خودارزیابی فعالیت‌ها بود. هودانبوسی^۱ (۲۰۰۱) در پژوهش خود بین ۲۷۳ نفر از دانش‌آموزان پایه‌ی اول دوره‌ی دبیرستان و مقایسه یادگیری آن‌ها با محیط‌های آموزشی مبتنی بر نرم‌افزار هندسه‌ی پویا دریافت علت اصلی تاثیر گذاری نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بر یادگیری در بازخورد سریع هنگام ترسیم در نرم‌افزار و توجه به فرآیندهای دیداری است. وی نشان داد دانش‌آموزانی که در معرض نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا بودند در یادگیری ایده‌های اولیه هندسه و ترسیم به طور ویژه‌ای نسبت به کسانی که با ابزار سنتی مانند خط‌کش و پرگار و نقاله کار می‌کردند موفق تر بودند.

بررسی مهارت یک دانش‌آموز در رسم اشکال هندسی عملی مو شکافانه و ظریف است. ممکن است در برخی موارد نتیجه‌ی کار آن‌ها دقیقاً با استانداردهای ترسیم مطابق نداشته باشد. دانیل شر (۲۰۰۲) معتقد است در چنین شرایطی باز هم کار حاصل شامل ویژگی‌های ریاضی بوده و ارزش خود را از دست نمی‌دهد. هنگامی که دانش‌آموزی مربعی را رسم کند که ویژگی‌های خود را حفظ کند، باید کار وی مورد تحسین و پذیرش قرار بگیرد. در شیوه‌ی آموزشی مبتنی بر ساختن‌گرایی، ارزیابی از طریق بررسی فرآیند تفکر دانش‌آموز و با توجه به مستندات، یادداشت‌های روزانه و انعکاس یادگیری صورت می‌گیرد. در این رویکرد دانش‌آموزان جهت خلق محیط‌های حل مسئله تشویق می‌شوند.

لابرد و ورگاند، (۱۹۹۴) معتقدند نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا طرز فکر خاصی را ارائه می‌دهد. این ویژگی و طرز فکرها با فعالیت دانش‌آموزان در تعامل است و قابلیت یادگیری آن‌ها را افزایش می‌دهد. آن‌ها در این رابطه این‌گونه بیان می‌کنند:

نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا تفاوتی را که معمولاً در آموزش هندسه فراموش می‌شود، نشان می‌دهد. این تفاوت میان "کشیدن" یک شکل و "طراحی" آن است. دوال، (۱۹۹۰) می‌گوید: "یک طرح هندسی متعلق به یک فرضیه است در حالی که کشیدن یک شکل مدلی از آن روی کاغذ یا رایانه است." در این نرم‌افزارها دانش‌آموزان مقید به ترسیم صحیح اشکال مطابق ابزارهای ارائه شده در آن هستند. به این ترتیب کار آن‌ها در این محیط موجب رشد مهارت‌های مختلف خواهد شد.

در مجموع طبق جدول جدول ۴- ن بین یادگیری مهارت‌های ترسیمی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۴ پژوهش تایید می‌شود. شواهد به دست آمده در حین پژوهش نیز فرضیه‌ی ۴ را تایید می‌کنند.

¹ Hodanbos

۵.۱.۵ فرضیه‌ی پنجم پژوهش: مهارت‌های کاربردی

آموزش غنی شده به کمک نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در یادگیری مهارت‌های کاربردی مقایسه با محیط آموزشی سنتی بیش‌تر و موثرتر است.

در ارتباط با درک دانش‌آموزان در مورد کاربرد هندسه، می‌توان گفت پیش از آموزش در محیط‌های نرم‌افزاری هندسه‌ی پویا فهم دانش‌آموزان از هندسه کلی و مبهم بود و دقیقاً نمی‌دانستند هندسه در زندگی امروز و آینده آن‌ها چه کاربردی دارد. آن‌ها حتی به وسایل ساخته شده در زندگی روزمره که با اصول هندسی ساخته شده و در حالی که درس آن را خوانده بودند تا کنون توجه نکرده بودند. اما پس از آموزش یادگیری دانش‌آموزان در حوزه‌ی مهارت‌های منطقی رشد داشت. این رشد را می‌توان بر اساس حوزه‌ی اهداف یادگیری بلوم مورد ارزیابی قرار داد.

دانش‌آموزان پس از آموزش در هر از مباحث آموزشی حداقل سه کاربرد از هندسه را می‌دانستند و از موارد خاص کاربرد به موضوعات زیر اشاره کردند.

- در بعضی وسایل ورزشی در پارک‌ها کاربرد دارد.
- یا ماشین‌هایی که در زندگی روزمره از آن‌ها استفاده می‌کنیم مثل ترازو.
- در ساخت میز نقشه‌کشی کاربرد دارد.
- در ساخت بالابر کاربرد دارد.
- در ماشین‌های راه‌سازی هندسه کاربرد دارد.
- هندسه در طراحی ماشین مثلاً فرمان ماشین کاربرد دارد.

در حوزه‌ی اهداف عاطفی نیز در مواردی که در محیط نرم‌افزاری نمونه‌های کاربردی به دانش‌آموزان نشان داده می‌شد، دیدن کاربردها برایشان بسیار جالب و هیجان‌انگیز بود. آن‌ها از مشاهده تصاویر پویا به شکل اپلت بر روی صفحه‌ی رایانه لذت می‌بردند و بعضاً متعجب می‌شدند. و برخی از آن‌ها درخواست کردند فایل آن را بگیرند. دانش‌آموزان در این محیط به لزوم یادگیری کاربردهای هندسه نیز اشاره می‌کردند. و خود در منزل برای بررسی ایده‌های کاربردی خود از هندسه از نرم‌افزار برای شبیه‌سازی استفاده می‌کردند. توجه آن‌ها به کاربرد هندسه در دنیای واقعی کاملاً جلب شده بود. به لحاظ حوزه‌ی اهداف حسی- حرکتی نیز آن‌ها در پایان سال با تسلط بر نرم‌افزار اقدام به مدل‌سازی وسائل واقعی مثل ترازو اقدام می‌کردند. و با توجه به وجود قابلیت‌های زیاد نرم‌افزار به انجام فعالیت‌هایی برای تجربه‌ای و اکتشاف رو آورده و آن را به سرعت پیاده سازی می‌کردند.

تقویت مهارت‌های کاربردی متاثر از تقویت دیگر مهارت‌های هندسی

شواهد کیفی نشان داد هر از مهارت‌های هندسه به گونه‌ای بر تقویت مهارت‌های کاربردی تاثیر می‌گذارد. پولیا این تاثیر را در حوزه مهارت‌های منطقی می‌تواند این گونه توضیح می‌دهد:

از نتایج ذهن منطقی نگاه عمل‌گرایانه به مفاهیم و مهارت‌های آموخته شده است. و دانش‌آموزی با سطح تفکر منطقی بالا به طور طبیعی به این سمت سوق داده می‌شود. از طرفی اصول منطقی در طراحی وسایل، مورد استفاده قرار می‌گیرند. عادی‌ترین و معمولی‌ترین شیوه استفاده از ریاضیات به کارگیری روش‌های استدلالی و منطقی عقلانی در حل مسایل روزمره است. وقتی یک مسأله عملی را حل می‌کنیم، از آن مسأله عملی، ابتدا باید یک مسأله انتزاعی درست کنیم. (پولیا)

از طرفی تقویت بخش عمده‌ای از مهارت‌های کاربردی به مهارت‌های دیداری بر می‌گردد. تشخیص عناصر اصلی هندسی در وسیله از آن جمله است. دانش‌آموزی که به سطوح بالای مهارت دیداری رسیده باشد می‌تواند اجزاء و ویژگی‌های هندسی به کار رفته در وسیله را تشخیص داده و یا حتی پیش از عملکرد دستگاه حرکت آن را پیش بینی کند. از طرفی دانش‌آموزان با طی مراتب مختلف مهارت‌های دیداری و اشباع این مهارت‌ها میل به استفاده کاربردی از این یافته‌های خود خواهند کرد. در این خصوص خانم مهندس بخش‌علی زاده کارشناس آموزش ریاضی طی مصاحبه‌ای نظر خود را بیان می‌کند.

نمونه‌های مختلف از مدل وسیله‌ها در نرم‌افزارها به صورت آماده در اینترنت وجود دارد. به دانش‌آموزان با دیدن این نمونه‌ها نسبت به کاربرد هندسه دید پیدا می‌کنند. به ویژه این که این مدل‌ها در نرم‌افزار دارای حرکت هستند و تا حدی کار می‌کنند.

برای توسعه مهارت‌های کاربردی نیز نیاز به ترسیم مدل واقعی از دستگاه بوده که این نیاز به یادگیری مهارت‌های ترسیمی دارد. شناخت درست از تعاریف و اصطلاحات به یادگیری مهارت‌های کاربردی کمک خواهد کرد. و مهارت‌های کلامی نیز به این ترتیب بر این رشد تاثیر می‌گذارد.

طبق جدول جدول ۴- س بین یادگیری مهارت‌های کاربردی گروه آزمایش و کنترل تفاوت معناداری وجود دارد. بنابر این بر اساس اطلاعات آماری کمی به دست آمده فرضیه ۵ پژوهش تایید می‌شود. شواهد به دست آمده در حین پژوهش در بخش کیفی نیز نتایج به دست آمده در بخش کمی را تایید می‌کند. لذا فرضیه اول پژوهش مورد تایید قرار می‌گیرد.

۵.۲ نتیجه گیری

مطابق جدول ۴- ج می توان استنباط کرد با اطمینان ۹۹ درصد بین گروه کنترل و آزمایش در یادگیری مهارت های هندسی تفاوت معنی داری وجود دارد. در مجموعه پژوهش گر به نتایج زیر رسید:

استفاده از نرم افزارهای آموزشی به تنهایی نمی تواند اهداف یادگیری در کلاس درس را تامین کند. و قرار نیست جایگزین معلم و فعالیت های سنتی کلاس گردد. چرا که بسیاری از فعالیت های انجام شده در کلاس درس سنتی دارای تاثیرات آشکار و پنهان مفیدی است که لزومی به حذف آن نیست. و فعالیت های دیگری برای دانش آموزان مورد نیاز است تا در ریاضیات پیشرفت کنند. نتایج اصلی آن به این ترتیب است:

۱. استفاده نامناسب از نرم افزار هندسه ی پویا ممکن است تغییر معینی در یادگیری فراگیران نداشته باشد. و حتی ممکن است وضع را بدتر هم بکند.
۲. تلفیق هوشمندانه ی نرم افزار هندسه ی پویا با برنامه ی درسی، بهره یادگیری قابل اندازه گیری را ایجاد می کند. (اگر چه اندازه گیری این که بهره به دست آمده ناشی از فن آوری است یا مربوط به اصلاح برنامه درسی است، مشکل است. گاولیک)
۳. استفاده از نرم افزار هندسه ی پویا برای درک مفهومی می تواند به یادگیری آیی عمیق منجر شود.
۴. استفاده از نرم افزار هندسه ی پویا می تواند برخی از فعالیت های یادگیری را تسهیل کند. به عنوان مثال در شبیه سازی و یا به تصویر کشیدن و شاید برخی از اثبات ها.

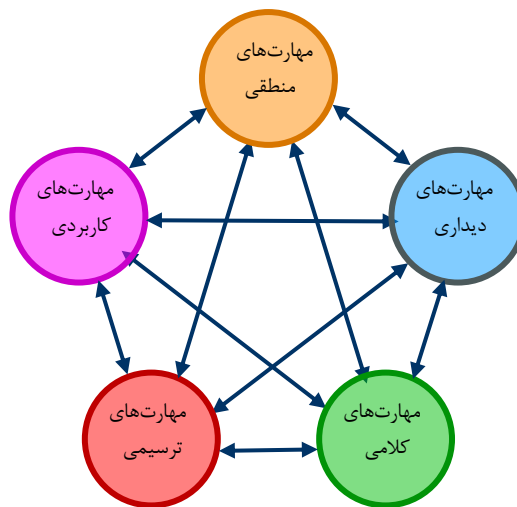
تعریف یک کلاس خالص هندسه ی پویا هر چند برخی مهارت های آموزشی را تقویت می کند، اما در برخی موارد دیگر مشکلاتی را هم فراهم می آورد. و ایجاد تغییر ناگهانی با این شدت، موجب ایجاد اختلالات فراوان در یادگیری دانش آموزان می شود. پس مناسب تر دیده شد، یک چهارم کلاس های سنتی در کارگاه رایانه و کارگاه ابزار هندسه پویا، اجرا شود. و در سه چهارم دیگر معلم با حفظ اصول کلی آموزش های متداول، سعی در تزریق مفاهیم هندسه ی پویا در کلاس عادی کند. به این ترتیب هم دانش آموزان به دلیل تغییر جزئی در شیوه اجرای آموزش دچار سردرگمی نمی شوند، هم معلم به میزان درک خود از مفاهیم مطرح در هندسه پویا، خواهد توانست کلاس درسی خود را به تدریج متحول کند. از طرفی دیگر اجرای برنامه آموزشی حساب شده شرایط تعمیم این نحوه تلفیق را برای مدارس با شرایط مشابه فراهم خواهد آورد. تجربه نیز نشان داده است استفاده از شیوه های آموزشی تلفیقی^۱ بهره آموزشی مناسبی را فراهم می آورد.

این پژوهش دستاوردهای فرعی دیگری نیز در پی داشت در این بخش مطرح می گردد:

¹ Blended learning

۵.۲.۱ تاثیر متقابل مهارت‌های یادگیری

با توجه به شواهد به دست آمده در فصل چهارم و بحث صورت گرفته پژوهش‌گر متوجه شد یادگیری هر یک از مهارت‌های هندسه با یادگیری مهارت‌های دیگر در ارتباط بوده و موثر و تاثیرگذار است. این ارتباط را می‌توان در نمودار زیر نشان داد.



نمودار ۵-۱: تقویت متقابل مهارت‌های یادگیری در محیط‌های هندسه پویا

بخش‌علی زاده نظر خود را در پاسخ به سوال پژوهش‌گر چنین مطرح می‌کند:
 پژوهش‌گر تقویت یک مهارت یادگیری با مهارت‌های دیگر در ارتباط بودند و به تعبیری این‌ها لازم و ملزوم هم بودند. در این رابطه چه چیزی به نظر شما می‌رسد؟
 کارشناس در یادگیری معنی‌دار شبکه‌های مفهومی با لحاظ کردن حوزه وسیع‌تری از مهارت‌های یادگیری پوشش بهتری از یادگیری را فراهم می‌کنند.

نتیجه‌گیری قطعی در این خصوص مستلزم انجام پژوهش‌های دیگری است. در این جا تنها این عامل را می‌توان در تایید فرضیه‌ی اصلی پژوهش موثر دانست.

۵.۲.۲ ارتباط متقابل اهداف یادگیری

در هدف‌نویسی با روی‌کرد رفتاری و شناختی، عموماً یکی از حوزه‌های اهداف یادگیری انتخاب و بر اساس آن اهداف تعریف می‌شوند. این در حالی است که این حوزه‌ها با یکدیگر در ارتباط تنگاتنگ هستند. بدیهی است دانش‌آموزی که به مرحله توجه کردن در حوزه اهداف عاطفی نرسیده باشد، نمی‌تواند رشد چشم‌گیری در اهداف شناختی داشته باشد. و فردی که در حوزه اهداف شناختی نتواند درک درستی از آموخته‌ها پیدا کند، به یقین نمی‌تواند احساس موفقیت‌آمیزی از یادگیری پیدا کند و در نتیجه نگرش مثبتی در درس مورد نظر نخواهد داشت. و نوع مهارت‌های لازم در حوزه‌ی اهداف روانی- حرکتی رابطه مستقیم با دانش و احساس یادگیرنده دارد.

اهداف یادگیری، شامل مجموعه معلومات و آموخته‌ها نیستند بلکه مجموعه شبکه‌ها، سبک‌ها و یا سیستم‌های ارتباطی بین آموخته‌ها می‌باشند. ساختار و سازمان تفکر و ذهن هر فرد، حاصل طرح، برنامه، نقشه، تکنیک، تاکتیک، خط مشی و استراتژی است که برای برخورد با یک موضوع با هدایت و حضور معلم در محیط یادگیری مناسب انتخاب می‌کند. محقق در پژوهش حاضر به نحوه تاثیر متقابل حصول این اهداف توجه کرده است. به این معنا که تامین شدن نیازهای عاطفی دانش‌آموز و ایجاد میل به حل مسئله را در کسب اهداف شناختی موثر می‌داند.

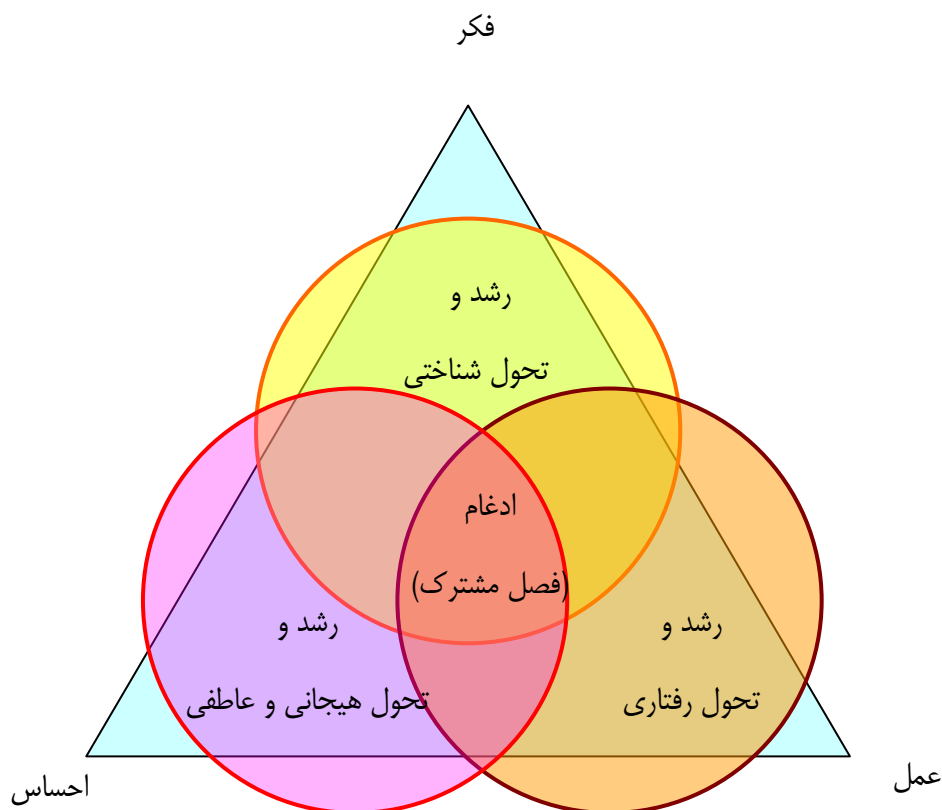
بنابر این در آموزش ریاضی لازم است طراح آموزشی و دبیر مربوطه به نیازهای عاطفی و روانی دانش‌آموزان آگاه بوده و در همه لحظات آموزشی حضور داشته باشد. این نیازها به دو صورت فردی و جمعی در دانش‌آموزان ظهور و بروز می‌کند.

جدول زیر این ارتباط را نشان می‌دهد.

جدول ۵-۱: ارتباط مهارت‌های هندسی و اهداف آموزشی

مهارت‌های هندسی	هدف آموزشی
منطقی	شناختی (فکر)
دیداری	عاطفی (احساس)
ترسیمی	روانی- حرکتی (عمل)
کلامی	شناختی و عاطفی (فکر و احساس)
کاربردی	شناختی و روانی حرکتی (فکر و عمل)

در محیط‌های آموزشی غنی شده به کمک مفاهیم هندسه پویا، دانش‌آموز در محیطی واقع می‌شود که به طور دائم با حوزه‌های مختلفی از اهداف شناختی، عاطفی و روانی- حرکتی مواجه می‌شود. وجود این محیط اشباع، راه دانش‌آموز را برای رسیدن صحیح و مطمئن به همه اهداف هموار می‌کند. در نمودار زیر نحوه هم‌پوشانی اهداف آموزشی نمایش داده شده است. در چنین شرایطی این احتمال وجود دارد دانش‌آموزی در حوزه اهداف آموزشی به موفقیت‌هایی دست پیدا کرده و در پی کسب موفقیت در حوزه‌ی هدفی دیگر نیز واقع شود. در نمودار زیر (آقایار، ص ۱۸) روابط سه حیطه از اهداف آموزشی و نحوه ارتباط متقابل آن‌ها مورد بحث قرار گرفته‌اند.



شکل ۵-ا: تعامل فکر، احساس و عمل و حوزه‌های اهداف آموزشی

بنا بر این توجه طراحان آموزشی به همه جنبه‌های یادگیری اهمیت ویژه‌ای پیدا خواهد کرد. در صورتی که تسهیلاتی در اختیار معلم قرار گیرد و امکانی برای او فراهم شود که بسیاری از موانع موجود در آموزشی برداشته شود، تجربه یادگیری همه جانبه دور از ذهن نخواهد بود. با ترکیب متعادل سه حوزه، فرصت‌های زیادی برای انتخاب دانش‌آموز فراهم خواهد آمد و رشد موثرتری را برای وی در پی خواهد داشت.

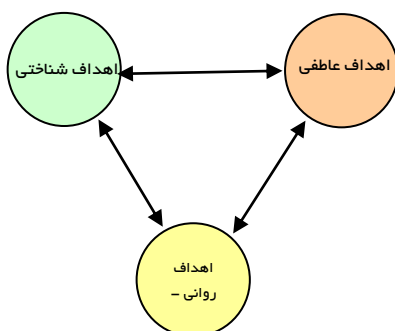
در بررسی نتایج به دست آمده پژوهش‌گر متوجه شد حوزه‌های اهداف یادگیری مطابق نظریه‌ی بلوم با هم تداخل دارند. و رشد هر کدام بر رشد دیگری موثر است. روشن شدن این موضوع بیشتر به دلیل محیط غنی آموزشی مطرح

در این پژوهش بود. پژوهش گر توجهات خود را در این خصوص به شرح زیر ارائه می‌دهد. بدیهی است ارائه نظریه در این خصوص منوط به انجام پژوهش‌های مفصلی است.

جدول ۵-ب نحوه‌ی تاثیرگذاری متقابل بین حوزه‌های مختلف در اهداف آموزشی (۱-۱)

تاثیر ترتیبی	نحوه تاثیرگذاری
شناختی ← عاطفی	دانش‌آموزی که به حد بالایی از اهداف شناختی دست پیدا کرده است، از خود احساس رضایت داشته و اعتماد به نفس خوبی پیدا می‌کند.
شناختی ← روانی حرکتی	تسلط ذهنی و علمی از مسائل دانش‌آموزان را به طور طبیعی به سوی کاربردی کردن و به کار بستن آموخته‌ها فرا می‌خواند و دانش‌آموز برای به عمل در آوردن یافته‌های دانشی خود میل پیدا می‌کند.
عاطفی ← شناختی	فرد با انگیزه و تعهد، با پذیرش ساختارهای آموزشی، با انجام برنامه‌ریزی‌های حساب شده، با کنجکاوی تمام بهترین شیوه را برای یادگیری اهداف شناختی را انتخاب می‌کند.
عاطفی ← روانی حرکتی	فردی که به لحاظ عاطفی دارای انگیزه، امید و ذوق درونی باشد، برای رسیدن به اهداف خود، مراحل دشوار یادگیری را با شوق طی می‌کند. و برای رسیدن به هدف امید وافر دارد.
روانی حرکتی ← شناختی	فردی که بارها و بارها ابزار آموزشی خاصی را مورد استفاده قرار گرفته است، حال به یادگیری اصول علمی و ذهنی موضوع علاقه مند شده و برای فهمیدن آن تلاش خواهد کرد.
روانی حرکتی ← عاطفی	فردی که توانمندی بالایی در حوزه روانی حرکتی پیدا کرده، دارای احساس خوبی از خود بوده و میل به سپری کردن خرده اهداف عاطفی را با هدایت معلم پیدا خواهد کرد.

هر کدام از مراحل فوق یک مرحله تحولی محسوب می‌شود. یعنی دانش‌آموز در هر هدفی که توفیقاتی پیدا کرده تنها ممکن است به مرحله بعدی سوق پیدا کند. با فراهم شدن شرایط مساعد و اختیار خود فرد و در کنار هدایت صحیح معلم، این امکان تقویت پیدا خواهد کرد. از طرفی لازم نیست یک دانش‌آموز به اوج یک حوزه از اهداف برسد تا بخواهد از تاثیر آن بر هدف دیگر بهره مند شود. بلکه هر توفیقی به هر میزان به همان نسبت امکان حصول اهداف دیگر را به نسبت بیشتر می‌کند.



نمودار ۵-ب: حوزه‌های اهداف یادگیری

جدول زیر این نحوه رشد تحولی را توضیح می‌دهد.

جدول ۵-ج: نحوه‌ی تاثیرگذاری متقابل بین حوزه‌های مختلف در اهداف آموزشی (۱-۲)

تاثیر ترتیبی	نحوه تاثیرگذاری
شناختی و عاطفی ← روانی - حرکتی	فرد دانا و با انگیزه، میل زیادی در به کار بستن آموخته‌ها داشته و با کنجکاوی مراحل اهداف روانی - حرکتی را طی خواهد کرد.
روانی - حرکتی و عاطفی ← شناختی	فردی که در کار با حواس خود توانی‌های لازم را اخذ کرده و دارای نگرش مثبتی به کار خود است، با کنجکاوی وصف ناپذیر به دنبال شناخت ابعاد علمی موضوع گام خواهد برداشت.
شناختی و روانی - حرکتی ← عاطفی	دانش‌آموزی که از دارای سواد خوبی بوده و توانسته آموخته‌های خود را در عمل به کارگیرد، نسبت به خود احساس رضایت کامل پیدا کرده و نگرش مثبتی به موضوع درسی خواهد داشت.

و نهایتاً این امکان وجود دارد دانش‌آموز با انگیزه در محیطی مناسب تحت هدایت معلمی که تمام مراحل یادگیری را به درستی پیش می‌برد، تمامی اهداف یادگیری در عالی‌ترین حد متصور خود حاصل شود. دانش‌آموز با سواد و با انگیزه‌ای که در عمل نیز توانسته توفیقات مهارتی خوبی به دست آورد، از آموخته‌های خود لذت برده و با انرژی فزاینده علاقه مند به توسعه دامنه یادگیری خود می‌شود. با این توصیف بیشترین انگیزه برای یادگیری زمانی است که دانش‌آموز، در مرحله پیشین یادگیری توانسته باشد تجربه‌ای موفق از یادگیری را در سه حوزه اهداف آموزشی کسب کرده باشد. و این جایگاه سکویی برای رسیدن به موفقیت‌های بعدی خواهد بود.

بهین آئین (۱۳۸۳) در خصوص توجه به اهداف عاطفی چنین می‌گوید:

علی‌رغم تمامی تلاش‌ها در ارتقای سطح آموزش و فرآیند یادگیری، اگر فضای عاطفی و روانی کلاس مناسب نباشد، معمولاً نتیجه، چندان مفید به فایده نخواهد بود. اگر معلم حضور و وجود خود را در فضایی دوستانه و محبت آمیز به عنوان فردی برای کمک و مساعدت و تسهیل یادگیری دانش‌آموزان به اثبات نرساند، یادگیری شکل اجبار و تحمیلی به خود می‌گیرد. روش‌های فعال، امکان فراهم کردن چنین فضای مناسبی را فراهم می‌سازد.

پژوهش‌گر نظر کارشناس آموزش ریاضی را در این خصوص جویا شد.

پژوهشگر در هدف نویسی به شکل سنتی اهداف شناختی بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرند و هیجانات دانش‌آموزان کمتر اشاره می‌شود. نظر شما راجع به هدف‌های حاصل شده در محیط‌های هندسه پویا چیست؟

کارشناس هدف‌های آموزشی در نظریات رفتارگرایی بیشتر حول رفتارهای عینی دانش‌آموزان بوده است. در شناخت گرایی نیز هدف‌ها بیشتر هدف‌های دانشی محسوب شده‌اند. در واقع در این نوع رویکرد فرآیندها مغفول مانده‌اند.

۵.۲.۳ تجرد و شهود در هندسه

این ارتباط در سطوح بالای تفکر منطقی مشهود می‌شود. در تجسم‌های ترکیبی و پیچیده وجود الگوریتم‌های منطقی و ترتیب و دسته‌بندی و ریتم از اهمیت فراوانی تبعیت می‌کند. مشاهده و فعالیت مداوم بر تصاویر هندسی موجب نظم بخشی ذهن می‌شود. از طرفی دانش‌آموزانی که قصد اثبات مسائل را پیش از درک مفهوم آن را پیدا کنند، شرایط دیدن واقعیت مسئله را فراهم می‌آورد. در محیط‌های غنی شهودی مانند نرم‌افزارهای هندسه پویا، دانش‌آموزان قادر خواهند بود مثال‌های متعددی از مسئله را تجربه کنند و نسبت به درستی مسئله اطمینان نسبی پیدا کنند.

از طرفی دانش‌آموزان پس از دیدن مثال‌های متعدد، راغب می‌شود به یک قاعده کلی برسد. لذا فرآیند AC به تدریج شکل گرفته و آن‌ها مایل به کشف ساختارهای منطقی و انتزاعی از قاعده کلی به دست آمده می‌کنند. در صورتی که این امر با هدایت آگاهانه و دقیق معلم همراه شود، دانش‌آموزان با توجه به شرایط سنی و انگیزشی خود به نهایت حد ممکن در کسب مهارت منطقی خواهد رسید.

پژوهش‌گر در کلیه‌ی فرآیندهای آموزشی خود متوجه لزوم نوعی تعادل بین دو جنبه‌ی تجرد و تجسم شد.



شکل ۵-ب: پر کردن شکاف بین منطق رسمی و شهود فضایی

۵.۳ توصیه‌ها و پیشنهادات

محقق از دید یک معلم با سابقه هندسه راهنمایی که از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در برنامه درسی هندسه راهنمایی استفاده کرد و مطالعاتی که روی تاثیر متقابل یادگیری دانش‌آموز و سایر عوامل در وضعیت‌های مختلف آموزشی دارد، بر این اساس توصیه‌ها و پیشنهادهای خود را برای معلمینی که علاقه‌مند به استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در کلاس درس هستند، برای برنامه‌ریزان درسی و برای پژوهش‌گران ارائه می‌دهم.

عوامل موجود برای استفاده از شیوه‌ی آموزش در دیگر موقعیت‌های آموزشی:

۱. انطباق برنامه اجرایی با برنامه درسی مصوب آموزش و پرورش
 ۲. توزیع متعادل کارگاه‌های جایگزین و حفظ شرایط عمومی آموزش در مدارس
 ۳. توجه به سبک‌ها و شرایط مختلف یادگیرندگان در پژوهش
 ۴. استاندارد بودن نرم‌افزار آموزشی به کارگرفته شده
 ۵. پوشش نسبی مطالب درسی در پژوهش
 ۶. استاندارد بودن آزمون‌های برگزار شده.
- از طرفی باید توجه داشت یکی از عوامل مهم در موفقیت این پژوهش امکانات دانش‌آموزان در منزل برای انجام تکالیف خود بوده است. و لذا تعمیم یافته‌ها منوط به ایجاد شرایط اولیه و پیش‌نیازهای آموزشی است.

۵.۳.۱ توصیه برای معلمین هندسه‌ی پویا

استفاده از نرم‌افزار هندسه‌ی پویا عادت‌های تدریس و مهارت‌های حرفه‌ای و تخصصی معلمین را به چالش می‌کشد. معلمی که قصد ورود به این شیوه‌ی آموزشی را دارد، لازم است مدتی شخصاً به کار با نرم‌افزار پرداخته و نگرش خود را نسبت به یادگیری هندسه متحول کند. براساس یافته‌های پژوهش و تجارب خود، پیشنهادهایی برای معلمینی که قصد استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا در کلاس را دارند به شرح زیر جمع‌آوری شده است:

۱. یادگیری استفاده از نرم‌افزار هندسه‌ی پویا و آمادگی پاسخ به سوالات نرم‌افزاری دانش‌آموزان
۲. تقویت بنیه علمی و تخصصی معلم و توسعه کنجکاوی‌های شخصی در کار با نرم‌افزار
۳. استفاده از نتایج پژوهش حاضر و دیگر پژوهش‌های مشابه
۴. اختصاص وقت برای تولید و تهیه محتواهای از پیش آماده
۵. اطمینان از وجود شرایط اجرایی مانند کارگاه رایانه در مدرسه و منزل برای دانش‌آموزان
۶. تنظیم برنامه درسی تلفیقی و همگن از شیوه‌های متداول آموزشی و شیوه هندسه پویا
۷. استفاده از نگرش پویا در کلاس‌های عادی

هر چند در محیط‌های کلاسی عادی با داشتن تنها گچ و تخته، انجام این امر محدود است، اما معلم با خلاقیت خود می‌تواند از این حدود گذشته و این نیاز دانش‌آموزان را تا حدودی در کلاس‌های عادی نیز برآورده کند. یکی از مصداق‌ها برای موثر کردن شهود استفاده از تکنیک‌ها و برنامه‌های مبتنی بر تجسم است. معلم می‌تواند برای دانش‌آموزانی موقعیت‌های بیشماری از تجسم را طراحی کرده و از دانش‌آموزان بخواهد اشکال هندسی را در ذهن تصویر سازی کرده، آن را حرکت دهند، تغییر شکل داده و یا بچرخانند.

هاداس و هرشکودیتس (۱۹۹۹) نیز توصیه کردند البته معلمین باید دقت کنند که دانش‌آموزان شواهدی را که در هندسه‌ی پویا درک می‌کنند به عنوان اثبات رسمی در نظر نگیرند.

کلمنتس - باتیستا (۱۹۹۲)، یروشالمی - کازان (۱۹۹۳) و دی‌ویلی‌یر (۱۹۹۸) نشان دادند که استفاده از نرم‌افزارهای پویا در جهت درک مفاهیم هندسی برای دانش‌آموزان مفید هستند. آن‌ها معتقدند استفاده از نرم‌افزار، کافی نیست. بلکه دانش‌آموزان باید یاد بگیرند علت درست بودن یک مسئله را توضیح دهند.

کاربر ماهر نرم‌افزار هندسه‌ی پویا می‌تواند خطوط ابتدایی ترسیم را محو کند، با دنبال کردن مراحل اشتباهات را تصحیح کند و ترسیم‌های مشکل را به سرعت انجام دهد؛ به هر حال ممکن است فرآیند ترسیم خاص توجه به کل تصویر را منحرف کند و با مراحل چندگانه در فرآیند ذهنی تصویرسازی و ترسیم تداخل کنند.

۵.۳.۲ پیشنهاد برای پژوهش‌های بعدی

۱. جدای از خلاقیت و جذابیت نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا، باید تحقیقاتی مربوط به نوآوری در متحرک‌سازی و تأثیر آموزشی نرم‌افزارهای آموزشی هندسه‌ی پویا مانند جئوجبرا صورت پذیرد.
۲. دانش‌آموزان حاضر در این پژوهش؛ دانش‌آموزان دوره راهنمایی بودند و اطلاعات هندسی آن‌ها محدود بود. در صورتی که این تحقیق بر روی دانش‌آموزان دبیرستان صورت گیرد مشخص می‌شود که آیا دانش بیشتر ریاضیات نتایج متفاوتی خواهد داشت یا خیر. مثلاً، آیا دانش‌آموزان بزرگ‌تر به ثبات و حرکت نقاط هندسی توجه می‌کنند یا خیر؟
۳. دانش‌آموزان ما تا به حال نرم‌افزار جئوجبرا را ندیده بودند و با آن آشنا نبودند. ممکن است فردی بخواهد کاربران نرم‌افزار را مورد تحقیق قرار دهد. آیا دانش‌آموزانی که با این نرم‌افزار آشنا هستند در استفاده از ابزار ترسیم مهارت بیشتری دارند یا خیر؟
۴. این پایان‌نامه بر نرم‌افزار جئوجبرا متمرکز بود. عملکرد برنامه‌های دیگر متفاوت است. این مطالعه می‌تواند دوباره و با استفاده از نرم‌افزار کبری و دیگر نرم‌افزارها اجرا شود. از این طریق می‌توان به ثبات نتایج پی برد.
۵. در این تحقیق نسخه‌ی ۳.۰ نرم‌افزار جئوجبرا (۲۰۰۸) استفاده شده است. نسخه‌ی شماره‌ی ۳.۲ این نرم‌افزار (۲۰۰۹) انعطاف‌پذیری بیشتری را برای ترسیم‌ها در اختیار قرار می‌دهد.
۶. در صورتی که همین پژوهش یک بار دیگر اجرا شود با تجارب به دست آمده، قطعاً به لحاظ کمی و کیفی نتایج بهتری را به دست خواهد داد. لذا تکرار پژوهش با رفع نقاط ضعف آن جداً توصیه می‌شود.
۷. معلمین چگونه می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند که دانش به دست آمده را از طریق اکتشاف با نرم‌افزارهای پویا یکی کرده و ارتباط برقرار کنند؟
۸. ما چگونه می‌توانیم به دانش‌آموزان استفاده کنند از مفاهیم متقارن در استدلال و نوشتن اثبات را به دانش‌آموزان درس دهیم؟
۹. دانش‌آموزان برای استفاده از نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا مبتنی بر وب در خانه در نبود مداخله معلم چه حمایت مکملی نیاز دارند؟
۱۰. مراحل کار با اشکال پویا چیست و چگونه می‌توان آن به مراحل تفکر را ارتباط داد؟
۱۱. مراحل استدلال شهودی در کار دانش‌آموزان چگونه است و چگونه قابل ارزیابی است؟ چه مهارت‌های دیداری لازم است برای استدلال در اشکال پویا و چگونه ما می‌توانیم در رشد این مهارت‌ها حمایت کنیم
۱۲. چه فعالیت‌ها و تمرین‌هایی می‌تواند به رشد سطوح تفکر هندسی کمک کند؟

۵.۳.۳ پیشنهادهای کاربردی

۱. اولین بهانه ورود دانش‌آموزان به حوزه IT اغلب بازی‌ها و سرگرمی‌هاست. و نگرش آن‌ها نسبت به رایانه نیز بر همین اساس شکل می‌گیرد. یعنی رایانه و حتی اینترنتی را وسیله بازی و سرگرمی می‌دانند. و این نگرش در اولیاء نیز وجود دارد. در صورتی که امکانی ایجاد شود که دانش‌آموزان با آگاهی از این مطلب بهانه‌های ورود مناسب‌تری که هم جنبه علمی داشته باشد و هم از اثرات مخرب اخلاقی به دور باشد را انتخاب کنند، قطعاً تأثیر تربیتی فوق‌العاده‌ای ایجاد می‌شود.
۲. طراحان برنامه‌ی درسی و ناشران آموزشی که قصد دارند در مسیر هندسه‌ی پویا قدم بگذارند بهتر است از تجارب گذشته در استفاده از فن‌آوری در کلاس استفاده کنند. آن‌ها باید به این نکته توجه داشته باشند که ارائه یک فن‌آوری جدید در کتب درسی امری نیست که دفعتاً صورت پذیرد. آن‌ها با وجود این که موقعیت‌های مختلفی برای معرفی این فن‌آوری در اختیار دارند، لازم است مراحل تدریجی توسعه این روش را به دقت برنامه‌ریزی کنند.
۳. در به کارگیری رایانه در تدریس ابتدا هندسه‌ی پویا مطرح شد. سپس به ریاضیات پویا توسعه پیدا کرد. انتظار می‌رود در آینده به موضوعاتی مانند آموزش فیزیک پویا، شیمی پویا، و حتی یادگیری پویا نیز برسیم. لذا به برنامه‌نویسان رایانه‌ای و کارشناسان آموزشی توصیه می‌شود برای طراحی نرم‌افزارهایی از این دست اقدام یا حداقل آمادگی ورود آن‌ها را به عرصه آموزش را پیدا کنند.
۴. این پژوهش می‌تواند برای مدارس که قصد استفاده از فن‌آوری در کلاس‌های درس و فرآیندهای آموزشی را دارند مفید واقع شود.
۵. پیشنهاد می‌شود مبانی نظری یادگیری ریاضی مبتنی بر ریاضیات پویا در دانشگاه‌های تربیت معلم به صورت واحدهای درسی آموزش داده شود.

۵.۴ محدودیت‌های پژوهش

هم اکنون در ایران، تعداد انگشت‌شماری از دانشجویان به انجام تحقیقات دانشگاهی زمینه نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا مشغول هستند. محدودیت منابع و مشکلات برای دسترسی به آن‌ها و مشکلات اجرایی بر تحقق اهداف پژوهشی تاثیر گذار بود. محدودیت‌های پژوهش را می‌توان به صورت زیر فهرست کرد:

۱. در ایران فعالیت پژوهشی خاصی در خصوص نرم‌افزارهای هندسه‌ی پویا صورت نگرفته بود و منابع مناسب انگلیسی نیز به دلیل محدودیت‌های دسترسی به بانک‌های اطلاعاتی در دانشگاه‌ها مقدور نبود. که نهایتاً با تلاش فراوان و صرف زمان، پژوهش‌گر موفق شد از طریق دانشگاه‌های دیگر به این منابع دسترسی پیدا کند.
۲. مبانی نظری و منابع پژوهش در مورد مهارت‌های پنج‌گانه‌ی هندسه به زبان فارسی نایاب و به زبان انگلیسی کم‌یاب بود.
۳. قرار بود طرح در دو مدرسه پسرانه و دو مدرسه دخترانه به اجرا در آید که به دلیل برخی مشکلات اجرایی و نبود معلم متخصص، نهایتاً کار پژوهشی منحصر به یک مدرسه پسرانه شد.
۴. پژوهش‌گر به منظور تهیه‌ی منابع پژوهش و تبادل نظر با کارشناسان در دو کنفرانس آموزشی هندسه‌ی پویا و سیستم‌های جبر رایانه‌ای در کشور اتریش در تیر ۱۳۸۸ ثبت نام کرده بود که به دلیل مشکلات اخذ ویزا لغو گردید. شرکت در این دو کنفرانس می‌توانست بر کیفیت پژوهش اثر مثبت بگذارد.
۵. برای اجرای طرح به علت حساسیت‌های موجود پژوهش‌گر خود ملزم به اجرای طرح بود. و این موضوع کار پژوهشی را زیاد می‌کرد.
۶. قانع کردن مدرسه برای اجرای طرح با مشکلاتی رو به رو بود که البته با حمایت کارشناسان مرتفع شد.
۷. بلند مدت بودن دوره‌ی اجرایی پژوهش، جمع‌آوری و سازمان‌دهی داده‌ها کاری دشوار بود.
۸. ایجاد شرایط مناسب برای دانش‌آموزان طوری که متوجه انجام کار پژوهشی نشوند، دشوار بود و محدودیت‌های در ثبت وقایع به صورت فیلم و تصویر ایجاد می‌کرد.
۹. تهیه‌ی آزمون مناسب برای سنجش مهارت‌ها با توجه به جدید بودن موضوع و محدودیت منابع دشوار بود.
۱۰. سطح ۵ سوالات VHGT دشوار بود و دانش‌آموزان در برگزاری آزمون خسته شدند.
۱۱. محقق در برخی جلسات به دلیل محدودیت‌های زمانی مجبور بود به تنهایی و بدون حضور همکار پژوهشی کارگاه رایانه را اداره کند که این بر کیفیت یادگیری تاثیر می‌گذاشت.
۱۲. قرار بود در طول سال تحصیلی ۱۲ کارگاه رایانه برگزار شود، اما به دلیل تعطیلی‌های پیش‌بینی نشده ۱۰ جلسه برگزار شد. این موضوع بر کیفیت آموزش مباحث درسی پایانی تاثیر منفی گذاشت.

منابع

منابع فارسی

- آقایار، سیروس، (۱۳۸۵) هوش هیجانی، انتشارات سپاهان
- آناستازی، آ. (۱۹۰۸). روان آزمایی. ترجمه: براهنی، محمد تقی (۱۳۷۱). تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
- ادرین الدنو، ران تیلور، (۱۳۸۶) ترجمه: شهرناز بخش علی زاده، آموزش ریاضی به کمک ICT. تهران: انتشارات مدرسه
- افشین منش، میلاد (۱۳۸۶) مشکلات، ضرورت‌ها و دست‌آوردهای ICT،
- بهین آئین، نور الدین (۱۳۸۵) مجله رشد
- ترقی‌جاه، علی (۱۳۸۷)، مطالعه روی‌کرد شکل‌گیری برنامه‌درسی برآمده با الهام از روی‌کرد رجیو امیلیا، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید بهشتی
- دشت بزرگی، زهرا. (۱۳۸۱). مقایسه‌ی روش‌های آموزش خلاقیت مبتنی بر کارکردهای نیم‌کره‌ی راست و هر دو نیم‌کره‌ی مغز. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه الزهرا.
- دلاور، علی. (۱۳۷۸). احتمالات و آمار کاربردی در روانشناسی و علوم تربیتی. تهران: رشد.
- دلاور، علی. (۱۳۷۲). روش‌های آماری در روان‌شناسی و علوم تربیتی. تهران: انتشارات دانشگاه پیام نور.
- دولیتل، ریچارد، ترجمه‌ی: شیخ الاسلامی، محمدحسن، فصلنامه پژوهش و سنجش، سال ۱۰، شماره ۳۳، نویسنده:
- سریواستاوا، پریاموادا، (۱۳۸۲)، ترجمه نوروژی، داریوش، صالحی، اکبر سبک‌های شناختی از دیدگاه تعلیم و تربیت
- سیف، علی اکبر. (۱۳۸۴). روش تهیه پژوهش‌نامه در روانشناسی و علوم تربیتی. تهران: دوران.
- سیف، علی اکبر، فصلنامه تعلیم و تربیت، شماره ۶۵
- شریفی، پاشا (۱۳۸۴) روان‌شناسی هوش و سنجش آن، تهران، پیام نور، چاپ ششم
- شعبانی، (۱۳۸۱) حسن، فنون تدریس پیشرفته
- صیادی فریده (۱۳۸۳) تأملاتی درباره آموزش ریاضیات به کودکان دبستانی
- صیادی فریده (۱۳۸۳) نگاهی به شیوه‌های فراگیری بهینه ریاضیات و کاربرد آن در زندگی
- فدایی فرید (۱۳۸۱)، یونگ و روان‌شناسی تحلیلی او، نشر دانژه
- فردانش، هاشم، فصلنامه علمی پژوهشی علوم انسانی، دانشگاه الزهرا، سال هفتم و هشتم، شماره ۲۴ و ۲۵
- فناخسرو، محبوبه (۱۳۸۵). مقایسه‌ی تأثیر آموزش مبتنی بر هوش‌های چندگانه و آموزش به روش سخنرانی بر میزان یادگیری، یادداری و انگیزش پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی، دانشگاه علامه طباطبائی
- قیصری، سارا (۱۳۸۷)، تأثیر استفاده از سیستم‌های جبر رایانه‌ای (CAS) در یاددهی و یادگیری انتگرال، دانشگاه شهید رجایی
- گلمن، دانیل (۱۳۸۰) هوش هیجانی. ترجمه‌ی: پارسا، نسرین، تهران: انتشارات رشد
- مک‌دونالد، ژانت. (۲۰۰۶) راهنمای عملی یادگیری و تدریس تلفیقی. ترجمه‌ی اسماعیل زارعی زوارکی و وحید صالحی
- (۱۳۸۸). تهران انتشارات دانشگاه علامه طباطبائی
- هومن، حیدرعلی (۱۳۷۶). شناخت روش علمی در علوم رفتاری (پایه‌های پژوهش). تهران: پارسا.

- Aikalay, M. (1993). *The use of computers for independent exploration in precalculus: Effect on attitudes*. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching
- Arzarello, F. (1998), Micheletti, C., Olivero, F., Robutti, O. Paola D. & Gallino, G.. *Dragging in Cabri and modalities of transition from conjectures to proofs in geometry*
- Balacheff, N. & Kaput, J. (1996). *Computer-based learning environments in mathematics*. International handbook of mathematics education (pp. 469-501). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Balacheff, N. (1998). *Some questions on mathematical learning environments*., Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education
- Battista, M. T. (1990). *Spatial visualization and gender differences in high school geometry*. Journal for Research in Mathematics Education.
- Baylor, Terry William (2002), *Analysis of the interplay of factors that influenced how students used a dynamic geometry computer program to solve certain mensuration problems*
- Bennett, D. (1998). *Exploring geometry with The Geometer's SketchPad*. Key Curriculum Press.
- Brousseau, G. (1997). *theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathematiques, 1970-1990* (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland. & V. Warfield. Eds. & Trans). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 420-464). New York: MacMillan Publishing Co.
- Cohen, R. & Geva, E. (1987). *The effects on young children of learning turtle geometry programming through the use of Logo Microworlds*. Toronto: Ontario Institute for Studies in Education.
- Cuoco, A. (1996), Goldenberg, E. P., & Mark, J.. *Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula*. Journal of Mathematical Behavior, 15, 375-402.
- De Villiers M. (1997). *The Role of Proof in Investigative, Computer-based Geometry: Some personal reflections*..
- Dev, P. C. (1998). *Intrinsic motivation and the student with learning disability*. Journal of Research and Development in Education, 31(2), 98-108.
- Dreyfus, T. (1991). *Didactic design of computer-based learning environments*.
- Dreyfus, T. (1994). *Imagery and reasoning in mathematics and mathematics education*. In D. F. Robitaille, D. H. Wheeler, & C. Kieran (Eds.), Selected lectures from the 7th International Conference on Mathematics Education (pp. 107-122). Sainte-Foy, Quebec: Les Presses de l'Université Laval.

- Finzer, W. F., & Bennett, D. (1995). *From drawing to construction with The Geometer's SketchPad*. *Mathematics Teacher*, 88, 428-431. quoted from Scher, D. (2002) Students' Conceptions of Geometry in a Dynamic Geometry Software Environment, New York University
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). *The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents*. Journal for Research in Mathematics Education, Monograph Number 3. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gay, D. (1998). *Geometry by discovery*. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc.
- Gillis. John. M (2005). *An investigation of student conceptions in static and dynamic geometry environments*. Auburn university
- Goldenberg, E. P. (1991). *The difference between graphing software and educational graphing software*. In W. Zimmerman & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 77-86). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Goldenberg, E. P. (1998). *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 351-367). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gomes, Alex Sandro, Vergnaud, Gerard (2004), *On the Learning of geometric concepts using Dynamic Geometry Software*
- Hadas, N., & Hershkowitz, R (1999). *The role of uncertainty in constructing and proving in computerized environments*. In O. Zaslavsky (Ed-), *Proceedings of the 23rdPME Conference* (Vol, 3. pp. 57-64).
- Halat, Erdogan, (2003) *Performance, motivation and gender with two different instructional approaches in geometry, the florida state university college of education*
- Hanna. G. (1998). *Proof as explanation in geometry*. In M. Sharma. J. Schmittau. & L. Scheil (Eds.). *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 20). 4-13
- Hodanbosi, Carol Lea, (2001) *A comparison of the effects of using a dynamic geometry software program and construction tools on learner achievement*
- Hoffer, A. (1981). *Geometry is more than proof*. *Mathematics Teacher*, 74, 11-18. quoted in Jaguthsing Dindyal (2007), *The Need for an Inclusive Framework for Students' Thinking in School Geometry*
- Hoffer, A. (1983). Van Hiele-based research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 205-219). New York: Academic Press.
- Hoyles, C., & Noss. R (1994). *Dynamic geometry environments: What's the point?* *Mathematics Teacher*, 87(9), 16-17.
- Jackiw, N. (1994). *Dynamics of a point on a line and interesting triangle behavior*. [On-line]. Available: <http://forum.swarthmore.edu/epigone/geometrysoftware-dynamic>.
- Jones, E & Nimmo. (1995). *Emergent curriculum*. Washington, D.C. : NAEYC

- Katherine L. Dix (1999) ,*The Application of Computer Technology in the Teaching of Junior High School Geometry* Elschenbroich, H. J. (1997) *Dynamic Geometry Programs: Death of Proving*
- Laborde, C. (1993). *The computer as part of the learning environment: The case of geometry*. In C. Keitel & K. Ruthen (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp. 48-67). Germany: Springer-Verlag.
- Laborde, C. & Laborde, J. M. (1995). *What about a learning environment where Euclidean concepts are manipulated with a mouse?* In A. A. diSessa, C. Hoyles, & R. Noss (Eds.), *Computers and exploratory learning* (pp. 241-262). Germany: Springer-Verlag.
- Laborde, C. (1998). *Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment*. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 113-121). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Liu L, Cummings R.,(2001) *A learning model that simulates geometric thinking through use of PCLogo and Geometer's SketchPad*, Towson university
- Mavrikis, M. P. (2001). *Towards More Intelligent and Educational Dynamic Geometry Environments*. School of Artificial Intelligence. Division of Informatics. University of Edinburgh
- Melczarek, Robert Jan, (1996), *The effects of problem-solving activities using dynamic geometry computer software on readiness for self-directed learning*
- Memam S. B. (1998). *Qualitative research and case study application in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass Publishers.
- Middleton, J. A. (1995). *A study of intrinsic motivation in the mathematics classroom: A personal constructs approach*. Journal for Research in Mathematics Education, 26(3), 254-279.
- Mofeed Abu-Mosa (2007), *Using GSP in Discovering a New Theory*
- Moss, Laura Jean (2000). *The use of dynamic geometry software as a cognitive tool*
- Moyer, Todd O (2003), *An investigation of The Geometer's Sketchpad and van Hiele levels*
- Nordstrom, Kirsti, Ph. D. *Student teachers and proof student*, University of Stockholm, Sweden
- Olive, J. (2000). *Implications of using dynamic geometry technology for teaching and learning*. Paper presented at the Conference on Teaching and Learning Problems in Geometry, May 6-9, 2000, Fundao, Portugal. [On-line]. Available: http://jwilson.coe.uga.edu/olive/Portugal/Portugal_paper.html.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children. computers, power ideas*. New York: Basic Books. Inc.
- Patricia. M. (2001). *Supporting Student Efforts to Learn with Understanding: An Investigation of the Use of JavaSketchpad Sketches in the Secondary Geometry Classroom*. Department of Curriculum Teaching and Learning. Ontario Institute for Studies in Education of the University of Toronto

- Pegg, J., & Davey, G. (1998). *Interpreting student understanding in geometry: A synthesis of two models*. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 109-136). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Pirie, S., & Kieren, T. (1994). *Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it?* *Education study in Mathematics*, 26, 1 65- 1 90.
- Quaresma, Pedro (2006), *Integrating Dynamic Geometry Software, Deduction Systems, and Theorem Repositories*
- Rita Nagy-Kondor, R.N. (2004) *Dynamic geometry systems in teaching geometry* . University of Debrecen
- Scher, D. (2002) *Students' Conceptions of Geometry in a Dynamic Geometry Software Environment*. New York University
- Schoenfeld, A. H. (1989). *Problem solving in context(s)*. In R. L. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*, volume 3 (pp. 83-91). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stevens, James p. (2007), *Intermediate statistics*, Lawrence Erlbaum Associates
- Subramanian, Lalitha (2005), *An investigation of high school geometry students' proving and logical thinking abilities and the impact of dynamic geometry software on student performance*
- Towers, J. (1999). *In what way do teachers' interventions interact with and occasion the growth of students' mathematical understanding*. University of British Columbia.
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*. (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary, School Geometry Project.) Chicago: University of Chicago. (ERIC Document ED220288).
- Van Hiele, p (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. FL academic Press.
- Wentzel, K. R. (1997). *Students motivation in middle school: The role of perceived pedagogical caring*. *Journal of Educational Psychology*, 89(3), 411-419.
- Whiteley, Walter, (2002) *Teaching To See Like a Mathematician*, Department of Mathematics and Statistics, York University, Toronto, Canada.
- Yerushalmy, M., & Chazan, D. (1993). *Overcoming visual obstacles with the aid of the Supposer*. In J.L. Schwartz, M. Yerushalmy, & B. Wilson (Eds.), *The Geometric Supposer: What is it a case of?* (pp. 25-56). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

پیوست‌ها

متن مصاحبه با دانش‌آموزان

مهارت‌های منطقی

- پژوهش‌گر: آیا استفاده از نرم‌افزار در تقویت منطق، استدلال و اثبات کردن تاثیر داشته.
 - قاسمی: چون ما در نرم‌افزار می‌توانیم شکل‌ها رو تغییر دهیم خواسته هایمان در مسائل را می‌دیدیم. مثلاً در مثلث متساوی‌الساقین که باید دو ضلع مجاور برابر باشند، چون در نرم‌افزار می‌تونستیم تغییر دهیم اثبات آن برامون راحت تر بود نسبت به کاغذ.
- پژوهش‌گر: تا حالا شده شکلی رو ترسیم کنی و در حین آن از آن الهام‌گیری برای این که آن را اثبات کنی؟
 - مشایخی راد: بله من در ترسیم از نیم‌ساز استفاده کرده بودم و برای اثبات از آن استفاده کنم.

مهارت‌های دیداری

- پژوهش‌گر: استفاده از نرم‌افزار چه تاثیری بر تجسم داشته است؟
 - نظری: ذهنم اینجوری شده که وقتی یک چیزی رو در ذهنم تکان می‌دم احساس می‌کنم یک جزء دیگه قفله و نمی‌شه تکان داد یا یک چیز دیگر را تکان می‌دهم اون یکی هم تکان می‌خوره. ذهنم اینجوری شده.
- پژوهش‌گر: می‌تونی دینامیک شکلی رو که در کاغذ می‌بینی رو تجسم کنی؟
 - نظری: بله. در شکل داده شده اول شکل رو در ذهنم ثابت نگه داشتم بعد رأسش رو کم کردم. بعد دیدم قاعده بزرگ میشه. بعد اون رو هم کم کردم. طوری که ارتفاع عمود بر ساق رو بتونم ثابت نگه دارم.
- پژوهش‌گر: آیا نمی‌شد این رو در نرم‌افزار انجام بدی؟
 - نظری: نتونستم. چون قاعده را نمی‌تونستم تنظیم کنم. اما در ذهنم تونستم.
- پژوهش‌گر: در تجسم و مشاهده تو چه تجربه ای داشتی؟
 - مشایخی راد: وقتی یک شکل رو در ذهن چند بار تکان می‌دادم باعث می‌شد در ذهنم تداعی بشه و بعد که می‌خواستم شکل رو تغییر بدم می‌فهمیدم که باید چه کاری انجام بدم.

مهارت‌های کلامی

- پژوهش‌گر: آیا استفاده از نرم‌افزار در مهارت حرف زدن، توضیح دادن، به کار گیری درست ابزار و اصطلاحات. تلفظ درست اصطلاحات تاثیر دارد؟
 - مشایخی راد: دانش‌آموزان در این محیط با اشکال به طور دقیق آشنا می‌شوند. و فهم درستی از اشکال پیدا می‌کنند.
- پژوهش‌گر: آیا کسی که با نرم‌افزار کار کرده است می‌تواند در کلاس بهتر توضیح دهد؟
 - مشایخی راد: نرم‌افزار باعث می‌شود ما منطقی باشیم و نمی‌توانیم هر کاری را انجام دهیم. می‌فهمیم که مثلاً متوازی‌الاضلاع دقیقاً چی هست؟ در گفتمان نیز تاثیر دارد. چون مراحل در ذهن آدم حک می‌شه.
- پژوهش‌گر: امسال که با نرم‌افزار کار کردید راجع به مفاهیم بیشتر حرف زدید یا کمتر؟
 - مشایخی راد: بیشتر حرف زدیم. موقعیت‌های حرف زدن بیشتر می‌شد.
- پژوهش‌گر: اینکه بیشتر حرف زدید در اثبات بهتر تاثیر داشت؟
 - مشایخی راد: وقتی بیشتر حرف می‌زدیم درکم از مسئله بیشتر می‌شد. برای این که مثلاً در کارگروهی با بیشتر حرف زدن بهتر می‌فهمیم.

مهارت‌های ترسیمی

- پژوهش‌گر: سوال: آیا استفاده از نرم‌افزار تأثیری در بهتر شدن ترسیم در کاغذ تأثیری دارد؟
- نظری: بله. چون در نرم‌افزار محدودیت‌هایی وجود دارد و رسم در این محیط باید منطقی باشد. بنابراین در کاغذ هم باید ترسیم را منطقی انجام داد.

مهارت‌های کاربردی

- پژوهش‌گر: به نظر تو مفهوم دینامیک چیه؟ و آیا جایی را دیدی که در آن از مفهوم دینامیک استفاده شود.
- در بعضی وسایل ورزشی در پارک‌ها و یا ماشین‌هایی که در زندگی روزمره از آن‌ها استفاده می‌کنیم مثل ترازو.
- پژوهش‌گر: استفاده از نرم‌افزار می‌تواند کمک کند تو کاربردهای بیشتری از هندسه را ببینی؟
- قاسمی: می‌توانم. قدرت کارکرد باید بالاتر باشد. مثلاً کاری که ما انجام می‌دهیم در حد اشکال است.
- پژوهش‌گر: سوال: اگر ما بتوانیم تصویر یک قطعه فلزی را در نرم‌افزار وارد کنیم، ارزش داره مدل را در یک نرم‌افزار شبیه سازی کنیم؟
- قاسمی: چون در نرم‌افزار تجربه می‌کند. تجربه‌ای هم که در نرم‌افزار دارد بیشتر از تجربه‌اش در کاغذ است. پس تأثیرش هم بیشتر است.
- بعضی وقت‌ها یک چیزی هست برام جالبه می‌رم در نرم‌افزار شبیه سازی می‌کنم و می‌بینم وقتی یک جزئی از شکل تکان می‌خورد یک جزء دیگر هم تکان می‌خورد.

نظرسنجی از دانش‌آموزان

نام	نظر دانش‌آموزان
آقا خانی	توازی و مثلث ها، به خاطر این که بیش‌ترین تمرین را در مورد این دو مبحث بوده
آقاسید عبدالله	به نظر من در مبحث تساوی مثلث‌ها به هر شکل (ض‌ض)، (ض‌ز)، (ض‌ز) و (وز) بسیار در نرم‌افزار به دردمان خورد و می‌توانستیم آن‌ها را و این گونه تساوی مثلث‌های بالا را به بهترین حالت و شکل یاد بگیریم و متوجه شویم.
پرهیزکار	واقعاً هیچ چون من هندسه‌ام ضعیف نیست. به لطف خدا اما رایانه‌ام خیلی ضعیف است و چون کلاً رایانه‌ام ضعیف است، رایانه وقت مرا می‌گرفت.
پنجه‌شاهی	در هیچ کدام از مباحث نرم‌افزار جنوجبرا به من کمک نکرد. فقط کمی برای اثبات مثلث‌ها خوب بود.
پور طاهر	هیچکدام
جوادیان	بیشتر از همه متوازی‌الاضلاع‌ها چون خیلی از حرکاتی که بلد نبودم را در نرم‌افزار یاد می‌گرفتم و این نرم‌افزار باعث شد مثلاً رسم‌های کتاب، عید نوروز را بکشم و یا مثلاً چاپ کنم. آن‌ها را با این که با آن‌ها شکل‌های جدیدتر و بهتر درست کنم.
حبیبی	هیچ کدام، چون من زیاد با نرم‌افزار کار نمی‌کردم.
حجتی	جنوجبرا در یادگیری چهارضلعی‌ها تاثیر بیشتری داشت. چون با ابزار آن وقتی کار می‌کردیم مسئله را بازسازی می‌کردیم. و آن مسائل را می‌توانستیم راحت حل کنیم.
حسینی‌نسب	هیچ تاثیری نداشت.
حیدری	اصلاً به دردم نخورد. اصلاً کمکم نکرد بلکه بیشتر اذیتم کرد.
شیرازیان	مطمئناً مثلث‌ها زیرا می‌توان فهمید مثلث‌ها برابر هستن و هم‌چنین برای رسم مثلث بسیار خوب بود. زیرا دقیق بود و درست در می‌آمد و برای من یک سرگرمی به حساب می‌آمد.
ضابطی	به نظر من بسیار کم در ۴ ضلعی‌ها. اگر نظر من را بخواهید نرم‌افزار این جوری خوب نیست. اول باید به بچه‌ها طرز استفاده از آن را یاد می‌دادید. بعد آن را جزء تکالیف می‌کردید. چون بیشتر بچه‌ها آن را بلد نبودند. در ضمن سرگرمی هم بود.
عارفی پور	در مباحث تساوی مثلث و اصول توازی و چهارضلعی‌ها
س‌عبداللهی	متوازی‌الاضلاع: در حرکات دینامیکی و حرکت آن
ص‌عبداللهی	بیش‌ترین تاثیر را در مبحث مثلث‌ها داشت زیرا تنوع مثلث‌ها زیاد است. شکل‌های ترکیبی که با آن می‌توان ساخت زیاد است و علت اینکه چرا این دو مثلث با هم مساوی است، در نرم‌افزار کشف شد.
قاسمی	زویا و مثلث چون گاهی اوقات بعضی مسائل جدید بود را بلد نبودیم. توازی زیرا مسائل و بحث جدید بود و نیاز به تمرین داشت و همین طور سرگرمی
لعل فام	در یادگیری رسم بسیار موثر بود و به من در یادگیری رسم بسیار کمک کرد. به مبحث خطوط موازی و مورب هم کمک کرد.
محرری	بیشتر در چهارضلعی‌ها تاثیر داشت.
محسنی	در مبحث مجموع زاویه‌های خارجی مثلث و داخلی آن
محمدیان	به اثبات مثلث‌ها و متوازی‌الاضلاع
مرصوسی	تساوی مثلث‌ها، چون من بیش‌ترین ترسیم‌ها و شکل‌هایم را در نرم‌افزار جنوجبرا برای تساوی مثلث‌ها گذاشتم.
مشایخی‌راد	اثبات مثلث‌ها و در هیچ مبحثی به کار من نیامد اما استفاده از نرم‌افزار روش خوبی می‌باشد و در مثال سخت که بعداً مورد توجه ما قرار می‌گیرد به درد می‌خورد.
منتظمی	در ترسیم لشکال مثلث - چهارضلعی و ...
میر شفيعی	در مبحث چندضلعی‌ها زیرا که بیش‌ترین کاری که با نرم‌افزار انجام می‌دادیم، در مبحث چندضلعی‌ها بود.
نادری‌فر	بیشتر از مبحث چهارضلعی‌ها نرم‌افزار در یادگیری به من کمک کرده است زیرا فعالیت‌های جالبی داشت. مثلاً این بود که خودمان یک ابزار لوزی یا مربع یا دوزنقه یا ... را ساختیم و از آن استفاده کردیم.
نراقیان	در مثلث‌ها و چهارضلعی‌ها
نظری	مبحث خاصی کمک نکرد اما کمک کرد که ذهنم منطقی شود.
وحید	کمی سرگرمی برایم بود.

آزمون ونهیل برای سنجش مهارت‌های دیداری، منطقی و کلامی

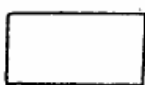
۱- کدام یک از اشکال زیر مربع است؟



K



L



M

الف) فقط شکل k

ب) فقط شکل L

ج) فقط شکل m

د) اشکال L و m

ه) همه ی اشکال مربع هستند.

۲- کدام یک از اشکال زیر مثلث است؟



U



V



W



X

الف) هیچکدام

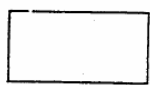
ب) فقط شکل V

ج) فقط شکل W

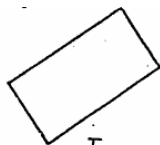
د) فقط اشکال W و X

ه) فقط اشکال V و W

۳- کدام یک از اشکال زیر مستطیل است؟



S



T



U

الف) فقط شکل S

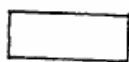
ب) فقط شکل T

ج) فقط اشکال S و T

د) فقط اشکال S و U

ه) همه ی اشکال مستطیل است.

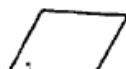
۴- کدام یک از اشکال زیر مربع است؟



F



G



H



I

الف) هیچکدام

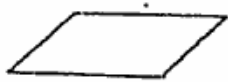
ب) فقط شکل G

ج) فقط اشکال F و G

د) فقط اشکال G و I

ه) همه ی اشکال مربع است.

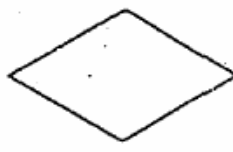
۵- کدام از اشکال زیر متوازی الاضلاع است؟



J



M



L

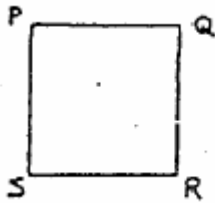
الف) فقط شکل L

ب) فقط شکل J

ج) فقط اشکال J و M

د) هیچکدام

ه) همه ی موارد



۶- چهار ضلعی PQRS مربع است.

کدام رابطه در مورد همه ی مربع‌ها صدق می‌کند؟

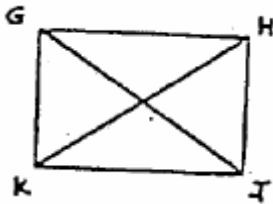
(الف) پاره خط‌های $\overline{PR}$ و $\overline{RS}$ طول یکسان دارند.

(ب) پاره خط‌های $\overline{QS}$ و $\overline{PR}$ بر هم عمود هستند.

(ج) پاره خط‌های $\overline{PS}$ و $\overline{QR}$ بر هم عمود هستند.

(د) پاره خط‌های $\overline{PS}$ و $\overline{QS}$ طول یکسان دارند.

(ه) زاویه ی Q بزرگتر از زاویه ی R است.



۷- در مستطیل GHJK پاره خط‌های $\overline{GJ}$ و $\overline{HK}$ قطر هستند.

کدام یک از گزینه‌ها در مورد همه ی مستطیل‌ها صدق نمی‌کند؟

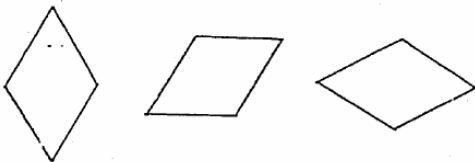
(الف) چهار زاویه ی قائمه وجود دارد.

(ب) چهار ضلع دارند.

(ج) قطر‌ها طول یکسان دارند.

(د) ضلع‌های مقابل طول یکسانی دارند.

(ه) همه ی موارد فوق صحیح است.



۸- یک لوزی شکلی است با چهار ضلع که طولی یکسان دارند.

در اینجا سه نمونه لوزی را مشاهده می‌کند.

کدام یک از موارد زیر در مورد همه ی لوزی‌ها صادق نیست؟

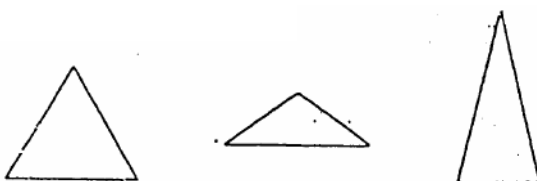
(الف) دو قطر طولی یکسان دارند.

(ب) هر قطر دو زاویه ی لوزی را نصف می‌کند.

(ج) دو قطر بر هم عمود هستند.

(د) زاویه‌های مقابل اندازه ای یکسان دارند.

(ه) همه ی موارد صحیح است.



۹- مثلث متساوی الساقین مثلثی است که دو ضلع با هم طولی یکسان دارند.

کدام یک از گزینه‌ها در مورد مثلث متساوی الساقین صحیح است؟

(الف) سه ضلع باید طولی یکسان داشته باشند.

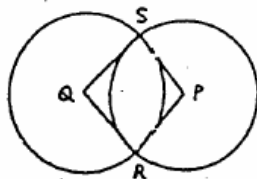
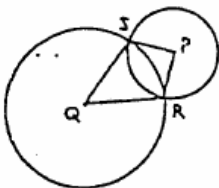
(ب) یک ضلع باید طولی دو برابر ضلع دیگر داشته باشد.

(ج) باید حداقل دو زاویه با اندازه‌های یکسان داشته باشند.

(د) هر سه زاویه باید اندازه یکسان داشته باشند.

(ه) هیچکدام

۴



۱۰ دو دایره با مرکزهای P و Q در نقاط R و S یکدیگر را قطع آ

کنید. کدام گزینه همیشه صحیح نیست؟

(الف) شکل PQRS دو جفت ضلع با طول‌های یکسان دارد.

(ب) شکل PQRS حد اقل ۲ زاویه ی برابر دارد.

(ج) خطوط $\overline{PQ}$ و $\overline{RS}$ بر هم عمود هستند.

(د) زوایای P و Q با هم برابرند.

(ه) همه ی موارد صحیح است.

۱۱) با توجه به دو تعریف زیر کدام گزینه صحیح است؟

جمله ی ۱: شکل F یک چهارضلعی است.

جمله ی ۲: شکل F یک مثلث است.

الف) اگر جمله ۱ صحیح باشد در نتیجه جمله ی ۲ نیز صحیح است.

ب) اگر جمله ی ۱ نادرست باشد در نتیجه جمله ی ۲ نیز نادرست است.

ج) جمله ی ۱ و ۲ هیچکدام نمی تواند صحیح باشد.

د) جمله ی ۱ و ۲ نمی تواند نادرست باشد.

ه) هیچکدام از موارد الف تا د درست نیست.

۱۲- با توجه به دو جمله ی زیر کدام گزینه صحیح است؟

جمله ی ۱: مثلث ABC سه ضلع برابر دارد.

جمله ی ۲: در مثلث ABC زاویه ی B و C با هم برابرند.

الف) هیچکدام از دو جمله ی ۱ و ۲ نمی توانند درست باشند.

ب) اگر جمله ی اول صحیح باشد جمله ی دوم نیز درست است.

ج) اگر جمله ی دوم صحیح باشد جمله ی اول نیز صحیح است.

د) اگر جمله ی اول نادرست باشد، جمله ی دوم نیز نادرست است.

ه) هیچکدام از گزینه های فوق صحیح نمی باشند.

۱۳- کدام شکل را می توان یک مستطیل نامید.

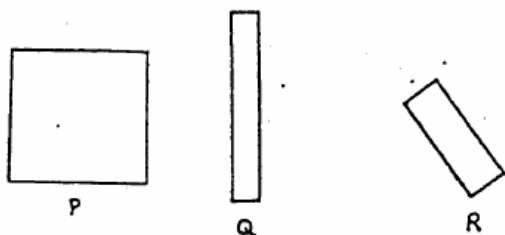
الف) همه ی اشکال

ب) فقط شکل Q

ج) فقط شکل R

د) فقط اشکال P و Q

ه) فقط اشکال Q و R



۱۴- کدام گزینه صحیح است؟

الف) تمام ویژگی های مستطیل، ویژگی های مربع نیز هست.

ب) تمام ویژگی های مربع، ویژگی های مستطیل نیز هست.

ج) تمام ویژگی های مستطیل، ویژگی های متوازی الاضلاع نیز هست.

د) تمام ویژگی های مربع، ویژگی های متوازی الاضلاع نیز هست.

ه) هیچکدام

۱۵- کدام ویژگی را مستطیل دارد ولی متوازی الاضلاع ندارد؟

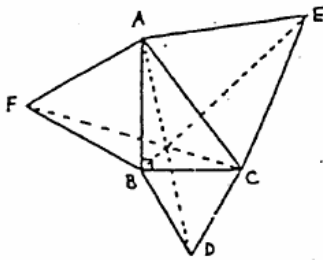
الف) اضلاع مقابل برابرند.

ب) قطر ها برابرند.

ج) اضلاع مقابل موازی اند.

د) زوایای مقابل برابرند.

ه) هیچکدام



۱۶- در شکل مثلث قائم الزاویه ی ABC را می بینید که هر ضلع آن یک مثلث متساوی الاضلاع به نام های ACE و ABF و BCD رسم شده است.

اطلاعات داده شده ثابت می کند که پاره خط های AD و BE و CF در یک نقطه تلاقی دارند. با توجه به اثبات بالا کدام گزینه صحیح است؟

الف) تنها در این مثلث رسم شده می توان مطمئن بود که سه پاره خط AD و BE و CF در یک نقطه تلاقی دارند.

ب) در بعضی مثلث های قائم الزاویه سه پاره خط AD و BE و CF در یک نقطه تلاقی دارند.

ج) در همه ی مثلث های قائم الزاویه سه پاره خط AD و BE و CF در یک نقطه تلاقی دارند.

د) در همه ی مثلث ها سه پاره خط AD و BE و CF در یک نقطه تلاقی دارند.

ه) در همه ی مثلث های متساوی الاضلاع سه پاره خط AD و BE و AC در یک نقطه اتلاقی دارند.

۱۷- با توجه به سه ویژگی داده شده از یک شکل کدام گزینه صحیح است؟

ویژگی D : دو قطر برابر داشتن. ویژگی S : مربع بودن. ویژگی R : مستطیل بودن.

الف) ویژگی D باعث می شود که ویژگی S وجود داشته باشد که به این ترتیب ویژگی R فراهم خواهد شد.

ب) ویژگی D باعث می شود که ویژگی R وجود داشته باشد که به این ترتیب ویژگی S فراهم خواهد شد.

ج) ویژگی S باعث می شود که ویژگی R وجود داشته باشد که به این ترتیب ویژگی D فراهم خواهد شد.

د) ویژگی R باعث می شود که ویژگی D وجود داشته باشد که به این ترتیب ویژگی S فراهم خواهد شد.

ی) ویژگی R باعث می شود که ویژگی S وجود داشته باشد که به این ترتیب ویژگی D فراهم خواهد شد.

۱۸- با توجه به دو جمله ی زیر کدام گزینه صحیح است؟

جمله ی ۱: اگر یک شکل مستطیل باشد قطرهاش یکدیگر را نصف می کند.

جمله ی ۲: اگر قطره های یک شکل یکدیگر را نصف کند آن شکل مستطیل است.

الف) برای اثبات آنکه جمله ۱ صحیح است کافی است ثابت کنیم جمله ۲ صحیح است.

ب) برای اثبات آنکه جمله ۲ صحیح است کافی است ثابت کنیم جمله ۱ صحیح است.

ج) برای اثبات آنکه جمله ۲ صحیح است کافی است مستطیلی پیدا کنیم که قطرهاش یکدیگر را نصف کند.

د) برای اثبات آنکه جمله ۲ نادرست است کافی است شکلی را پیدا کنیم که مسنطیل نباشد و قطرهاش یکدیگر را نصف نکند.

ه) هیچکدام

۱۹- در هندسه:

الف) برای همه ی شرایط و موارد تعریفی وجود دارد و احکام صحیح کاملاً قابل اثبات هستند.

ب) برای همه ی شرایط و موارد تعریفی وجود دارد اما باید پذیرفت تنها بعضی از احکام را می توان اثبات کرد.

ج) بعضی از موارد باید بدون تعریف باقی بماند اما همه ی احکام قابل اثبات است.

د) بعضی از شرایط و موارد باید بدون تعریف باقی بماند و لازم است احکامی داشته باشیم که صحت آنها پذیرفته شده باشد.

ه) هیچکدام صحیح نیست.

۲۰- این سه جمله را مورد تحلیل قرار دهید؟

جمله ی ۱: دو خط عمود بر یک خط موازیند.

جمله ی ۲: خط عمود بر یکی از دو خطی که موازیند بر دیگری نیز عمود است.

جمله ی ۳: اگر دو خط دارای فاصله ی برابر از هم باشند آن دو خط موازیند.

در شکل زیر خطوط M و P بر هم عمودند و همین طور خطوط N و P .

کدام یک از جملات بالا می تواند علت موازی بودن دو خط M و N باشد؟

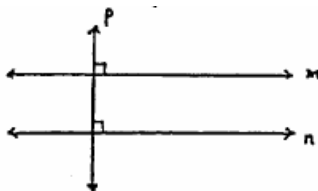
الف) تنها جمله ی ۱

ب) تنها جمله ی ۲

ج) تنها جمله ی ۳

د) یا جمله ی ۱ یا جمله ی ۲

ه) یا جمله ی ۲ یا جمله ی ۳



آزمون سنجش مهارت‌های ترسیمی

الف) با داشتن چند داده (اندازه زاویه یا ضلع) می‌توان یک مثلث را رسم کرد؟

ب) به چند حالت می‌توان مثلث را رسم کرد؟ آن‌ها را بنویسید.

ج) به نظر شما چرا حالت‌های ترسیم و حالت‌های تساوی مثلث‌ها مانند هم هستند؟

مثلث ABC را در حالت مقابل رسم کنید. $A=90^\circ$, $BC=4\text{cm}$, $AB=3\text{cm}$

مراحل رسم و نحوه استفاده از ابزار مورد استفاده قرار گرفته را دقیقاً توضیح دهید.

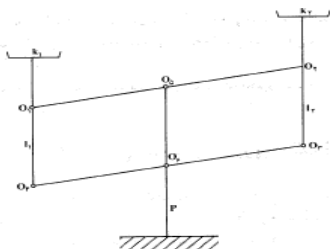
آزمون سنجش مهارت‌های کاربردی

۱. یک خاطره واقعی از خودتان تعریف کنید که در زندگی خود از مفاهیم و روش‌های هندسه که در درس خود خوانده اید استفاده کرده باشید. آن را به طور کامل شرح دهید.

۲. یک مثال کاربردی از محاسبه مساحت بزنید.

۳. چه رشته‌های مهندسی سراغ دارید که در آن از مفاهیم هندسه به طور مستقیم استفاده می‌شود؟

۴. کدام یک از موضوعات هندسه را سراغ دارید که در هنر کاربرد فراوانی دارد. (چند مورد را نام ببرید).



۵. ترازوی دو کفه‌ای مقابل را در نظر بگیرید. آیا در ساخت آن از مفاهیم هندسی استفاده شده است؟ چگونه؟

۶. به نظر شما هندسه را بیشتر برای کاربرد می‌خوانیم یا اینکه صرفاً یک مجموعه قوانین ذهنی و علمی است که مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۷. یک وسیله را که در آن از اصول هندسی استفاده شده است را نام ببرید. شکل آن را بکشید و بگوئید چه اصولی از هندسه در آن به کار رفته است و آن را توضیح دهید.

۸. به نظر شما در طراحی یک اتوموبیل از چه موضوعاتی از هندسه استفاده می‌شود.

مقایسه نرم افزارهای هندسه پویا

تا کنون بیش از ۵۰ نرم افزار هندسه ی پویا طراحی شده است که در جدول زیر بر اساس اطلاعات سایت ویکی پدیا مقایسه ای بین نرم افزارهای معروف هندسه پویا صورت گرفته است:

جدول ۶-۱: مقایسه ی نرم افزارهای هندسه پویا

نرم افزار	محاسبه	ماکرو	مکان هندسی	متحرک سازی	کد نویسی	ارتباط از خارج نرم افزار	خروجی لاتکس	خروجی وب	چند زبان	اثبات	بقیه امکانات
Cabri II +	بله	بله	بله	بله	بله	بله - plugin	خیر	بله	بله	بله (رابطه ای)	قابلیت ارتباط با ماشین حساب TI
CaR	بله	بله	بله	بله	بله	بله	بله	بله	بله	خیر	-
Cinderella	بله	بله	بله	بله	بله	بله	بله (PDF)	بله	بله	احتمالاً	دارای تعداد زیادی شبیه سازی فیزیک
GCLC	بله	بله	بله	بله	بله	بله	بله	خیر	خیر	بله	امکان اثبات مسائل و شبیه سازی سه بعدی
GeoGebra	بله	بله	بله	بله	بله (JavaScript)	بله (JavaScript)	بله p stricks	بله	بله ۴۹ زبان	بله (رابطه ای)	قابلیت جبر رایانه ای CAS صفحه گسترده
Geometrix	بله	خیر	بله	بله	خیر	بله	خیر	خیر	خیر	بله	اثبات های تعاملی و نمودار
GeoNet	بله	خیر	خیر	بله	?	?	خیر	?	بله	خیر	قابل استفاده تحت وب
GeoProof	بله	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	بله	خیر	خیر	بله	اثبات های اتوماتیک رسمی
GEUP	بله	بله	بله	بله	؟	خیر	؟	خیر	بله	خیر	
iGeom	بله	بله	بله	خیر	بله	بله	خیر	بله	بله	?	قابلیت بازیابی scripts
Kig	بله	بله	بله	خیر	بله Python	خیر	بله P stricks	خیر	بله	خیر	
Sketchpad	بله	بله	بله	بله	بله	خیر		بله محدود	بله	خیر	
Cabri 3D	بله	خیر	خیر	بله	خیر	خیر	خیر	بله	بله	خیر	شبیه سازی سه بعدی
Archimedes Geo3D	بله	بله	بله	بله	خیر	خیر	خیر	خیر	۲ زبان	خیر	امکان تقاطع مکان هندسی